Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра Математической экономики

Поведенческие математические модели портфельной оптимизации и их решение в средеMATLAB

АВТОРЕФЕРАТ ДИПЛОМНОЙ РАБОТЫ

Студенки 6 курса 641 группы

направления (специальности) 080801- Прикладная информатика (в экономике)

механико-математического факультета

Боцман Анастасии Сергеевны

Научный руководитель

к.э.н., доцент __________________ Варюхин А.М.

Заведующий кафедрой

д.ф-м.н., профессор __________________ Дудов С.И.

Саратов 2016 год

Введение.

Актуальность. Финансовый рынок постоянно развивается и роль различных методов оптимизации портфеля ценных бумаг так же возрастает. Основными характеристиками финансовых инструментов является их доходность и риск. Поэтому главной задачей инвестора является получение максимальной прибыли с наименьшим для него риском. Для достижения этой цели используется аппарат математического моделирования. Однако возникает вопрос, о том насколько точно модель учитывает факторы, влияющие на поведение инвестора в различных ситуациях. Из этого следует, что весьма актуально исследование методов оптимизации инвестиционного портфеля в условиях неопределённости и риска, учитывая поведение инвестора.

Объектом исследования в дипломной работе являются поведенческие математические модели портфельной оптимизации и их решение в среде MATLAB. Поведенческий подход позволяет инвестору шире взглянуть на проблему портфельной оптимизации, а среда MATLAB в свою очередь облегчает решение.

Целью дипломной работы является увеличение эффективности процесса управления портфелем ценных бумаг на основе использования инвестиционной стратегии, построенной с использованием поведенческих экономико-математических моделей портфеля.

Краткая характеристика материалов исследования. Теоретическую и методологическую базу исследования составляют научные труды современных российских и зарубежных ученых по оптимизации портфеля ценных бумаг, теории поведенческих финансов, математического моделирования в среде MATLAB .

Описание структуры работы. Впускная квалификационная работа состоит из введения, трёх глав, заключения списка использованных источников и двух приложений. Работа изложена на 69 страниц печатного текста, содержит 11 рисунков, 5 таблиц, библиография содержит 20 наименований.

Глава 1 Предпосылки возникновения и основы поведенческой портфельной теории.

Глава 2 Оптимизационные портфельные модели, основанные на функции полезности Канемана-Тверски, и алгоритмы их решения.

Глава 3 Решение задачи Канемана-Тверски с ограничением на уровень волатильности функции полезности в среде GlobalOptimizationToolbox MatLab.

Формулировки научной новизны, научной значимости работы.В результате проведенных исследований удалось не только решить задачу максимизации среднего значения функции Канемана-Тверски с ограничением на уровень волатильности функции полезности, но и установить закономерности влияния на результаты решения положения референтной точки и величины правой части ограничения, а также установить связь между оптимальными значениями целевой функции и ожидаемой доходностью портфеля по Марковицу.Это, безусловно, представляет определенный научный интерес.

Основное содержание работы.

Практическое использование классической портфельной теории, успешное развитие которой наблюдалось последние 60 лет, вызывает все больше критики, как у ученых экономистов, так и у практиков трейдеров. Выявленные фундаментальные ограничения и недостатки классической портфельной теории не позволяют эффективно использовать ее при принятии практических инвестиционных решений.

Принципиальным выходом из сложившейся ситуации является подход, построенный на учете и анализе иррациональных поведенческих механизмов деятельности инвесторов (поведенческие финансы). Одним из наиболее развитых и формализованных направлений поведенческих финансов является теория перспектив Канемана-Тверски, на которой сосредоточеноосновное внимание в данной работе.

На этой теоретической основе в можно предложить формальные постановки задач определения оптимального портфеля ценных бумаг с целевой функцией, представляющей собой среднее значение функции полезности Канемана-Тверски, с различными вариантами ограничений. В качестве основной выбрана задача с ограничением на уровень волатильности функции полезности, которая практически ранее не исследовалась.

