

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра Математической экономики

РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНОГО ПРОДУКТА

ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОММИВОЯЖЁРА

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студента 4 курса 441 группы
направления 09.03.03 - Прикладная информатика

механико-математического факультета

Соболева Василия Михайловича

Научный руководитель
профессор, д.э.н.

В.А. Балаш

Заведующий кафедрой
профессор, д.ф.м.н.

С.И. Дудов

Саратов 2016 год

1 Введение

С давних времён люди думали о том, как лучше пройти путь, затратив как можно меньше времени, усилий или денег. Гонцы должны были донести важную информацию во множество поселений и, чтобы сократить путь, скорее всего, отмечали кратчайшие пути на используемой карте, обозначая города точками, а свой маршрут - дугами. До появления СМИ так происходило веками, хотя и на текущий день задача коммивояжера (в дальнейшем ЗК) занимает нишу важнейших прикладных вопросов.

Финансовая успешность всякой фирмы в немалой степени зависит от качества управления и точности аналитических прогнозов. Но в промышленности задачи оптимизации различных технологий (процесса, денежных потоков, действенного применения трудовых, материальных и денежных ресурсов, движения грузов, и т.д.) обязаны быть ещё и решены в минимально возможные сроки и с незначительными потерями, что позволит создать компании дополнительное преимущество и, следовательно, дополнительную выгоду. Среди ряда нередко возникающих вопросов, которые решают управляющие персоналом, выделяется задача, формулируемая как ЗК.

Одной из первостепенных проблем всякой фирмы является отыскание способов минимизации расходов на осуществляемую деятельность и, следовательно, укрепление своей рентабельности, конкурентоспособности. Сегодня такой поиск строится, основываясь на логистическом подходе, и это связано с расширением сферы влияния логистики, которая преобразуется из обычного вспомогательного инструмента для реализации хозяйственных процессов в крайне немаловажную часть организации и ведения деятельности. С точки зрения логистического подхода одним из приоритетнейших направлений совершенствования является оптимизация перевозок. Это объясняется тем, что более 30% структуры логистических затрат составляют расходы на транспортировку.

Несколько лет назад интерактивные карты городов принадлежали лишь специализированным порталам, но когда они привлекли внимание таких крупных поисковых гигантов, как Google или Яндекс, то стали более плотно входить в повседневную жизнь. Помимо фундаментальных операций поиска

улицы, дома или магазина в картах появился и алгоритм отыскания маршрута между несколькими заданными точками.

Цель работы состоит в разработке программного продукта для решения задачи коммивояжёра.

Достижение поставленной цели потребовало решение следующих задач:

1. восполнить необходимые сведения из теории графов и сетей;
2. изучить существующие известные методы решения ЗК;
3. реализовать на языке программирования Java некоторые из них, показавшие в современных условиях наилучшие результаты.

Работа состоит из введения, трёх глав, заключения, списка использованных источников и двух приложений.

Во введении даются общие сведения об истории возникновения задачи, рассматривается актуальность темы и ставится цель работы.

В первой главе приводятся различные примеры практического применения ЗК, рассматриваются необходимые понятия из теории графов и сетей, даётся математическая формализация задачи.

Во второй главе описывается ряд существующих подходов к решению задачи: как нахождения базового маршрута, так и его улучшений. В том числе рассмотрены и самые простейшие издавна известные методы, и современные, применяющие эвристику и генетические алгоритмы.

В третьей главе содержится описание основных моментов реализации использованных алгоритмов и проводится анализ полученных результатов.

В заключении приводятся результаты работы.

2 Краткое содержание работы

Во введении приводится историческая справка, обосновывается актуальность исследования, намечается цель.

В первой главе рассматривается практическое применения ЗК, приводятся примеры отраслей, в которых успешное ведение бизнеса напрямую зависит от качества решения поставленной задачи маршрутизации. Хотя изначально задача была сформулирована для сферы маркетинга, позже ей было найдено применение во многих других областях управленческой, и не только, деятельности, в особенности там, где преобладает большой территориальный разброс объектов на местности, например:

1. обслуживание рассредоточенных технических сооружений военного назначения, газовой и нефтяной промышленности;
2. сбор персонала для доставки вахтовым методом;
3. облет экспедиций для доставки необходимых грузов;
4. поражение боеголовками точечных целей в военное время;
5. пополнение банкоматов наличными деньгами;
6. расклейка афиш.

