Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра дискретной математики
и информационных технологий

Моделирование автоматных функций

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 421 группы
направления 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»
факультета компьютерных наук и информационных технологий
Султанова Джамала Артуровича

Научный руководитель
д. ф.-м.н., профессор ______________ В.А. Молчанов

Заведующий кафедрой
к. ф.-м.н., доцент ______________ Л.Б. Тяпаев

Саратов 2016

ВВЕДЕНИЕ. Конечные автоматы – это абстрактная модель, используемая для описания состояний устройств. Конечные автоматы показывают очередь выполнения команд в устройстве и позволяют управлять ими. Автоматы широко используются в создании искусственного интеллекта, при программировании всевозможных ботов, в анализаторах и для тестирования программного обеспечения.

Функционирование автоматов заключается в выдаче определенного выходного сигнала в зависимости от полученного сигнала на входе и очередного состояния. Функция, работа которой заключается в обработке входных сигналов и предоставления выходных, называется *автоматной функцией.*

Цель выпускной работы – это изучение метода моделирования автоматных функций, и, в частности, задания их схемой из функциональных элементов. Для достижения цели были выделены и решены следующие задачи:

- углубленно изучен теоретический материал по теории автоматов и математической логике;
- исследованы методы минимизации конечного автомата-преобразователя;
- изучен способа задания автоматов схемой из функциональных элементов и элемента задержки, для последующего представления схем.
- получены навыки в программировании сложных map-переменных, состоящих из нескольких элементов, стандартной библиотеки языка C++ для задания таблицы переходов-выходов автомата;
- исследованы способы задания графов и использования визуальных средств языка Java.
- написана программа, автоматизировано выполняющая минимизацию автомата и визуализирующая его пользователю.

Структура выпускной квалификационной работы состоит из введения, восьми глав, заключения и списка использованных источников.

Первые три главы посвящены общим терминам, которые необходимы для последующей работы. Так, в первой главе рассматриваются понятия из области теории автоматов, во второй из математической логики, а в третьей из дискретной математики.

В четвертой и пятой главах подробно описаны сами объекты исследования – схема из функциональных элементов и элемента задержки и метод минимизации автомата для упрощения процесса создания устройства.

Шестая глава, состоящая из двух разделов, освещает способ построения канонической таблицы автомата, которая необходима для нахождения булевых функций, описывающих устройство, и последующей их минимизации, о которой рассказано в седьмой главе.

В восьмой главе подробно рассматривается вопрос программной реализации процесса минимизации автомата для ускорения этого этапа при проектировании устройств.

1 Конечные детерминированные автоматы. Конечный автомат является устройством с входным и выходным каналами и конечным числом состояний. Под конечным детерминированным инициальным автоматом V понимается шестерка[1]

$$V = (A, B, Q, \varphi, \psi, q_0),$$

где:

$A = \{a_1, \ldots, a_n\}$,	– входной алфавит;
$B = \{b_1, \ldots, b_m\}$,	– выходной алфавит;
$Q = \{q_1, \ldots, q_r\}$,	– множество состояний;
$\varphi: A \times Q \to B$	– функция выходов;
$\psi: A \times Q \to Q$	– функция переходов;
$q_0 \in Q$	– начальное состояние.

Обозначив через A^∞ и B^∞ множества всевозможных последовательностей в алфавитах A и B, определим, что *автоматной функцией* называется отображение $f_V: A^\infty \to B^\infty$, при условии существования автомата, реализующего это отображение[2].

К классическим методам описания автомата, функционирующего по тактам времени t, и его функции, относят канонические уравнения и диаграмму Мура, а в рамках работы рассмотрен еще один способ задания автоматной функции – схемой из функциональных элементов и элемента задержки.

2 Реализация функции формулами. Рассмотрим функцию $f(x_1 \ldots x_n)$, аргументы которой определены на множестве $E_2 = \{0,1\}$. Функции такого вида назовем булевыми функциями или *функциями алгебры логики*. Введем обозначение P_2 для системы *всех функций алгебры логики* над алфавитом А.

Определив $\mathfrak{P}$, как некоторое подмножество функций из P_2, назовем каждую функцию $f(x_1, \ldots, x_n) \in \mathfrak{P}$ формулой над $\mathfrak{P}$, (обозначим $\mathfrak{A}$).