Задача имеет следующий вид:

$$\max_x Ucp(x), \qquad (1)$$

Необходимо найти (1) при следующих ограничениях:

$$\sum_{i=1}^{N} x(i) = 1, \qquad (2)$$

$$\sigma_U = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{T}(U(j) - Ucp)^2}{T}} <= \sigma_U^{огр}, \qquad (3)$$

$$a(i) \le x(i) \le b(i), i = \overline{1,N}. \qquad (4)$$

где:

$Ucp(x) = \frac{\sum_{j=1}^{T} U(j)}{T}$;

T —число периодов времени;

$$U(J) = \begin{cases} \left(\sum_{i=1}^{N} r(i,j) \cdot x(i) - r_0\right)^{alfa}, & \text{при } \sum_{i=1}^{N} r(i,j) \cdot x(i) - r_0) \geq 0 \\ -lambda \cdot \left(r_0 - \sum_{i=1}^{N} r(i,j) \cdot x(i)\right)^{beta}, & \text{при } \sum_{i=1}^{N} r(i,j) \cdot x(i) - r_0) < 0 \end{cases}$$

функция полезности в момент времени j.

$alfa = 0{,}88$ – коэффициент избегания риска на положительной части функции полезности;

$beta = 0{,}88$ – коэффициент избегания риска на отрицательной части функции полезности;

$lambda$ = 2,25 – коэффициент избегания потерь;

$r_0 \in (\min r_{i,j}, \max r_{i,j})$ - граница доходности портфеля, выше, которой мы считаем, что получаем прибыль.

N– число акций в портфеле;

$x(i), i = 1, N$ – доляi-ой акции в портфеле;

σ_U – среднеквадратическое отклонение(волатильность) значений функции полезности;

$\sigma_U^{огр}$ – задаваемый уровень волатильности;

$a(i) \geq 0, b(i) \leq 1, i = \overline{1, N}$ - нижние и верхние границы инвестиций в ценные бумаги;

Исходя из того, что для сильно нелинейной целевой функции нельзя использовать регулярные методы оптимизации, для решения задачи (1)-(4) использовались эвристические алгоритмы, реализованные в среде MatLab (генетический алгоритм -GAи алгоритм поиска по образцам- PS)

В среде MatLab были разработаны соответствующие скрипты, используя которые было осуществлено решение поставленной задачи и ее исследование для исходной матрицы доходности 32 актива в 290 периодов времени.

Прежде всего, исследуем влияние значения параметровr_0 , $\sigma_U^{огр}$на результат решения задачи.

Исследование влияние положения референтной точки $\mathbf{r_0}$ на результаты решения оптимизационной задачи.В результате расчетов был определен потенциально-возможный диапозон значений $0.778 < r_0 < 1.653$. Зададим следующее значение ограничения (3)$\sigma_U = 0.068$ и начнем решать задачу оптимизации при значении r_0 , начиная с окрестностей правой границы1.653 двигаясь к левой границе 0.778. Результаты представлены в таблице 1.

Таблица 1- Результаты исследования решений оптимизационной задачи (1)-(4): исходные данные 290 X 32, ограничение на волатильность функции полезности $\sigma_U^{\text{огр}} = 0.068$.

Референтная точка: $0.778 < r_0 < 1.653$	Решение генетический алгоритм GA$maxU_{\text{ср}}$	Решение алгоритм поиска по образцам PS $maxU_{\text{ср}}$	Время GA, сек.	Время PS, сек.
$r_0 = 1.0040$	Нет решения	Нет решения	-	-
$r_0 = 1.0030$	Нет решения	Нет решения	-	-
$r_0 = 1.0025$	-0.011014010300021	Нет решения	23.20	-
$r_0 = 1.0020$	-0.012334916326971	-0.010166072499047	18.45	12.68
$r_0 = 1.0015$	-0.011963296816236	-0.009074274636053	18.22	22.6
$r_0 = 1.0010$	-0.008779029794381	-0.007886286085066	19.8	56.2
$r_0 = 1.0009$	-0.009513540493217	-0.007745057348446	20.25	32
$r_0 = 1.00089$	-0.008610132514287	-0.007709791699376	20.2	48.7
$r_0 = 1.0008$	-0.007870921506193	-0.007531778461430	18.2	37.6
$r_0 = 1.000$	-0.007471010672044	-0.006128038661580	18.1	43.1
$r_0 = 0.998$	-0.004842844087930	-0.002059238180994	20.3	53.3
$r_0 = 0.995$	0.001351444941707	0.001399829662873	19.9	19.4
$r_0 = 0.99$	Нет решения	0.011763920835592	-	20.1
$r_0 = 0.95$	Нет решения	Нет решения	-	-
$r_0 = 0.90$	Нет решения	Нет решения	-	-

