

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра компьютерной физики и метаматериалов  
на базе Саратовского филиала  
Института радиотехники и электроники  
им. В.А. Котельникова РАН

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

**«ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА УСТАНОВЛЕНИЯ  
ИНВАРИАНТНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ  
В ДИСКРЕТНЫХ ХАОТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ»**

студента 4 курса физического факультета  
направления подготовки 03.03.02 «Физика»  
физического факультета СГУ имени Н.Г. Чернышевского  
**Косовского Виталия Владиславовича**

Научный руководитель

заведующий кафедрой

компьютерной физики и метаматериалов,

д.ф.-м.н. профессор \_\_\_\_\_ В.М. Аникин

(подпись, дата)

Саратов

2016 год

**Актуализация работы.** В выпускной квалификационной работе рассматривается интересный теоретический вопрос об установлении в дискретной динамической системе, демонстрирующей хаотическое поведение, инвариантного распределения, несколько иначе говоря, изучается вопрос о сходимости под действием соотнесенного с хаотической системой оператора Перрона-Фробениуса начального равномерного распределения к инвариантному.

Рассмотрены два класса динамических систем и, соответственно, два подхода к решению данной проблем 1) квадратическое отображение и найденное аналитическое решение задачи; 2) отображение Гаусса и найденное аналитико-численное решение проблемы.

**Предмет исследования** – отображения, демонстрирующие хаотическое поведение.

**Цель выпускной квалификационной работы** – аналитическое и численное выявление закономерностей установления инвариантного распределения в дискретных динамических системах, демонстрирующих хаотическое отображение. Объект исследования оператор Перрона-Фробениуса, соотнесенный с хаотическим отображением.

**Задачи работы:**

1. Вывод аналитических соотношений для закона преобразования вероятностных плотностей, описывающих распределение дискретных величин на отдельных шагах итерации хаотических отображений, под действием оператора Перрона-Фробениуса.

2. Демонстрация наличия функционального предела для итераций вероятностных распределений – наличие инвариантного распределения на примере логистического отображения.

3. Численное исследование сходимости инвариантного распределения для задачи Гаусса с помощью одной из математических систем символьных вычислений.

## Содержание работы.

### Глава 1. Трансформационные свойства квадратических отображений.

1.1 Оператор Перрона-Фробениуса для кусочно-линейных отображений.

1.1.1 Определение оператора Перрона-Фробениуса.

1.1.2 Сдвиг Бернулли (Bernoulli shift).

1.1.3 Пирамидальное отображение (Tent map).

1.1.4 Пилообразное отображение общего вида.

1.2 Сопряженное отображение.

1.2.1 Определение топологического сопряжения.

1.2.2 Вид сопряженного отображения.

1.2.3 Инвариантная плотность сопряженного отображения.

1.2.4 Логистическое отображение (Улама – фон Неймана).

1.2.5 Полиномы Чебышева как сопряженное отображение.

1.2.6 Связь полиномов Чебышева с отображением Улама – фон Неймана.

1.3 Трансформационные свойства оператора Перрона-Фробениуса квадратичных отображений.

Глава 2. Трансформационные свойства оператора Перрона-Фробениуса для отображения Гаусса.

2.1 Отображение и задача Гаусса.

2.1.1 Генезис отображения Гаусса.

2.1.2 Фундаментальные интервалы отображения Гаусса.

2.1.3 Инвариантные законы для отображения Гаусса 26

2.2 Оператор Перрона-Фробениуса отображения Гаусса.

2.3 Теоретические решения задачи Гаусса.

2.4. Разложение инвариантной плотности по полиномам Бернулли.

2.5 Численные исследования сходимости к инвариантному распределению.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе аналитически (для квадратичных отображений) и для отображений Гаусса (аналитическими и численными расчетами) показана сходимость преобразований (под действием оператора Перрона-Фробениуса) исходного вероятностного распределения к инвариантной плоскости. Это подтверждает эргодические и перемешивающие свойства данных отображений.

В случае квадратичных отображений сходимость к инвариантному распределению определяется первым замечательным пределом.

В случае отображения Гаусса при разложении инвариантной плотности в ряд по неортогональным полиномам Бернулли (по формуле Эйлера-Маклорена) выявляется роль линейной и нелинейных составляющих в структуре инвариантной плотности.

Численное исследование сходимости равномерного распределения к инвариантной плотности отображения Гаусса (решение знаменитой задачи Гаусса для первой истории динамической системы теории чисел) в настоящее время достигается применением математических пакетов символьных вычислений. В частности, возникает идея о нахождении констант для классических решений задачи Гаусса Р.О. Кузьминым, П. Леви, К.И.Бабенко, Э. Вирсингом, Д. Майером из результатов компьютерных опытов, а также к оценке второго собственного числа для оператора Перрона-Фробениуса для отображения Гаусса – новой фундаментальной константы.