

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра Теории функций и приближений

Определение барьерных значений в условиях неопределенности

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТА

студента 4 курса 412 группы

Направления 01.03.02 Прикладная математика и информатика

механико-математического факультета

Красичкова Андрея Валерьевича

Научный руководитель
доцент, к.ф.-м.н.

подпись, дата

А.К. Смирнов

Зав. кафедрой
доцент, д.ф.-м.н.

подпись, дата

С.П. Сидоров

Саратов 2016

ВВЕДЕНИЕ

Во многих практических задачах финансово-экономического анализа очень часто нужно вычислить барьерное (пороговое, критическое, предельно допустимое) значение некоторого параметра. Барьерное значение некоторого параметра — это величина, превышение которой приводит к положительному либо, наоборот, отрицательному конечному экономическому результату в рамках некоторой финансовой модели. Например, если нужно определить объем производства некоторого продукта, то пороговым его значением является такой объем выпуска, при котором полученная прибыль равна нулю. Превышение этого объема дает прибыль, производство в меньшем объеме будет убыточным. Все подобные задачи, схожие по своей структуре, решаются с помощью метода барьерной или критической точки. Метод барьерной точки используется в финансовом проектировании, при решении разных проблем: определение порогового значения процентной ставки, цены товара и т.д.

В данной работе рассматривается задача отыскания барьерного значения для экономических показателей в условиях неопределенности. Неопределенные значения задаются в виде доверительных интервалов, которые были построены на основе значений из таблиц цены на нефть, постоянных и переменных затрат с помощью распределения Гаусса $N(a, \sigma)$ с уровнем доверия не менее 95%.

Работа состоит из введения, четырех разделов с теоретическим и практическим материалом, заключения и четырех приложений. Приложение А содержит два исходных кода реализации решения двух примеров на ЭВМ на высокоуровневом языке программирования $C++$. В приложении Б находятся основные таблицы экономических показателей для доверительных интервалов. Приложение В содержит код программы на языке программирования $C++$ задачи отыскания доверительных интервалов для барьерного выпуска продукции, когда три экономических показателя заданы доверительными интервалами. В приложении Г представлена глава с дополнительным материалом о доверительных интервалах.

Во введении описывается решаемая проблема, её актуальность и содержатся краткие сведения о данной работе.

В первом разделе содержатся общие сведения о построении линейной и нелинейной модели. Здесь же приводятся подробное описание решения примеров для линейной и нелинейной моделей.

Во втором разделе содержится теоретический материал для шести случаев определения барьерного значения экономических показателей, когда исходные данные задаются одним или несколькими доверительными интервалами. Также ко всем случаям представлены иллюстрации.

В третьем разделе содержится построение трех доверительных интервалов для экономических показателей (p^*, F^*, c^*) на основе таблиц из приложения В. Также представлено решение задачи отыскания доверительных интервалов барьерного выпуска продукции, когда исходные данные задаются в виде доверительных интервалов. И к задаче продемонстрировано графическое представление доверительного интервала барьерного выпуска продукции, когда цена продукции, постоянные и переменные затраты заданы доверительными интервалами.

В четвертом разделе рассматривается финансовый подход определения барьерной точки. Подход осуществляется с помощью бухгалтерского и финансового методов.

В автореферате приведено краткое содержание бакалаврской работы. Приведена постановка и решение задачи отыскания доверительных интервалов для барьерного выпуска продукции. Было представлено отыскание четырех критических точек, когда начальные данные заданы в виде доверительных интервалов.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В первом разделе рассматривается общая постановка задачи для линейной и нелинейной моделей. Для этих моделей приводятся основные формулы определения барьерного значения, определения стоимости выпущенной продукции и отыскания общей суммы затрат.