Множество $\mathfrak{P}$ является базисом. Если функция $f(x_1, \ldots, x_n)$ соответствует формуле $\mathfrak{A}$, то говорят, что $\mathfrak{A}$ реализует функцию f. Такая функция называется *суперпозицией,* а процесс ее получения из $\mathfrak{P}$ – *операцией суперпозиции*[3].

3 Основные понятия. Положив A = B = Q ={0,1}. Примем за канонические уравнения следующую систему:

$$\begin{cases} q(0) = 0; \\ b(t) = q(t-1); \\ q(t) = a(t) \end{cases} \tag{1}$$

Автомат, заданный уравнениями (1) будет отображать входную последовательность $a(1)a(2)\dots a(t)\dots$ в выходную последовательность $0a(1)a(2)\dots a(t-1)\dots$. Такой автомат называется *единичной задержкой.* Его функция на первом такте работы выдаст 0, а после запишет всю входную последовательность в выходную с задержкой в один такт.

Формула – это слово, построенное из символов функций алгебры логики, символов переменных и разделителей, которые задают последовательность выполнения операций суперпозиции. В рамках работы рассматривается базис из функциональных элементов $\mathfrak{P}$ = {&, ∨, ¬}.

Функции алгебры логики в этом базисе $x_1 \,\&\, x_2,\ \ x_1 \vee\ x_2,\ \neg x_1$.

4 Схема из функциональных элементов. Обозначим через $X = x_1, \dots, x_n$ алфавит входных булевых переменных, являющимися истоками графа; $Z = z_1, \dots, z_n$ упорядоченный алфавит выходных булевых переменных, являющихся выходами графа.

Схемой из функциональных элементов с задержками (СФЭЗ) называется ориентированный граф *G = (V, E)*, в котором:

1) каждая вершина $v \in V$ имеет полустепень захода меньше или равной 2;
2) вершинам, полустепень захода которых равна 2, приписывается конъюнкция & или дизъюнкция ∨;
3) вершинам, полустепень захода которых равна 0, приписываются входные переменные. Такие вершины называются входными;

4) некоторым вершинам с полустепенью захода = 1 приписывается задержка, причем в каждом ориентированном цикле должна быть хотя бы одна задержка;
5) вершинам с полустепенью захода = 1, не являющимся задержкой приписывается отрицание ¬;
6) остальные вершины называются выходными и им приписываются выходные переменные.

Система (2) называется каноническими уравнениями СФЭЗ и описывает ее функционирование.

$$\begin{cases} z_i(t) = f_i(x_1(t), \dots, x_n(t), q_1(t-1), \dots, q_r(t-1)), i = 1, \dots, m \\ q_j(t) = g_j\big(x_1(t), \dots, x_n(t), q_1(t-1), \dots, q_r(t-1)\big), j = 1, \dots, r \\ q_j(0) = 0. \end{cases} \quad (2)$$

5 Минимизация автомата. При планировании схемы устройств, большое значение имеет этап минимизации автомата. Стоимость самой схемы тем ниже, чем ниже количество состояний автомата, порождающего схему. Задача минимизации сводится к поиску автомата, эквивалентного данному, но с меньшим числом возможных состояний.

Определив, что такое эквивалентные, явно различимые и k-эквивалентные состояния, в рамках работы был приведен алгоритм минимизации автомата на псевдокоде[7], по окончании работы которого получим таблицу переходов-выходов минимизированного автомата.

6 Канонические таблицы и уравнения. Реализация автоматной функции схемой, осуществляется на основе канонических уравнений. Канонические уравнения находятся с помощью канонической таблицы, которая строится на основе таблицы переходов-выходов автомата, которую нужно преобразовать так, чтобы аргументы функций переходов и выходов находились слева в столбцах, а значения функций справа.

Для получения канонических уравнений в аналитическом виде, элементы множеств A, B, Q кодируют двоичными наборами. При этом принято соблюдать некоторые условия[9]. После кодирования текущее входное значение $a(t)$ имеет вид $a(t) = \left(a^1(t), \dots a^n(t)\right)$; выходное $b(t) = \left(b^1(t), \dots b^u(t)\right)$, а состояние $q(t) = \left(q^1(t), \dots q^p(t)\right)$. Тогда в канонической таблице каждое значение a, b, q заменяется соответствующим двоичным набором.

