

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математической экономики

ПРИКЛАДНАЯ ОБРАБОТКА ДИНАМИЧЕСКИХ РЯДОВ ДАННЫХ
ОБ ОБЪЁМЕ РЕАЛИЗАЦИИ ТОВАРА И ЦЕНАХ

АВТОРЕФЕРАТ ДИПЛОМНОЙ РАБОТЫ

студента (ки) ___ 4 ___ курса ___ 450 ___ группы
специальности 080801 – Прикладная информатика (в экономике)
механико-математического факультета
___ Ваймер Юлии Владимировны ___

Научный руководитель

доцент, к.ф.-м.н., доцент

И. Ю. Выгодчикова

Зав.кафедрой

профессор, д.ф.-м.н., профессор

С. И. Дудов

Саратов 2016

Введение

Математическое моделирование по временным рядам возникло с аппроксимации множества экспериментальных точек на плоскости гладкой линией. Эмпирические данные, как правило, задаются числовыми рядами значений двух величин: независимой и зависимой, каждая из которых кроме определенной регулярной составляющей может содержать и случайные составляющие самой различной природы, обусловленные как статистической природой изучаемых процессов, так и внешними факторами процессов измерений и преобразования данных (шумы, помехи, ошибки измерений).

Задача выявления такой закономерности относится к числу неопределенных и неоднозначных, результат которой зависит от трех основных субъективных факторов:

выбора меры близости зависимой переменной к искомой функции и метода построения приближения (параметров математической модели);

выбора подходящего класса функции аппроксимации (например, степенной, тригонометрической), отвечающего физической природе моделируемого процесса;

метода оптимизации порядка модельной функции или числа членов ряда аппроксимирующего выражения.

Отсюда следует, что оптимальная аппроксимация может быть обеспечена только достаточно гибкими интерактивными алгоритмами на основе многоэтапных итерационных процессов с возможностью коррекции на каждом этапе. Квадратичная мера реализуется в методе наименьших квадратов и обеспечивает максимальное правдоподобие функции приближения при нормальном распределении случайной составляющей зависимой переменной.

Мера наименьших модулей (метод Лагранжа) применяется при распределениях случайных составляющих зависимой переменной по

законам, близким к закону Лапласа (двустороннее экспоненциальное распределение). Такая мера соответствует площади между графиками эмпирических данных и функции аппроксимации, и, по сравнению с квадратической, является более устойчивой, в том числе при наличии случайных составляющих с большими амплитудами. Оценки по модулю получили название "робастных" (robust – устойчивый).

Минимаксная мера (мера Чебышева – минимизация максимального расхождения функции аппроксимации с данными) обеспечивает наилучшее приближение при равномерном распределении значений случайной составляющей, но не является устойчивой при наличии больших расхождений данных с функцией аппроксимации.

В работе рассматривается эконометрический анализ зависимости объёма продаж от времени, а также зависимости между объёмом продаж и ценами на продукцию. Приводится графическая и программная обработка данных.

Целью работы является применение экономико-математических методов и элементов программирования для разработки информационно-аналитической модели анализа и прогнозирования объёма продаж.

Задачами исследования являются:

представление теоретических выводов для модели прогнозирования с использованием минимаксного критерия оптимизации и дополнительных условий качества исследуемого процесса,

изучение и применение элементов программирования для создания информационно-аналитических макетов и математических формул.

Основное содержание работы

Задача регрессионного анализа состоит в построении модели, позволяющей по значениям независимых показателей получать оценки значений зависимой переменной. Регрессионный анализ является основным средством исследования статистических зависимостей. Эту задачу рассмотрим в рамках самой распространенной в статистических пакетах классической модели линейной регрессии.

Линейная регрессия (теоретическое линейное уравнение регрессии) представляет собой линейную функцию между условным математическим ожиданием $M(y | t = t_i)$ зависимой переменной y (объем реализации товара за некоторый период) и объясняющей переменной t (к примеру, время или цена товара):

$$M(y | t = t_i) = a_0 + a_1 t_i$$

Принципиальной, в данном случае, является линейность по параметрам a_0, a_1 исследуемого уравнения.