Как видно из таблицы 1 область значений r_0, в которой существует решение задачи, существенно уже потенциально возможной области. Для алгоритма GA- это [0.995, 1.0025], а для алгоритма PS [0.99, 1.002].При этом алгоритм GA находит решение при более высоком значении r_0 , чем алгоритмPS, но алгоритм поиска по образцам получает решение при боле низком значении r_0. При движении от больших значений r_0 к меньшим оптимальное среднее значение растет для PS постоянно во всех исследуемых точках, а для GAпочти постоянно, кроме r_0=1.0009.

Поэтому, наилучшие решения для GA и PS получаются на левых концах соответствующих диапазонов значений r_0, для которых существует решение задачи. При больших значениях r_0 целевая функции имеет отрицательное значение. Это означает, что инвестор воспринимает получаемое решение как нежелательное. Сдвигая референтную точку в область низких значений, мы стремимся получить положительные значения целевой функции, а значит повысить уровень удовлетворенности инвестора.

Для обоих методов оптимизации в точке $r_0 = 0.995$ целевая функция выходит в область положительных значений. Наилучшее решение $maxU_{\text{ср}} = 0.011763920835592$ нами было получено с помощью алгоритма PS при $r_0 = 0.99$. В дальнейшем будем использовать это значение для поиска оптимального портфеля.

Исследование влияние правой части ограничения (3) на результаты решения оптимизационной задачи..Будем зондировать решения вокруг точки 0.068. При этом, будем стараться найти минимально возможное и экономически целесообразное значение правой части ограничения $\sigma_U^{\text{огр}}$. Результаты расчетов представлены в таблице 2 и на рисунках 1 и 2 .

Таблица 2 - Результаты исследования решений оптимизационной задачи (1)-(4): исходные данные 290 x 32, референтная точка $r_0 = 0.99$

Правая часть ограничения $\sigma_U^{огр}$	Решение алгоритм поиска по образцам PS $maxU_{ср}$	Ожидаемая доходность оптимального портфеля q
0.071	0.007940	1.0042
0.070	0.011434	1.0049
0.069	0.011610	1.0049
0.068	0.011764	1.0050
0.067	0.012043	1.0050
0.066	0.014233	1.0057
0.065	0.012305	1.0047
0.064	0.011921	1.0045
0.063	0.011084	1.0041
0.062	0.011066	1.0039
0.061	0.011033	1.0038
0.060	0.011003	1.0036
0.059	0.010802	1.0034
….	….	….
0.055	нет решения	-