Обратимся к линейной модели. Для записи такой модели примем следующие обозначения:

Q — объем производства (результат деятельности предприятия по производству какой-либо продукции и представленных производственных услуг);

F — постоянные производственные затраты, которые не зависят от объема выпуска;

c — переменные, или пропорциональные затраты в расчете на единицу продукции (затраты, величина которых зависит от объема выпуска продукции);

p — цена единицы продукции;

S — общая сумма затрат;

V — стоимость выпущенной продукции;

Переменные Q, F, S, V, P определяется в расчете на одинаковый интервал времени, обычно на один год.

Представим основные формулы для этой модели:

Найдем стоимость выпущенной продукции и сумму затрат:

$$V = pQ, \quad (1)$$

$$S = F + cQ. \quad (2)$$

Нужный критический объем производства или барьерную точку получаем из равенства стоимости выпущенной продукции и суммы затрат:

$$V = S.$$

Примем за обозначение барьерный объем производства как Q_k , и используя (1) и (2), получаем

$$pQ_k = cQ_k + F.$$

Таким образом,

$$Q_k = \frac{F}{p-c}.$$

Теперь обратимся к нелинейной модели.

Эта модель описывается с помощью следующих формул:

Стоимость продукции находится по формуле:

$$V = pQ,$$

Сумма переменных затрат описывается, допустим, степенной функцией cQ^h , причем $0 < h < 1$. Тогда общая сумма затрат составит:

$$S = F + cQ^h,$$

Разность “конкурирующих” функций в барьерной точке равна нулю:

$$pQ_k - cQ_k^h - F = 0,$$

Барьерный объем выпуска находится как корень квадратного уравнения:

$$(a - c)Q_k^2 + (b - d)Q_k - F = 0.$$

Также к линейной и нелинейной моделям приводятся графические иллюстрации для нахождения барьерного значения.

Для наилучшего понимания моделей были приведены примеры. Для линейной модели приведены примеры, где нужно определить пороговый объем продукции, отыскать чистую прибыль за какой-либо промежуток времени и представить графическое решение. Для нелинейной модели представлены два примера. В первом необходимо найти барьерный объем продукции, когда сумма переменных затрат описывается степенной функцией cQ^h , причем $0 < h < 1$. Для решения этого примера был изложен небольшой теоретический материал о решении уравнения с одной переменной (метод половинного деления). Также к примеру был разработан продукт решения на ЭВМ

на высокоуровневом языке программирования $C++$, который представлен в приложении А. Во втором примере необходимо было построить график, который будет содержать данные о затратах, стоимости продукции и ожидаемой прибыли. Для решения был разработан продукт на ЭВМ, на языке программирования $C++$ (представлен в приложении А), который ищет необходимые характеристики (S — общая сумма затрат, V — стоимость выпущенной продукции, P — размер прибыли до уплаты налогов). На основе этих результатов было приведено графическое представление примера.

Во втором разделе рассматривается влияние неопределенности в исходных данных на положение барьерной точки. В нем приведены графические иллюстрации определения барьерного значения, когда исходные данные заданы одним и более интервалами. Также представлены пояснения к графическим иллюстрациям.

В третьем разделе рассматривается задача отыскания доверительных интервалов для барьерного выпуска продукции, когда три экономических показателя представлены доверительными интервалами. Построение доверительных интервалов для трех экономических показателя осуществлялось на основе значений из таблиц (цены на нефть, постоянных и переменных затрат) с помощью распределения Гаусса с уровнем доверия не менее 95%.

Приведем построение доверительных интервалов для трех экономических показателей. И предоставим решение задачи отыскания доверительных интервалов для барьерного выпуска продукции, когда исходные данные заданы доверительными интервалами

Приведем значения цены на нефть марки Brent (смотри таблицу из приложения Б).

Проанализировав 84 значения цены на нефть, получили доверительный интервал $p^* = [p''; p'] = [48; 65.5]$, где любое значение p из таблицы ?? с 95%-й вероятностью попадет в этот интервал. Приведем построение доверительного интервала для распределения Гаусса $N(a, \sigma)$, для цены на нефть в период с 05.01.2015 по 01.05.2015 года, с уровнем доверия α_0 .