Случайные отклонения неизбежно сопутствуют любому закономерному явлению. Для получения оценок коэффициентов регрессии минимизируется сумма квадратов ошибок регрессии. В программном пакете (к примеру, «Регрессия», «Пакета анализа», WsExcel) вычисляются статистики, позволяющие решить эти задачи.

Для отражения факта, что каждое индивидуальное значение y_i отклоняется от соответствующего условного математического ожидания, необходимо ввести в соотношение случайное слагаемое ε_i :

$$M(y | t = t_i) + \varepsilon_i = \beta_0 + \beta_1 t_i + \varepsilon_i.$$

Это соотношение называется *теоретической линейной регрессионной моделью*; β_0, β_1 - теоретическими параметрами (теоретическими коэффициентами) регрессии; ε_i - случайным отклонением.

В общем виде теоретическую линейную регрессионную модель будем представлять в виде

$$y = \beta_0 + \beta_1 t + \varepsilon.$$

Для определения значений теоретических коэффициентов регрессии необходимо знать и использовать все значения переменных t и y генеральной совокупности, что практически невозможно.

Таким образом, задачи линейного регрессионного анализа состоят в том, чтобы по имеющимся статистическим данным (t_i, y_i) , $i=1, 2, \dots, n$, переменных t и y :

- a) получить наилучшие оценки неизвестных параметров a_0, a_1 ;
- b) проверить статистические гипотезы о параметрах модели;
- c) проверить, достаточно ли хорошо модель согласуется со статистическими данными (адекватность модели данным наблюдений).

Следовательно, по выборке ограниченного объема мы сможем построить так называемое эмпирическое уравнение регрессии

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 t_i,$$

где \hat{y}_i - оценка условного математического ожидания $M(y | t = t_i)$;
 $\hat{\beta}_0 = a_0, \hat{\beta}_1 = a_1$ - оценки неизвестных параметров a_0, a_1 , называемые эмпирическими коэффициентами регрессии. следовательно, в конкретном случае

$$\hat{y}_i = a_0 + a_1 t_i$$

где отклонение ε_i - остатки (ошибки аппроксимации в наблюдениях).

Например, коэффициенты a_0, a_1 эмпирического уравнения регрессии могут быть оценены, исходя из условия минимизации одной из следующих сумм:

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i) = \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1 t_i); \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n |\varepsilon_i| = \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i| = \sum_{i=1}^n |y_i - a_0 - a_1 t_i|; \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1 t_i)^2; \quad (3)$$

$$\max_{i=1, n} |\varepsilon_i| = \max_{i=1, n} |y_i - \hat{y}_i| = \max_{i=1, n} |y_i - a_0 - a_1 t_i|. \quad (4)$$

В данной работе коэффициенты рассчитаны в программе Excel (с использованием традиционного метода наименьших квадратов (3)), а также с использованием задачи П.Л. Чебышёва, которая приводит к минимизации функции (4), решение этой задачи запрограммировано в wxmaxima.

Прогнозирование объёма продаж

Пусть $T = \{t_0 < t_1 < \dots < t_N\}$ - периоды, в которые зафиксированы значения объёма реализации товара $y_k = y(t_k)$, $k = \overline{0, N}$.