В качестве примера очень узко специализированных приложений задачи также можно привести оптимизацию перемещений сверлильного станка ЧПУ для создания большого числа нерегулярно расположенных отверстий или сварочного робота. При больших объёмах производства это способно дать определенный эффект, учитывая трудоёмкость данных действий.

В дальнейшем изложении шаг за шагом освещаются базовые определения и теоремы из теории графов и сетей, необходимые для последующей работы.

ЗК формулируется следующим образом: в полном взвешенном графе с n вершинами требуется отыскать гамильтонов цикл, имеющий минимальный суммарный вес входящих рёбер. Вес ребра (i, j) , которое соединяет вершины с номерами i и j обозначается как c_{ij} - это расстояние между вершинами $(x_i, x_j) : c_{ij} = d(x_i, x_j)$.

Переменные: $x_{ij} = 1$ в случае, если цикл включает переезд из города i в город j , и $x_{ij} = 0$ - в противном.

Целевая функция: $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min$

Ограничения:

1. $\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, i = \overline{1, n}$ - обеспечивают единственный выезд из каждого города,
2. $\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, j = \overline{1, n}$ - обеспечивают единственный въезд в каждый город,
3. $x_{ij} \geq 0$, целое ($i = \overline{1, n}, j = \overline{1, n}$).

Эти 3 группы ограничений обеспечивают равенство всякой переменной x_{ij} либо 0, либо 1. Но для того, чтобы решение непременно было циклом, а не подциклом, содержащим менее n городов, вводятся переменные $u_i, i = \overline{2, n}$ и на них накладываются следующие $(n - 1)^2 - (n - 1)$ ограничений:

4. $u_i - u_j \leq n - 1; i = \overline{1, n}, j = \overline{1, n}$.

Ограничения (4) позволяют исключить все подциклы, не исключая в то же время ни единого полного цикла.

Во второй главе приводятся описания существующих алгоритмов для решения ЗК. Начиная с самых очевидных и простых, как полный или случайный перебор, алгоритм ближайшего соседа, постепенно происходит совершенствование процесса отыскания кратчайшего пути. Рассматривается применение метода имитации отжига, основанного на протекании физического процесса восстановления металла, метода генетических алгоритмов с различными вариантами отбора особей и алгоритма муравья, в основе которого лежит поведение колонии, а также ряда других, оставивших свой весомый след в истории.

Важной для понимания составляющей является описание применения методов локального поиска к решению ЗК, используя алгоритмы Кернигана-Лина (КЛ) и Фидуччия-Маттеуза (ФМ).

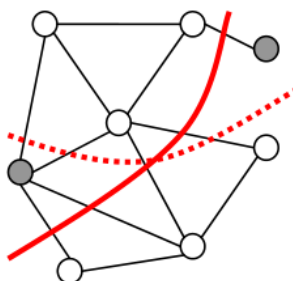


Рисунок 2.1 — Пример перестановки двух вершин в алгоритме КЛ (выделены серым)

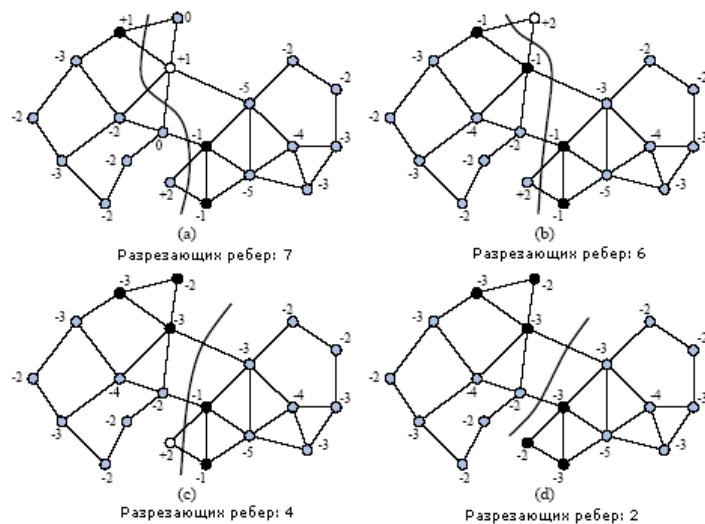


Рисунок 2.2 — Шаги алгоритма ФМ. Белым помечена вершина, которая перемещается, чёрным - очереди вершин

Использование локального поиска для решения задач дискретной оптимизации является наиболее натуральной и изобразительной идеей. Первая попытка в её реализации приходится на рубеж 50-х и 60-х годов 20 века и связана, по большей части, именно с задачей коммивояжера. В последующем эти идеи были применены и для задач размещения, построения сетей, расписаний и др. Однако, достаточно скоро выяснилось, что методы локального улучшения не могут гарантированно найти глобальный оптимум, и отсутствие концептуального прогресса на некоторое время ослабило интерес к этому направлению. Но в последние 20 лет можно наблюдать возрождение данного подхода, связанное как с новыми алгоритмическими схемами, основанными на схожих чертах с живой и неживой природой, так и с новыми теоретическими результатами в сфере локального поиска. Также, в целом, общий взгляд на построение локальных алгоритмов стал иным, так как требование монотонного улучшения по целевой функции уже более не остаётся доминирующим.

