

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра теории функций и приближений

**Применение метода VAR к формированию
инвестиционного портфеля ценных бумаг**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студента(ки) 4 курса 412 группы
направления (специальности) 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Механико-математический факультет

Баландина Андрея Сергеевича

Научный руководитель
профессор, д.ф.-м.н.
должность, уч.степень, уч.звание

Борисова Л.В.
инициалы, фамилия

Заведущий кафедрой
доцент, д.ф.-м.н.
должность, уч.степень, уч.звание

Сидоров С.П.
инициалы, фамилия

Саратов 2016

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования.

Рыночная экономика не может развиваться без инвестиций, поэтому большое внимание к инвестициям различного типа в нашей стране проявляют и государство, и предприниматели.

Экономическое развитие компаний требует постоянного привлечения инвестиционных ресурсов, которые можно получить на рынке ценных бумаг. Ценные бумаги, предназначенные для образования или увеличения собственного капитала компаний, нацеленных на получение прибыли, которой они затем поделятся с держателями этих бумаг, получили название капитальных ценных бумаг. К их числу относятся акции, облигации, паи кооперативов, инвестиционные сертификаты, закладные листы и их разновидности.

В современных развитых странах процент корпоративных ценных бумаг составляет, как правило, от 10-15 до 60- 70 % и основную долю в ней составляют компании реального сектора экономики. Это свидетельствует о важной роли корпоративных ценных бумаг как альтернативного источника финансирования основного капитала.

Рынок капитальных ценных бумаг служит основой для формирования капитала акционерных обществ. Акция, как капитальная ценная бумага дает право на управление акционерной компанией, на долю в собственности компании и на получение некоторой части прибыли акционерного общества в виде дивидендов.

Одним из важных аспектов работы акционерного общества является дивидендная политика его руководства, существенно влияющая на цену акций компании. Дивиденды, как следствие дивидендной политики, – показатель защищенности акционеров. Дивиденды являются денежным доходом учредителей и в определенной степени сигнализируют им о том, что акционерное общество, в акции которого они вложили свои денежные средства (или имущество), работает с успехом.

Дивиденд является чутким индикатором состояния конъюнктуры, его резкие изменения свидетельствуют о поворотах в тенденциях хозяйственного развития.

Профессиональное занятие бизнесом требует, прежде всего, умения оценивать все возможные варианты финансовых последствий при совершении любой сделки. Последние десятилетия мировая экономика регулярно попадает в водоворот финансовых кризисов. 1987, 1997, 2008 чуть не привели к коллапсу существующей финансовой системы, именно поэтому ведущие специалисты начали разрабатывать методы, с помощью можно контролировать неопределенность, господствующую в финансовом мире. Роль математических методов в экономике постоянно возрастает.

Одним из таких математических методов является метод Value at Risk. Наибольшая польза VAR заключается в наложении структурированной методологии для критического мышления о риске. Учреждения, которые

проходят через процесс вычисления VAR, вынуждены встать перед фактом их подверженности финансовым рискам и создать надлежащие функции управления риском.

Цель и задачи исследования. Цель работы заключается в исследовании метода Value at Risk применительно инвестиционного портфеля ценных бумаг и использование различных способов оценки данного метода, с помощью которых можно сделать вывод об инвестиционной привлекательности портфеля.

Для достижения поставленной в дипломной работе целей нами поставлены и решены следующие задачи:

- Изучены базовые понятия финансовой математики
- Изучены основные виды ценных бумаг
- Рассмотрены основные теоретические модели оценивания ценных бумаг
- Сделан выбор теоретической модели
- Рассмотрены метода оценки Value at Risk
- Разработана программа на основе методов оценки Value at Risk

Объект и предмет исследования. Объектом дипломного исследования является инвестиционный портфель, основанный на акциях одного из банков Российской Федерации. Предметом исследования выступает методология метода Value at Risk и решение задачи средствами ЭВМ.

Методы исследований. В работе используются методы математического анализа, финансового анализа, методы теории вероятности. Программа написана на языке C++.

Теоретическая база исследования. Дипломная работа написана на основе литературы по финансовому анализу, монографий и учебно-практических пособий по финансовой математике, статей в научных журналах. Список библиографических источников представлен в заключении работы.