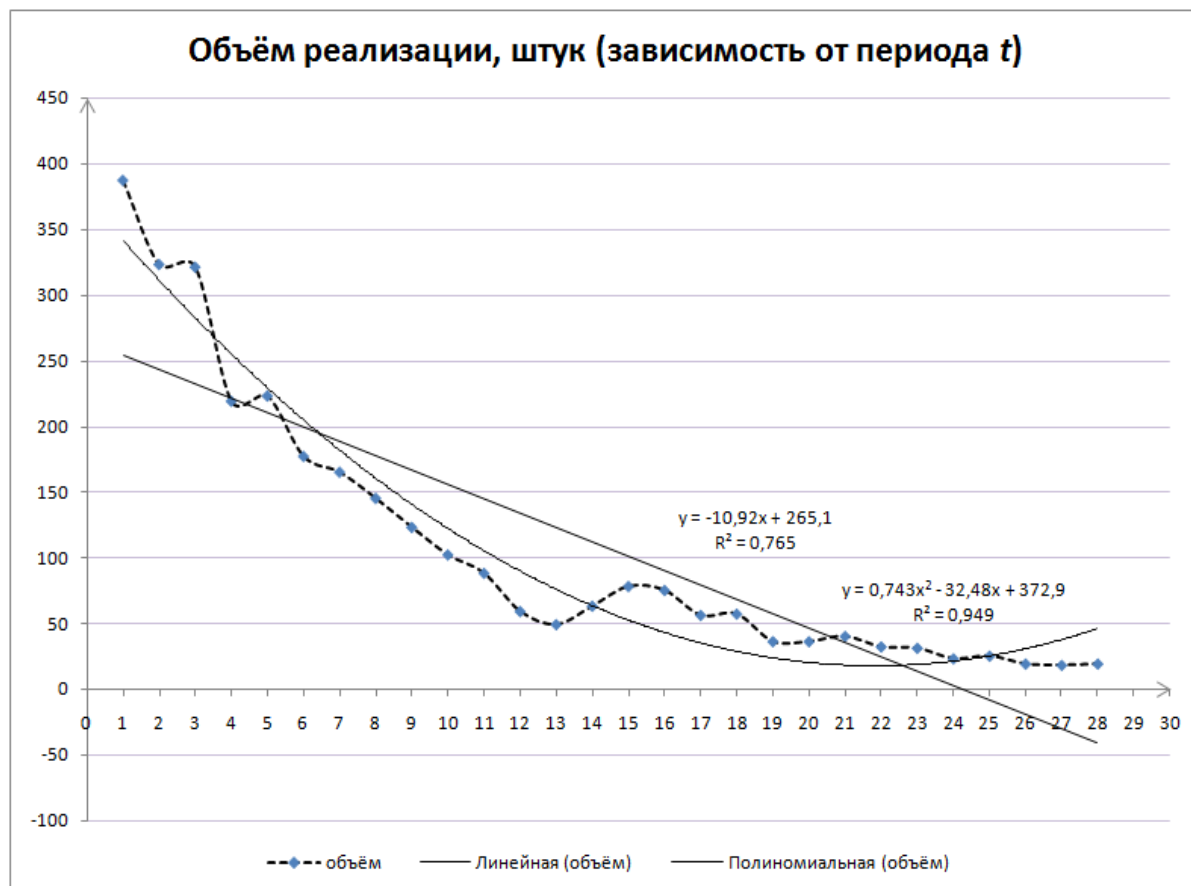


Рисунок 3 – Применение МНК (мастер диаграмм Excel), n=1, n=2.

Из рисунка 3, видно, что наилучшим образом данные представимы полиномом второй степени:

$$y = 372,9 - 32,48t + 0,743t^2 .$$

Прогнозирование цен

Цена как экономическая категория является денежным выражением стоимости товара и заключается в определенной сумме денег, которую покупатель платит за единицу продукции (работ, услуг). Цена определяет структуру и объём производства, движение материальных потоков, распределение товарной массы.

Ценовая политика предприятия — это установление (определение) цен, обеспечивающих выживание предприятия в рыночных условиях; включает выбор метода ценообразования, разработку ценовой системы предприятия, выбор ценовых рыночных стратегий и др.

Существуют три основные цели ценовой политики:

- обеспечение выживаемости предприятия;
- максимизация прибыли;
- сохранение позиций на рынке.