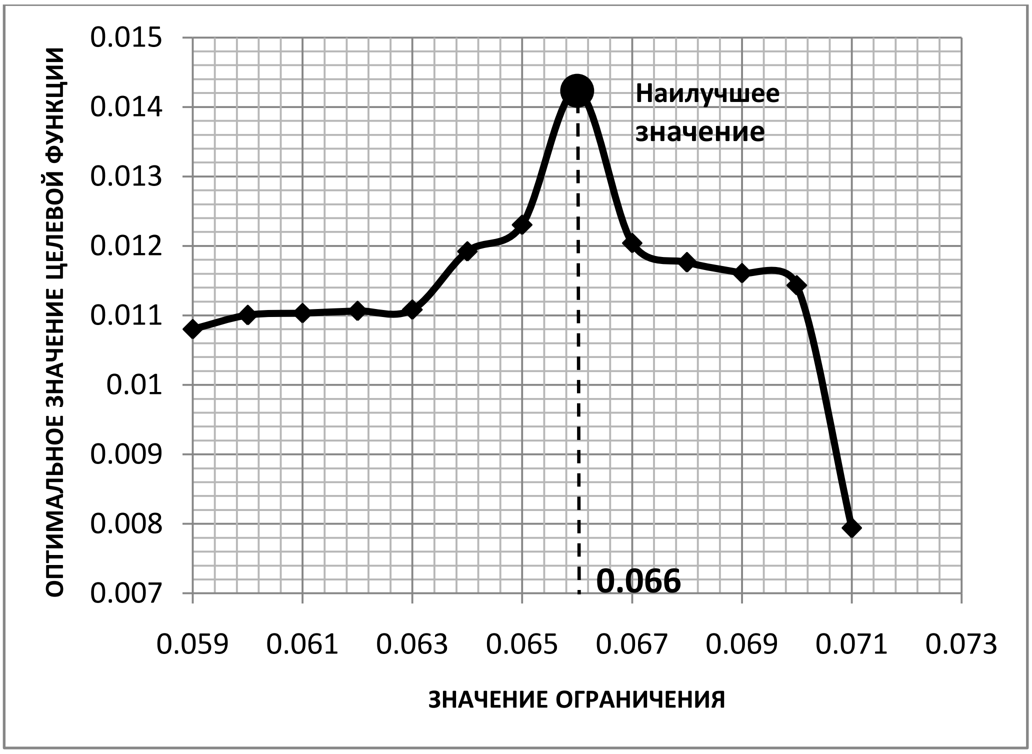

Рисунок1- График зависимости оптимального значения целевой функции от значения правой части ограничения

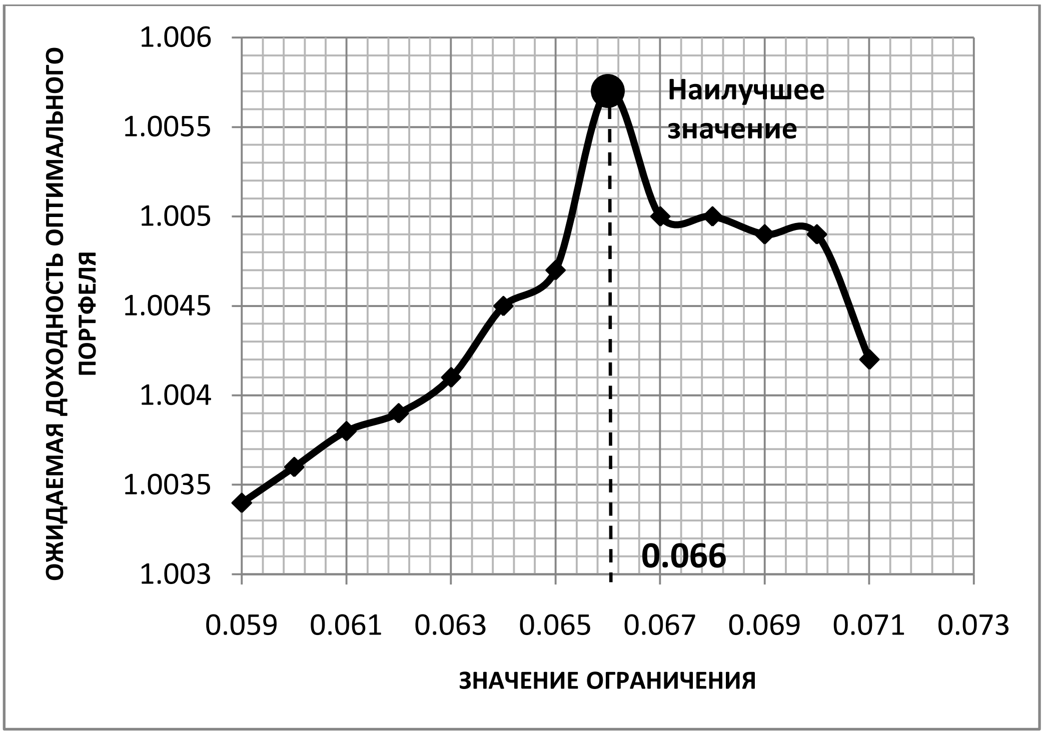

Рисунок 2 - График зависимости значения ожидаемой доходности портфеля от значения правой части ограничения

В соответствии с таблицей 2 и рисунками 1 и 2, что призначении $\sigma_U^{\text{огр}} = 0.066$ достигаются максимумы целевой функции и величины ожидаемой доходности портфеля. Коэффициент корреляции между оптимальным значениями целевой функции задачи (1)-(4) при разных значениях правой части ограничения (3) и соответствующими значениями ожидаемой доходности портфеля равно 0.62 , что является подтверждением тесной связи задачи максимизации среднего значения функции полезности и задачи максимизации ожидаемой доходности портфеля.