Структура работы. Дипломная работа состоит из введения, 3 разделов, заключения, списка литературы и приложений.

В первом разделе дано определение рынку ценных бумаг, свойства и классификация, рассмотрены основные виды ценных бумаг.

Рынок ценных бумаг - это экономические отношения между участниками рынка по поводу выпуска и обращения ценных бумаг. Рынок ценных бумаг находится в постоянном развитии, и, непосредственно, связан с ростом мировой экономики.

Основными индикаторами являются обобщающие показатели состояния рынка и динамики, иными словами, фондовый индекс. Есть три математических способа составления индекса:

1. Среднеарифметический метод

С помощью метода среднеарифметической индекс рассчитывается путем сложения цен всех наименований входящих в него акций:

$$L_{cp} = \sum_{n=0}^n P_i$$

2. Средневзвешенный метод

Метод заключается в умножении цены акции на количество выпущенных акций, деленного на общее количество акций N , входящих в индекс и сложении результатов.

$$L_{cv} = \sum_{n=0}^n P_i \frac{N_i}{n}$$

3. Метод средней стоимости

Метод основан на предположении, что инвесторы вкладывают одинаковую сумму в каждую ценную бумагу. При расчете по этому методу, как и по среднеарифметическому, берутся только цены акций, но затем они перемножаются между собой и из результата извлекается корень n -ной степени.

$$L_{cs} = \sqrt[n]{P_1 * P_2 * \dots * P_n}$$

Классификация ценных бумаг

1. По праву предъявления
2. По принадлежности к долгу
3. По срокам
4. По статусу эмитента

К ценным бумагам относятся:

- вексель;
- облигация;
- чек;
- коносамент;
- акция;

Далее, в разделе рассматриваются основные ценные бумаги.

Во втором разделе приводятся теоретические методы оценивания акций. Основой для оценки акций служит определение их стоимости как финансового инструмента, способного приносить прибыль его владельцу. К способам извлечения прибыли относятся получение дивидендов и рост стоимости акции, связанный с улучшением финансовых показателей компании, расширением ее бизнеса и увеличением стоимости активов.

Существует несколько теоретических моделей оценки акций: модель дисконтирования дивидендов, модель Гордона, Модель Блека-Шоулса.

Основой для оценки акций служит определение их стоимости как финансового инструмента, способного приносить прибыль его владельцу. К способам извлечения прибыли относятся получение дивидендов и рост стоимости акции, связанный с улучшением финансовых показателей компании, расширением ее бизнеса и увеличением стоимости активов.

В модели дисконтирования дивидендов есть следующие условия. Пусть в исходный момент времени $t=0$ цена акции составляла P_0 . По прошествии холдингового периода цена акции возросла до P_i и владельцу акции выплачивается дивиденд в размере D_1 , тогда доходность k акции:

$$k = \frac{P_1 - P_0 + D}{P_0}$$

Формула дисконтирования позволяет утверждать, что приведенная стоимость акции PV (определяет цену акции в исходный момент времени) может быть представлена в виде:

$$PV = P_0 = \frac{D_1}{1+k_1} + \frac{D_2}{(1+k_2)^2} + \dots + \frac{D_n}{(1+k_n)^n}$$

Данная модель предполагает, что заданы прогнозируемые величины денежных потоков D_1 и ставок дисконта k_1 на n лет вперед, что делает задачу вычисления практически невыполнимой.

Поэтому для построения приемлемой математической модели необходимо пойти на ряд существенных допущений и упрощений:

1)

$$k_1 = k_2 = \dots = k$$

2) Любая величина $D_t = D_1 * (1 + g_t)$, где g_t – ставка прироста ежегодных выплат в год t ,

Наиболее простая модель оценки стоимости акции предложена американским экономистом Майроном Гордоном в 1962 г. Для ее построения Гордон пошел на другие упрощения:

1)

$$PV = P_0 = \frac{D_1}{1+k} + \frac{D_2}{(1+k)^2} + \dots + \frac{D_n}{(1+k)^n}$$

2)

$$D_2 = D_1 * (1 + g)$$

$$D_3 = D_2 * (1 + g) = D_1 * (1 + g)^2$$

$$D_4 = D_3 * (1 + g) = D_2 * (1 + g)^2 = D_1 * (1 + g)^3$$

...