Рыночная цена формируется под влиянием ряда факторов: спроса и предложения, издержек производства, цен конкурентов и др. Спрос на товар определяет максимальную цену, которую могут устанавливать фирмы. Валовые издержки производства (сумма постоянных и переменных издержек) определяют минимальную ее величину. Существенное влияние на цену оказывают поведение конкурентов и цены на их продукцию. Важнейшим фактором ценообразования является также уровень мировых цен и их государственное регулирование. Существуют прямые и косвенные способы воздействия государства на цены.

Прямые (административные) способы — это установление определенного порядка ценообразования, косвенные (экономические) — направлены на изменение конъюнктуры рынка, создание определенного положения в области финансов, валютных и налоговых операций, оплаты труда.

На систему ценообразования предприятия оказывают большое влияние изменение покупательной способности рубля и курсы иностранных валют. Излишний выпуск денег в обращение снижает их покупательную способность — они обесцениваются. Механизм влияния изменений валютного курса на цены многообразен. Планирование ценовой политики имеет ключевое значение для улучшения качества прогнозирования деятельности предприятия.

Рассмотрим динамику цен и объёмов реализации товара рассматриваемого предприятия.

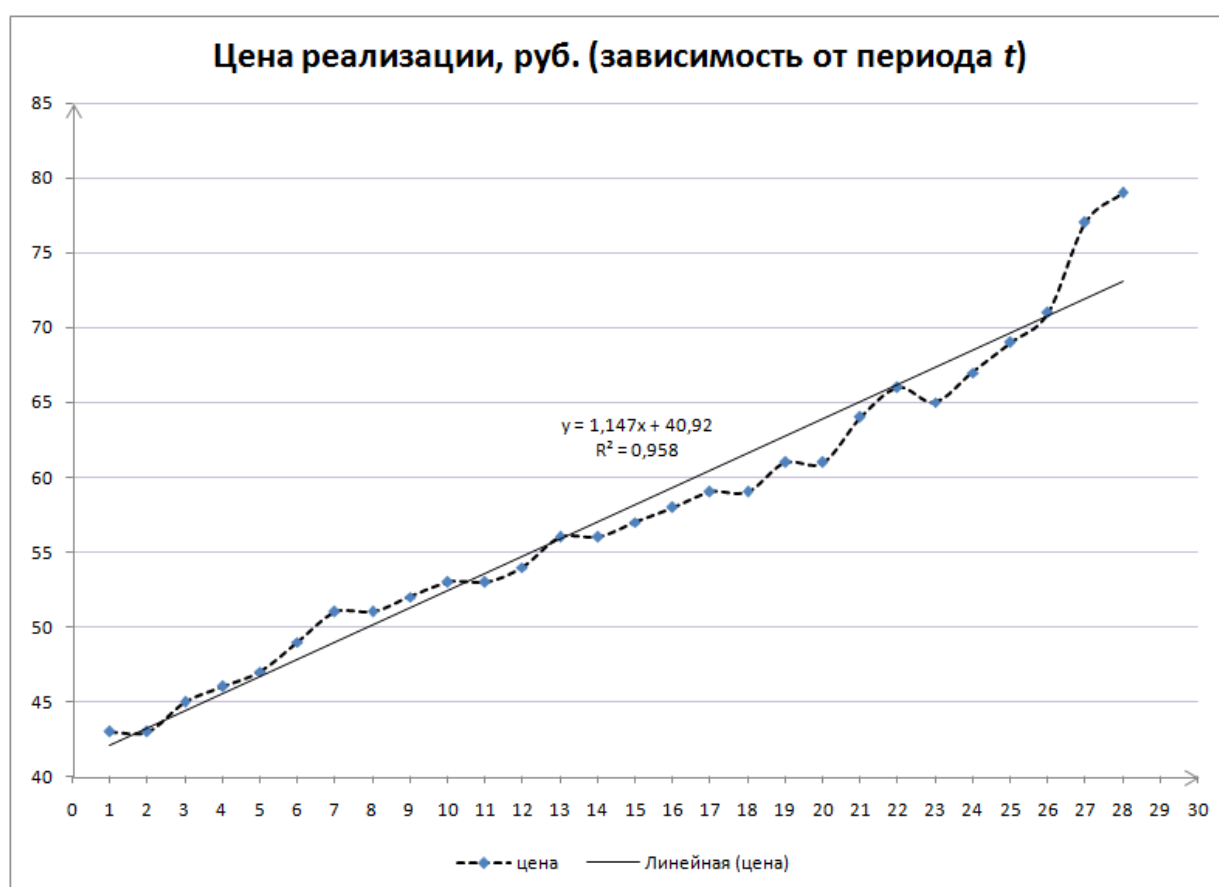


Рисунок 4 – Применение МНК к ценам (мастер диаграмм Excel), n=1.

Из рисунка 4 видно, что наилучшим образом данные представимы полиномом первой степени:

$$y = 40,92 + 1,147t.$$

Это объясняется очень высоким коэффициентом детерминации.

Рассмотрим объёмы реализации

Для аппроксимации объёмов подходит квадратичная зависимость в соответствии с рисунком 5