Решение оптимизационной задачи при $\mathbf{r_0 = 0.99}$, $\boldsymbol{\sigma_U^{\text{огр}} = 0.066}$ и оценка статистических свойств полученного решения.Графический результат решения представленв соответствии с рисунком 3. В соответствии с рисунком 3 реально из 32 активов в портфель целесообразно включить всего 12 ценных бумаг.

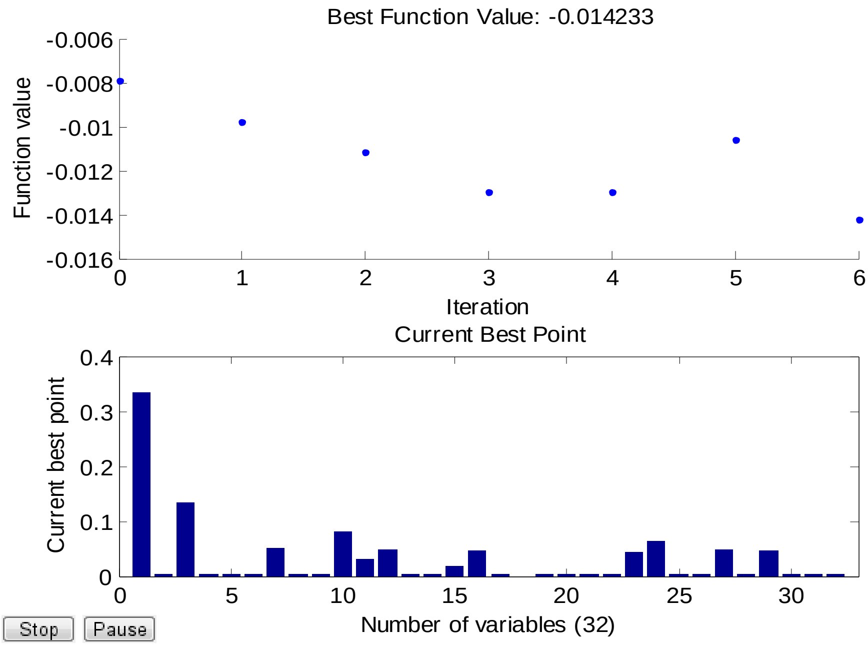

Рисунок 3 - Оптимальный портфель при $r_0 = 0.99, \sigma_U^{\text{огр}} = 0.066$

Решение задачи можно представить как случайную величину U_t , которая имеет среднее значение равное значению целевой функции и средне квадратическое отклонение задаваемое правой частью ограничения (22).

Гистограмма распределения случайной величины U_t имеет следующий вид в соответствии с рисунком 4.