Пусть распределение непрерывно и симметрично вокруг некоторой точки a , тогда доверительный интервал строится симметрично относительно этой точки $[a - \epsilon, a + \epsilon)$.

В силу симметричности распределений мера каждого из хвостов интервала равна $(1 - \alpha_0)/2$. Тогда концы интервала $a - \epsilon$ и $a + \epsilon$ являются квантилями распределения вероятностей порядка $(1 - \alpha_0)/2$ и $(1 + \alpha_0)/2$ соответственно.

Если распределение непрерывно, но асимметрично, то задаются меры хвостов распределений γ_1, γ_2 , и доверительный интервал имеет вид $[x_1, x_2)$, где $x_1 = x_{\gamma_1}, x_2 = x_{1-\gamma_2}$.

Если распределение дискретно, то функция распределения $F_\xi(x) = P(\xi(\omega) < x)$ — ступенчатая, и для некоторых значений α нет единственного решения уравнения $F_\xi(x) = \alpha$. Поэтому приходится строить доверительные интервалы с вероятностью не меньше указанного уровня доверия $P_\xi[x_1, x_2) \geq \alpha$.

При заданных вероятностных мерах хвостов распределений γ_1, γ_2 среди всех x^1 решений неравенства $F_\xi(x) \leq \gamma_1$ выбираем $x_1 = \max(x^1)$ и среди всех x^2 решений неравенства $1 - F_\xi(x) \leq \gamma_2$ выбираем $x_2 = \min(x^2)$.

Интервал $[\max(x^1), \min(x^2))$ — доверительный интервал с уровнем доверия не менее α .

Найдем выборочное среднее привлекая во внимание таблицу ?? и используя следующую формулу:

$$a = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i n_i,$$

$$a = \frac{1}{84} [47 * 2 + 49 * 12 + 51 * 4 + 53 * 3 + 55 * 12 + 57 * 16 + 59 * 11 + 61 * 11 + 63 * 6 + 65 * 6 + 67 * 1] = \frac{1}{84} * 4772 = 56.809;$$

Найдем выборочную дисперсию по следующей формуле:

$$\sigma = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - n_i)^2 n_i,$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{83} [(47 - 56.809)^2 * 2 + (49 - 56.809)^2 * 12 + (51 - 56.809)^2 * 4 + (53 - 56.809)^2 * 3 + (55 - 56.809)^2 * 12 + (57 - 56.809)^2 * 16 + (59 - 56.809)^2 * 11 + (61 - 56.809)^2 * 11 + (63 - 56.809)^2 * 6 + (65 - 56.809)^2 * 6 + (67 - 56.809)^2 * 1] = \frac{1}{83} * 1942 = 23,400,$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = 4.800,$$

Найдем доверительный интервал:

$2(x) = 0.950$, тогда $x = 1.960$ и $\epsilon = 4.800 * 1.960 \approx 9$,

отрезок равен:

$$[56.809 - 9; 56.809 + 9] \approx [48; 65.5].$$

В итоге, отыскивали доверительный интервал для цены на нефть с уровнем доверия $\alpha_0 = 0.95$ равный $[48; 65.5]$.

Проанализировав все значения переменных и постоянных затрат (смотри таблицу из приложения Б), построим следующие доверительные интервалы:

Найдем доверительный интервал для постоянных производственных затрат:

Найдем выборочное среднее привлекая во внимание таблицу ?? и используя следующую формулу:

$$a = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i n_i,$$

$$a = \frac{1}{40} [149 * 1 + 153 * 3 + 157 * 4 + 161 * 6 + 165 * 2 + 169 * 4 + 173 * 3 + 177 * 6 + 181 * 2 + 185 * 1 + 189 * 3 + 193 * 1 + 197 * 1 + 201 * 3] = \frac{1}{40} * 6896 = 172.400;$$