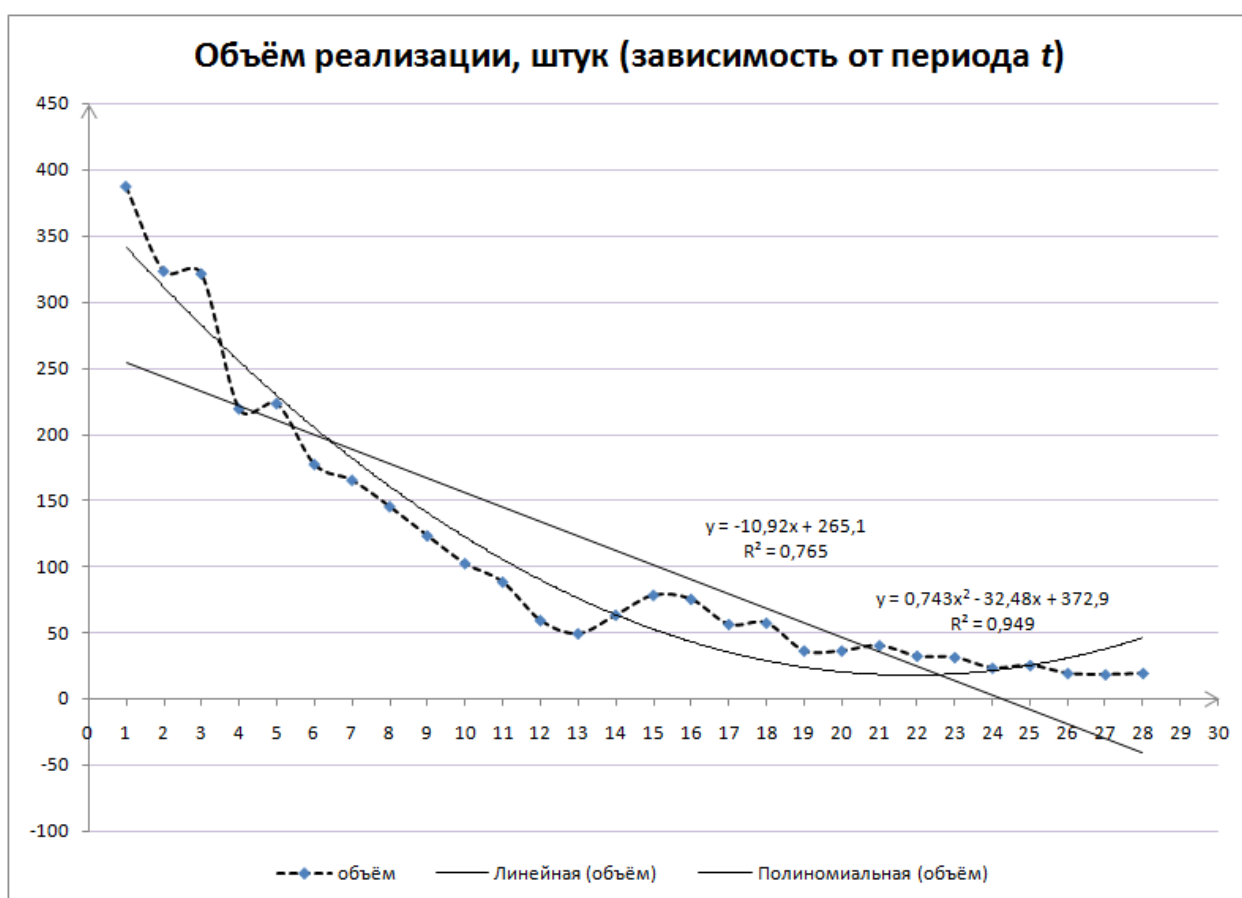


Рисунок 5– Применение МНК к объёмам (мастер диаграмм Excel), n=2.

Имеем уравнение регрессии:

$$y = 372,9 - 32,48t + 0,743t^2 .$$

Далее проведём вычислительный эксперимент отыскания зависимости объёма спроса от цены с использованием задачи Чебышёва. Анализ параметров функции спроса производился методом с использованием задачи П.Л. Чебышёва в wxmaxima. Для этого создан программный блок на встроенном языке wxmaxima. Применены конструкции пользовательского функционала символьных вычислений, реализована функциональная разработка PROBL(t,y,n).

Заключение

В работе рассмотрен анализ объема продаж от цены. Наряду с известным методом наименьших квадратов, для аппроксимации тренда в аддитивной модели, применена задача П.Л. Чебышёва.

Задача выявления оптимальной аппроксимации относится к числу неопределенных и неоднозначных, результат которой зависит от трех основных субъективных факторов:

- выбора меры близости зависимой переменной к искомой функции и метода построения приближения (параметров математической модели);
- выбора подходящего класса функции аппроксимации (например, степенной, тригонометрической), отвечающего физической природе моделируемого процесса;
- метода оптимизации порядка модельной функции или числа членов ряда аппроксимирующего выражения.