Базовый алгоритм локального улучшения (АЛУ) начинает работу с некоторого заданного начального решения, полученного либо случайным образом, либо с использованием иного стороннего вспомогательного алгоритма. На каждом последующем шаге локального улучшения осуществляется переход от текущего решения к соседнему, имеющему меньшее значение целевой

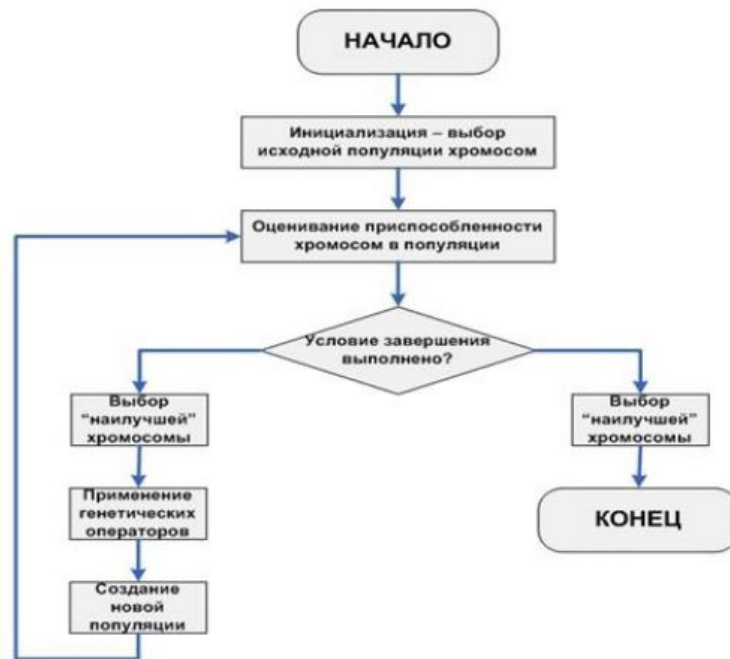


Рисунок 2.3 — Генетический алгоритм

функции, до тех пор, пока локальный минимум не будет достигнут. АЛУ широко используются для решения NP-трудных задач. Широкий спектр полиномиально разрешимых задач может рассматриваться как задачи, легко разрешимые таким способом. При правильном выборе полиномиальной окрестности соответствующая теорема может быть сформулирована в следующем виде: допустимое решение не является глобальным оптимумом, тогда и только тогда, когда оно может быть улучшено некоторым локальным образом.

Для немалого числа NP-трудных задач локальный поиск позволяет найти приближенные решения, достаточно близкие по целевой функции к глобальному оптимуму. Трудоемкость методов нередко оказывается полиномиальной, причём степень полинома достаточно мала. Так для задачи о разбиении множества вершин графа на две равные части разработаны алгоритмы локального поиска минимизации разреза со средней трудоемкостью $O(n \log n)$, которые дают всего несколько процентов погрешности. Для задачи коммивояжера алгоритмы локального поиска являются наилучшими с практической точки зрения. Один из таких алгоритмов с окрестностью Лина-Кернигана в среднем имеет погрешность около 2% и максимальная размерность решаемых задач достигает 1 000 000 городов. Для задач теории расписаний, размеще-

ния, покрытия, раскраски графов и многих других NP-трудных задач алгоритмы локального поиска показывают превосходные результаты. Более того, их гибкость при изменении математической модели, простота реализации и наглядность превращают локальный поиск в мощное средство для решения практических задач.

Приводятся примеры существующих эвристических алгоритмов и рассматривается задача разбиения графа на k частей. Она состоит в том, чтобы поделить множество узлов на k подмножеств с примерно равным числом вершин. При этом данное действие необходимо произвести, минимизировав общее количество рёбер, соединяющих вершины из разных подмножеств. Данная постановка вполне естественным образом обобщается для случай взвешенных рёбер и вершин, что предоставляет возможность успешно использовать методы решения этой задачи применительно к ЗК. В дальнейшем описан метод, разработанный Брайаном Керниганом и Шеном Лином, который впоследствии нередко называли первым "хорошим" эвристическим алгоритмом, а также его модификация - алгоритм Фидуччия-Маттеуза.