Найдем выборочную дисперсию по следующей формуле:

$$\sigma = \frac{1}{n - 1} \sum_{i=1}^n (x_i - n_i)^2 n_i,$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{39} [(149 - 172.4)^2 * 1 + (153 - 172.4)^2 * 3 + (157 - 172.4)^2 * 4 + (161 - 172.4)^2 * 6 + (165 - 172.4)^2 * 2 + (169 - 172.4)^2 * 4 + (173 - 172.4)^2 * 3 + (177 - 172.4)^2 * 6 + (181 - 172.4)^2 * 2 + (185 - 172.4)^2 * 1 + (189 - 172.4)^2 * 3 + (193 - 172.4)^2 * 1 + (197 - 172.4)^2 * 1 + (201 - 172.4)^2 * 3] = \frac{1}{39} * 8305.6 = 212.964,$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = 14.593,$$

Найдем доверительный интервал:

$$2(x) = 0.950, \text{ тогда } x = 1.960 \text{ и } \epsilon = 14.593 * 1.960 \approx 27.6,$$

отрезок равен:

$$[172.4 - 27.6; 172.4 + 27.6] \approx [145; 200].$$

В итоге, отыскивали доверительный интервал для постоянных производственных затрат с уровнем доверия $\alpha_0 = 0.95$ равный $[145; 200]$.

Найдем доверительный интервал для переменных затрат:

Найдем выборочное среднее привлекая во внимание таблицу ?? и используя следующую формулу:

$$a = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i n_i,$$

$$a = \frac{1}{40} [20 * 3 + 22 * 16 + 24 * 16 + 26 * 5] = \frac{1}{40} * 926 = 23.15;$$

Найдем выборочную дисперсию по следующей формуле:

$$\sigma = \frac{1}{n - 1} \sum_{i=1}^n (x_i - n_i)^2 n_i,$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{39} [(20 - 23.15)^2 * 3 + (22 - 23.15)^2 * 16 + (24 - 23.15)^2 * 16 + (26 - 23.15)^2 * 5] = \frac{1}{39} * 103.09 = 2.64,$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = 1.62,$$

Найдем доверительный интервал:

$$2(x) = 0.95, \text{ тогда } x = 1.96 \text{ и } \epsilon = 1.62 * 1.960 \approx 3,$$

отрезок равен:

$$[23.15 - 3; 23.15 + 3] \approx [20; 26].$$

В итоге, отыскивали доверительный интервал для переменных затрат с уровнем доверия $\alpha_0 = 0.95$ равный $[20; 26]$.

Задача отыскания доверительных интервалов для барьерного выпуска продукции, когда три экономических показателя заданы доверительными интервалами.

Выпуск продукции (цена на нефть), постоянные производственные затраты и переменные затраты представлены в виде доверительных интервалов p^* , F^* , и c^* . Необходимо найти четыре критических точки: $Q_{k_1}, Q_{k_2}, Q_{k_3}, Q_{k_4}$ и получить ряд диапазонов для барьерной точки: $Q_{k_1} - Q_{k_2}, Q_{k_2} - Q_{k_3}$ и т.д. и привести графическое решение.

Дано:

$$p^* = (p''; p') = (48; 65.5);$$

$$F^* = (F''; F') = (145; 200);$$

$$c^* = (c''; c') = (20; 26);$$

Найти четыре критических точки: $Q_{k_1}, Q_{k_2}, Q_{k_3}, Q_{k_4}$ и получить ряд диапазонов для барьерной точки: $Q_{k_1} - Q_{k_2}, Q_{k_2} - Q_{k_3}$ и т.д.