Ввиду этого оптимальная аппроксимация может быть обеспечена только достаточно гибкими интерактивными алгоритмами на основе многоэтапных итерационных процессов с возможностью коррекции на каждом этапе.

В работе приведён метод аппроксимации в рамках модели Чебышёва для анализа объема продаж от цены, наряду с известным методом наименьших квадратов.

Анализ параметров функции спроса производился методом с использованием задачи П.Л. Чебышёва в `wxmaxima`.

Список использованных источников

включает 23 наименования, в частности:

Выгодчикова И.Ю. О методе аппроксимации экономических данных, основанном на задаче П.Л. Чебышёва и её обобщении //Известия Саратовского ун-та. Новая серия. 2012. - Т.12. - Выпуск 1. – Серия: Экономика. Управление. Право. С. 77-80.

И.В. Орлова, В.А. Половникова. Экономико-математические методы и модели: компьютерное моделирование. – М.: Вузовский учебник, 2007.

А.А. Каленчук-Порханова, Л.П. Вакал. Наилучшая чебышёвская аппроксимация как аппарат высокоэффективных вычислений. // Пр. «Високопродуктивні обчислювання HIGH PERFORMANCE COMPUTING HPC – UA 2011», С. 228 – 231, 2011.

Выгодчикова И.Ю. О методе аппроксимации экономических данных, основанном на задаче П.Л. Чебышёва и её обобщении //Известия Саратовского ун-та. Новая серия. 2012. - Т.12. - Выпуск 1. – Серия: Экономика. Управление. Право. С. 77-80. ISSN 1814-733X, ISSN 1994-2540.