Тогда:

$$PV = P_0 = \frac{D_1}{1+k} + \frac{D_1 * (1+g)}{(1+k)^2} + \frac{D_1 * (1+g)^2}{(1+k)^3} + \dots$$

Согласно модели Гордона приведенная стоимость акции P_0 определяется делением величины ожидаемого по результатам текущего года дивиденда D_1 на разность между рыночной ставкой капитализации k и ожидаемой ставкой прироста дивиденда g .

Модель Гордона дает возможность быстрой оценки текущей стоимости акций, однако, необходимо иметь в виду следующие обстоятельства: модель предполагает дисконтирование поступающих дивидендов вплоть до бесконечности.

Модель Блека-Шоулса рассматривает идеализированную модель финансо-

вого рынка. В случае дискретного времени их цены образуют последовательности, обозначаемый S_n и b_n , $n = 0, 1, \dots$. Безрисковость облигации выражена в том, что доходность вложения в облигацию за единицу времени фиксирована и равна r . Получаем, $\frac{\Delta b_n}{b_{n-1}} = r$, и $b_n = b_0(1+r)^n$, где $\Delta b_n = b_n - b_{n-1}$, и b_0 - цена одной облигации. Для удобства, $b_0 = 1$. В отличие от облигации

доходность акции P_n изменчива, то есть $\frac{\Delta S_n}{S_{n-1}} = P_n$, $\Delta S_n = S_n - S_{n-1}$, S_0 начальная цена одной акции. Описанная модель называется математической моделью финансового (b,S)-рынка.

На финансовом рынке, кроме акций и облигаций, можно формировать производные ценные бумаги. Общей чертой производных ценных бумаг - оттянутая выплата f_N или же, иными словами, платежные обязательства. Основной проблемой является нахождение цены такого обязательства в любой момент времени. Ключевым элементом является хеджирование платежных обязательств.

Портфель π называется хеджем для f_N , если $X_n^\pi \geq f_n$ (при любом возможном поведении рынка). Минимальным называется такой хедж π^* , что для любого n , для любого хеджа π при любом возможном поведении рынка $X_n^\pi \leq X_n^{\pi^*}$. Считаем ценой обязательства f_N начальный капитал минимального хеджа $X_0^{\pi^*}$.

Платежное обязательство f_N является функцией от случайных величин. Оценкой (прогнозом) в момент времени n считаем условное математическое ожидание на основе текущей информации.

Стандартный процесс - процесс, который можно описать с помощью стохастического интеграла:

$$dX_t = a(\omega, t)dt + b(\omega, t)dB_t$$

причем a, b - предсказуемые, измеримые и

$$P\left(\int_0^T |a(\omega, s)| ds < \infty\right) = 1$$

и

$$P\left(\int_0^T |b(\omega, s)|^2 ds < \infty\right) = 1$$

Формула Ито для стандартных процессов:

$$dY_t = f_{dt} + f_x dX_t + \frac{1}{2} f_{xx} dX_t \bullet dX_t,$$

Цена акции меняется

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dB_t$$

Капитал портфеля:

$$V_t = \alpha_t S_t + \beta_t b_t$$

Портфель должен удовлетворять условию самофинансирования, т.е. изменение его цены может быть обусловлено лишь изменением цен акций и облигаций:

$$dV_t = \alpha_t dS_t + \beta_t db_t$$

Так как - стандартный процесс, то используя формулу Ито получим:

После ряда преобразований получаем дифференциальное уравнение Блэка-Шоулза:

$$f_t = \frac{-1}{2} \sigma^2 x^2 f_{xx} - rxf_x + rf, \quad f(T,x) = h(x)$$

При этом инвестиционный портфель, использованный для вывода уравнения Блэка-Шоулза не всегда свободен от риска. Безрисковость наблюдается на бесконечно малых промежутках времени.

В третьей части рассматривается метод Value at Risk. В основе метода VaR лежат статистические методы, включающие анализ распределения вероятностей всех возможных величин потерь, характеризующих изменение различных рыночных факторов.