Решение:

1) Найдем общую сумму затрат, когда имеются доверительные интервалы значений постоянных производственных и переменных затрат:

$$S' = F' + c'Q = 200 + 26 * 5 = 330 \text{ (при } Q = 5)$$

$$S'' = F'' + c''Q = 145 + 20 * 5 = 245 \text{ (при } Q = 5)$$

2) Найдем стоимость выпущенной продукции, когда имеется доверительный интервал значений цены на нефть:

$$V' = p' * Q = 65.5 * 5 = 327.5 \text{ (при } Q = 5)$$

$$V'' = p'' * Q = 48 * 5 = 240 \text{ (при } Q = 5)$$

3) Найдем четыре критических точки: $Q_{k_1}, Q_{k_2}, Q_{k_3}, Q_{k_4}$ и получим ряд диапазонов для барьерной точки: $Q_{k_1} - Q_{k_2}, Q_{k_2} - Q_{k_3}$ и т.д.

$$Q_{k_1} = \frac{F''}{p' - c''} = \frac{145}{65.5 - 20} = 3.186813187$$

$$Q_{k_2} = \frac{F'}{p' - c'} = \frac{200}{65.5 - 26} = 5.063291139$$

$$Q_{k_3} = \frac{F'}{p'' - c'} = \frac{200}{48 - 26} = 9.090909091$$

$$Q_{k_4} = \frac{F''}{p'' - c''} = \frac{145}{48 - 20} = 5.178571429$$

Получили четыре критических точки:

$$Q_{k_1} = 3.186813187;$$

$$Q_{k_2} = 5.063291139;$$

$$Q_{k_3} = 9.090909091;$$

$$Q_{k_4} = 5.178571429;$$

Критические точки $Q_{k_1}, Q_{k_2}, Q_{k_3}, Q_{k_4}$ соответствуют равенствам стоимости выпущенной продукции и суммы затрат ($Q_{k_1} : V' = S''$, $Q_{k_2} : V' = S'$, $Q_{k_3} : V'' = S'$, $Q_{k_4} : V'' = S''$)

4) Приведем графическое решение (Рисунок 1).