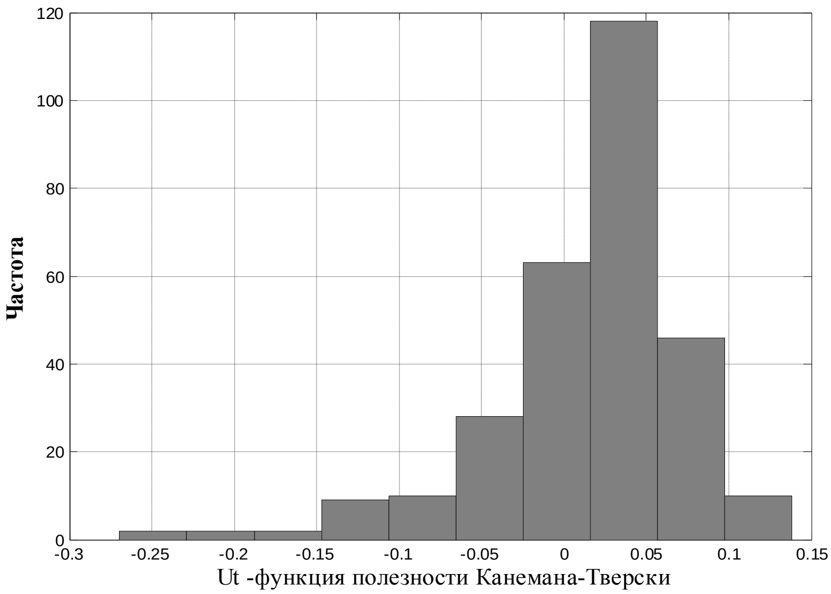

Рисунок 4 - Гистограмма распределения функции полезности Канемана-Тверски, являющейся решением оптимизационной задачи.

По внешнему виду этой гистограммы видно, что ее теоретической аппроксимацией может быть нормальный закон распределения с параметрами $U_{\text{ср}} = 0.014233$ и $\sigma = 0.066$в соответствии с рисунком 5.

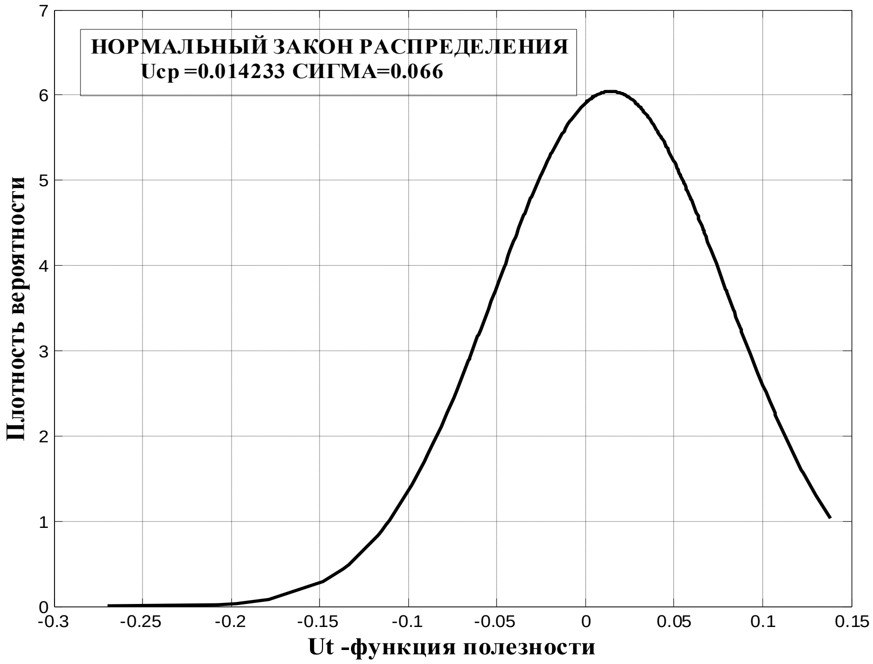

Рисунок 5 - Нормальный закон распределения аппроксимирующий статистическое распределение функции полезности Канемана-Тверски.

Заключение.

Вработе были получены следующие теоретические и практические результаты:

- проведен анализ состояния и перспектив развития теории портфельного инвестирования, исследовала причины возникновения и историю теории поведенческих финансов. Так же были исследованы основные концепции и модели теории, рассмотрены основные постулаты поведенческой теории перспектив и проанализированы основные свойства функции полезности Канемана-Тверски, которая формализует постулаты теории перспектив;

- сформулированы задачи оптимизации портфеля ценных бумаг с целевой функцией, базирующейся на функции полезности Канемана-Тверски, с различными ограничениями и рассмотрены эвристические методы оптимизации(генетический алгоритм, алгоритм поиска по образцам) как основа их решения;

- обоснована целесообразность и возможность использования MatLabдлярешения оптимизационной задачи с целевой функцией Канемана-Тверски с ограничением на уровень волатильности функции полезности и разработаны программы ее решения в среде MatLab.

- проведено исследование влияния положения референтной точки и правой части ограничения на результаты решения задачи, проведены расчеты оптимального портфеля для конкретных данных о доходности ценных бумаг.

В ходе исследования были получены результаты, которые являются теоретически обоснованными и несут в себе практическую ценность разработанного информационно-программного инструментария.