VaR - выражает оценку максимальных потерь в стоимости, ожидаемых в течение заданного периода времени с заданной вероятностью, по данному портфелю (финансовому инструменту) под воздействием рыночных факторов риска, т.е. концептуально VaR определяется тремя факторами:

- 1) Временным горизонтом (заданный период времени)
- 2) Ассоциацией с вероятностью
- 3) Фактической величиной в денежном выражении

Классическими подходами к оценке VaR считаются:

- 1) метод исторического моделирования,
- 2) метод параметрической оценки,
- 3) метод имитационного моделирования (метод Монте-Карло).

Метод исторического моделирования основан на неизменности исторического совместного распределения факторов риска и доходности портфеля активов в течение ближайшего будущего периода. Вычисление VaR предполагает прохождение следующих этапов.

На первом этапе определяются основные факторы риска, влияющие на рыночную стоимость актива (портфеля активов).

На втором этапе сначала выбирается глубина ретроспективы или исторический период (например, t рабочих дней), а затем фиксируются реальные наблюдаемые значения факторов риска и их изменения в течение каждого рабочего дня (другого единичного периода) на протяжении всего исторического периода.

На третьем этапе метода на основе наблюдаемых изменений факторов риска за каждый единичный период времени прогнозируются гипотетические (возможные) значения таких факторов и на этой основе вычисляются

гипотетические изменения стоимости актива (портфеля активов).

Дельта-нормальный метод расчета VAR (параметрический метод) предназначен для оценки рыночного риска и ряда других рисков. В основе метода лежит предположение о нормальном распределении доходностей отмеченных факторов риска. Распределение доходностей любых инструментов, являющихся линейными комбинациями факторов риска также оказывается нормальным распределением.

Величина доходности актива за наблюдаемый период может быть представлена следующим образом:

$$I_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \approx \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \sim N(\mu, \sigma^2)$$

Наибольший убыток за период t вследствие падения цены актива с заданной вероятностью $1 - \alpha$ может произойти в том случае, если цена актива в конце периода составит величину

$$P_t = P_{t-1} e^{\mu - k_{1-\alpha} \sigma}$$

Можно определить наибольшее изменение цены актива VAR за период t с доверительной вероятностью $1 - \alpha$

$$VAR = P_{t-1} (e^{\mu - k_{1-\alpha} \sigma} - 1) \approx P_{t-1} (\mu - k_{1-\alpha} \sigma)$$

Последнее приближение справедливо при малых σ . Таким образом, зная текущую стоимость актива P_{t-1} , ожидаемую его доходность μ и волатильность σ за горизонт расчета VAR, можно найти значение рискованной стоимости капитала VAR с временным промежутком t и доверительным интервалом $1 - \alpha$.

Уровень доверительной вероятности, можно положить, 90%, 95%, 97,5% и 99%.

Волатильность актива можно оценить по формуле оценки стандартного отклонения, измеряющего степень разброса значений случайной величины относительно ожидаемого значения:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (I_i - \mu)^2}{n - 1}}$$

Сущность подхода, основанного на модели ценообразования опционов заключается в использовании фактически сложившихся цен опционов на активы и модели Блека-Шоулса ценообразования опционов для вычисления предполагаемой волатильности, отражающей не прошлую динамику цен, а сегодняшние ожидания участников финансовых рынков.

Метод Conditional Value At Risk более консервативен по сравнению с VaR, поскольку значение показателя для одного и того же будет выше.

Достоинством CVaR является то, что он позволяет учитывать возникновение больших потерь, возможных с малой долей вероятности. Т.о. VaR показывает наиболее вероятную величину риска, а CvaR характеризует

максимально возможный размер потерь. Недостатком CVaR является невозможность учета рисков с течением времени.

Показатель CvaR определяется как условное математическое ожидание величины потерь при условии $X > q$:

$$\text{CVaR}(X) = E(X | X > q)$$

Четвертый раздел представляет собой практическую часть. В разделе представлено описание программы рассчитывающее применение метода VAR к формированию инвестиционного портфеля ценных бумаг.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Во время подготовки дипломного проекта были изучены теоретические модели оценивания акций, а именно, модель Гордона, модель Блэка-Шоулза, которые легли в основу метода VaR. Программно были реализованы классические подходы к оценке VaR: метод параметрической оценки и метод Монте-Карло и на основе выходных данных был сделан вывод о инвестиционной привлекательности портфеля ценных бумаг.