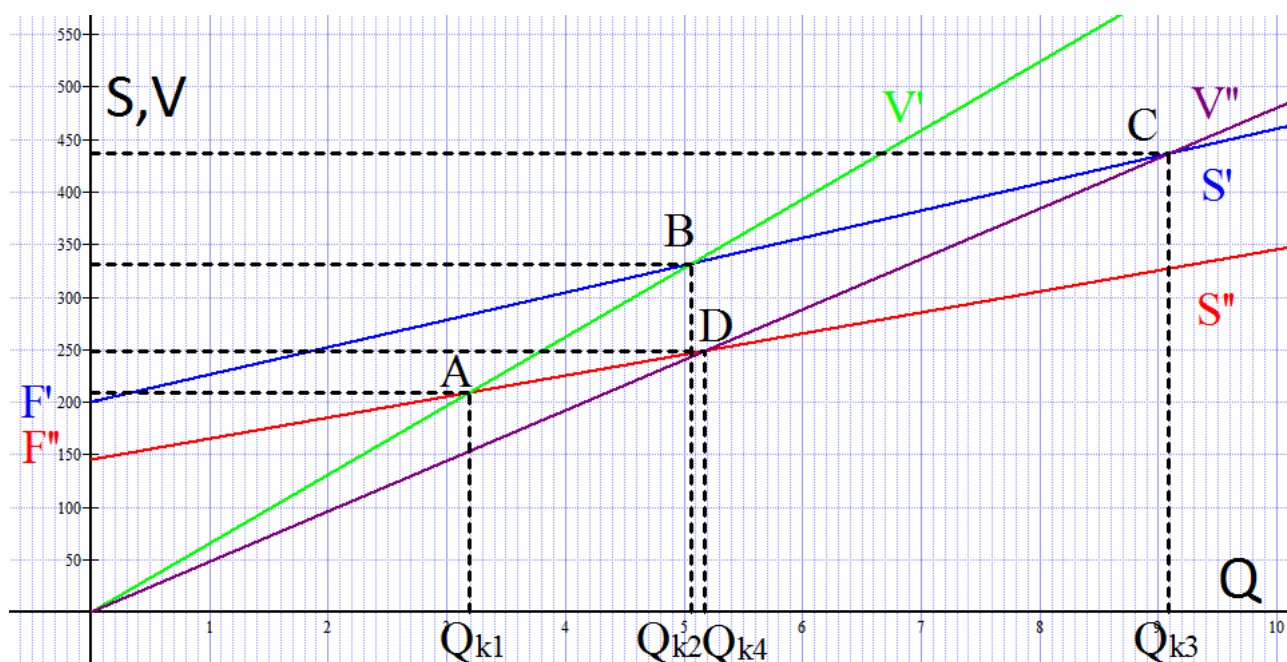


Рисунок 1 — Графическое представление доверительного интервала барьерного выпуска продукции, когда цена продукции, постоянные и переменные затраты заданы доверительными интервалами

На рисунке показаны четыре барьерных точки $Q_{k_1}, Q_{k_2}, Q_{k_3}, Q_{k_4}$. И точка A соответствует минимальным затратам и максимальной цене, точка B — максимальным затратам и цене, точка C — максимальным затратам и минимальной цене, точка D — минимальным затратам и цене. На основе этих результатов получили ряд диапазонов для барьерной точки: $Q_{k_1} - Q_{k_2}$, $Q_{k_2} - Q_{k_3}$ и т.д.

В четвертом разделе рассматривается финансовый подход определения барьерной точки. Подход осуществляется с помощью бухгалтерского и финансового методов. Для этих методов приводятся основные формулы и графические иллюстрации.

В приложениях А, Б, В, Г представлено: решение на ЭВМ на высокоуровневом языке программирования C++ некоторых примеров из первого раздела и решения задачи отыскания доверительных интервалов для барьерного выпуска продукции, основные таблицы и дополнительная глава о доверительных интервалах.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе были построены доверительные интервалы для трех экономических показателей с уровнем доверия не менее 95%. С учетом этих интервалов была рассмотрена задача отыскания доверительных интервалов барьерного выпуска продукции, когда три экономических показателя заданы доверительными интервалами. Также был разработан продукт нахождения доверительных интервалов для барьерного выпуска продукции, на ЭВМ на высокоуровневом языке программирования $C++$. Также в работе рассмотрены различные примеры нахождения барьерного значения, и к некоторым из них были разработаны продукты решения на ЭВМ на языке программирования $C++$.

В результате проделанной задачи отыскания доверительных интервалов барьерного выпуска продукции, были определены доверительные интервалы для барьерных значений объемов производства, когда исходные данные заданы несколькими доверительными интервалами. В частности, для случая, когда три исходных значения заданы в виде доверительных интервалов (F^*, c^*, p^*) были выведены формулы для отыскания четырех критических точек $Q_{k_1}, Q_{k_2}, Q_{k_3}, Q_{k_4}$. Была найдена стоимость выпущенной продукции, когда имеется доверительный интервал значений цены на нефть. Была определена общая сумма затрат, когда имеются доверительные интервалы значений постоянных и переменных затрат.

На основе полученных результатов построили графическое представление доверительных интервалов барьерного выпуска продукции, когда цена продукции, постоянные и переменные затраты заданы доверительными интервалами ((Рисунок 1). Где показаны четыре барьерных точки $Q_{k_1}, Q_{k_2}, Q_{k_3}, Q_{k_4}$. И были найдены четыре точки A, B, C, D , где точка A соответствует минимальным затратам и максимальной цене, точка B — максимальным затратам и цене, точка C — максимальным затратам и минимальной цене, точка D — минимальным затратам и цене. В завершении можно сказать, что в зависимости от выдвинутых предположений получили ряд диапазонов для барьерной точки: $Q_{k_1} - Q_{k_2}, Q_{k_2} - Q_{k_3}$ и т.д.