7 Минимизация булевых функций. При проектировании дискретных устройств формулами, описывающими их работу, необходим этап упрощения этих формул. Чем проще последние, тем экономичнее устройство. В рамках выпускной квалификационной работы рассмотрен способ задания булевыми функциями методом Квайна[10], состоящим из этапов склеивания и поглощения переменных, для которых выполняются определенные равенства, и построения импликантной матрицы, в которой члены совершенной дизъюнктивной формы (СДНФ) данной функции выписываются в столбцы, а простые импликанты в строки. Для получения минимальной формы необходимо обеспечить поглощение каждого члена СДНФ наименьшим возможным количеством импликантов.

8 Программная реализация минимизации автомата. В рамках работы было принято решение о написании программы, способной выполнять минимизацию исходного автомата, заданного таблицей переходов-выходов, и выводить таблицу переходов-выходов минимизированного автомата. Происходит это так: считываемая из файла таблица переходов-выходов записывается в сложные map-переменные, состоящие из входного, выходного элементов, текущего состояния и выходного состояния. Затем выполняется визуальная часть программы – взятый по умолчанию эллипс делится на отрезки равной длины, которая рассчитывается по формуле «длина эллипса / количество состояний автомата». На концах отрезков откладываются точки, которые в последующем и становятся состояниями текущего автомата. Далее по заданным переходам строятся дуги из состояния в состояние. Таким образом на экране появляется введенный автомат.

Следующий шаг, минимизация, выполняется согласно алгоритму[7], описанному в пятой главе выпускной квалификационной работы. Затем, по окончании процесса минимизации, таким же образом как и раньше визуализируется минимизированный автомат. Для удобства таблица переходов-выходов сохраняется в .txt файле.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ. С развитием техники и постоянным совершенствованием микросхем, усложняется их проектирование и возрастает себестоимость. Проведенные в рамках дипломной работы исследования показали, что разрастание микросхем можно избежать, используя методы минимизации автомата, порождающего схему а также минимизируя СДНФ (СКНФ), необходимые для построения схем. Рассмотренный способ построения схемы из функциональных элементов и элементов задержки способствует быстрому созданию макета микросхемы, а так же представляет автоматную функцию в более понятном виде, что позитивно сказывается на программировании устройств.

В рамках работы также была реализована программа, способная помогать на этапе проектирования при производстве микросхем, уменьшая количество состояний автомата и приводя его в минимизированную форму.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1 Алексеев В. Б., Ложкин С. А. «Элементы теории графов, схем и автоматов» — М.: Издательский отдел ф-та ВМиК МГУ, 2000. – 58 с.

2 Короткова М.А. «Математическая теория автоматов»: Учебное пособие. — М.: МИФИ, 2008. – 116 с.

3 Яблонский С. В. «Введение в дискретную математику»: –2-е изд. — М.: «Наука», 1986. – 384 с.

4 Тишин В.В. «Дискретная математика в примерах и задачах» — СПб.: БХВ – Петербург, 2008. – 352 с.

5 Спирина М.С., Спирин В.В. «Дискретная математика»: Учебник. — М.: Издательский центр «Академия», 2009. – 370 с.

6 Гилл А. «Введение в теорию конечных автоматов». Пер. с англ. — М. Издательство «Наука», 1966. — 272 с.

7 Мозговой М. В. «Классика программирования: алгоритмы, языки, автоматы, компиляторы. Практический подход» — СПб.: Издательство «Наука и Техника», 2006. — 320 с.

8 Богаченко Н. Ф., Файзуллин Р. Т. «Синтез дискретных автоматов» — Омск: Издательство «Наследие. Диалог-Сибирь», 2006. 150 с.

9 Мангушева И. П., Хрусталев П. М., Лаврушин В. И. «Ограниченно детерминированные функции и конечные автоматы. Решение типовых задач»: Учеб. пособие. — Саратов: Издательство Саратовского университета, 1997. — 72 с.

10 Википедия: Метод Куайна [Электронный ресурс] URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Метод_Куайна (дата обращения 1.06.2016).