В конце главы рассматриваются методы возможного улучшения полученного маршрута, как то: метод перестановок, удаления петель, разворота цепочек и комбинированный.

Для третьей главы работы на языке Java мной были реализованы: алгоритм Кернигана-Лина, Фидуччия-Маттеуза и генетический в нескольких вариациях. Язык Java выбран в виду своей популярности на сегодняшний день, современного синтаксиса, позволяющего эффективно и просто создавать полностью объектно-ориентированные приложения, удобной организации библиотек, проработанной многопоточности и скорости работы новых версий виртуальной машины JVM. Проводится разбор ключевых классов исходного кода проекта, на основе результатов работы программы выстраиваются таблицы успешности решения ЗК тем или иным алгоритмом.

В приложении представлен исходный код программного продукта, а также таблицы с полученными результатами работы алгоритмов, содержащих время выполнения и длину найденного минимального пути.

Список использованных источников состоит из 24 пунктов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Задача коммивояжера была впервые сформулирована ещё в 1934 году. Её суть кроется в отыскании оптимального маршрута движения с обязательным посещением всех запланированных пунктов, затратив при этом как можно меньше финансов и времени. Обычно речь идет или о простом передвижении по заданным точкам или с перевозкой груза на каком-либо транспорте.

ЗК является одной из известных задач теории комбинаторики и пользуется такой популярностью из-за того, что к ней может сводиться немалое количество практических задач. К примеру, среди современных приложений задачи на практике можно выделить: доставку продуктов со склада в магазин, выточку отверстий на специализированных станках, мониторинг объектов (базовые станции операторов сотовой связи, нефтяные вышки), работу курьера по доставке корреспонденции.

Данные исследований, проведённых при написании работы, позволяют говорить о том, что на сегодняшний день возможно успешное применение методов локального поиска и генетических алгоритмов для нахождения кратчайшего пути. Среди всех прочих выделяются алгоритм Кернигана-Лина и генетический алгоритм со случайным отбором, показавшие наилучшие результаты в минимизации длины маршрута.

Анализ специфики ЗК дают возможность сделать вывод о том, что в настоящее время остается актуальным отыскание приближенных и точных методов решения с теоретической и практической точек зрения. Помимо всего прочего, текущий темп жизни модифицирует отношение человека ко времени: современный пользователь не хочет ждать и потому ищет всевозможные варианты минимизировать время ожидания, найдя оптимальное решение в кратчайшие сроки. Всё это свидетельствует о возрастании потребностей в эффективном решении ЗК и сходных ей оптимизационных проблем, которые позволяют неиллюзорно сократить затраты ограниченных ресурсов компаний.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Асанов М.О., Баранов В.А. Расин В.В. Дискретная математика: Графы, Матроиды, Алгоритмы. — Ижевск: НИЦ 'Регулярная и хаотическая динамика', 2001.
2. Сигал И.Х., Иванова А.П. Введение в прикладное дискретное программирование. Модели и вычислительные алгоритмы. — М.: Физматлит, 2003.
3. Ахо А., Хопкрофт Дж. Ульман Дж. Структуры данных и алгоритмы. — М.: Вильямс, 2001.
4. Р., Хаггарти. Дискретная математика для программистов. — М.: Техносфера, 2012.
5. Рейнгольд Э., Нивергельт Ю. Део Н. Комбинаторные алгоритмы. Теория и практика. — М.: Мир, 1980.
6. Optimization by Simulated Annealing: An Experimental Evaluation. Part I, Graph Partitioning / David S. Johnson, Cecilia R. Aragon, Lyle A. McGeoch, Catherine Schevon // Oper. Res. — 1989. — Vol. 37. — P. 865–892.
7. Л.Л., Носырева. Дискретная математика. Комбинаторика. — Иркутск: ИрГТУ, 2006.
8. И.В., Гараба. Сравнительный анализ методов решения задачи коммивояжера для выбора маршрута прокладки кабеля сети кольцевой архитектуры // Молодежный научно-технический вестник. — 2013. — № 11.
9. Ю.А., Кочетов. Вероятностные методы локального поиска для задач дискретной оптимизации // Дискретная математика и ее приложения. — М.: МГУ, 2001. — Сборник лекций молодежных и научных школ по дискретной математике и ее приложениям. — С. 87–117.