

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математики и методики её преподавания

Сюжетные задачи на уроках математики в 6 классе

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 4 курса 461 группы
направления 44.03.01 – Педагогическое образование
(профиль – математическое образование)

механико-математического факультета

Мурыгиной Татьяны Алексеевны

Научный руководитель, старший преподаватель _____ С.В. Лебедева

Зав.кафедрой, к.п.н., доцент _____ И.К. Кондаурова

Саратов 2016

Введение. Решение задач является неотъемлемой частью процесса обучения математике. Уровень математической подготовки учащихся нельзя считать удовлетворительным, если ученики не могут применить полученные математические знания к решению текстовых задач. Именно поэтому методике обучения решению текстовых задач уделяется большое внимание, умение решать такие задачи проверяется на государственной итоговой аттестации, а деятельность учащихся по их решению является показателем уровня сформированности ряда компонентов познавательных универсальных учебных действий. Проблема обучения учащихся решению задач стала актуальной более двух столетий назад и является таковой сейчас.

Первые попытки дать общие правила для решения задач методом составления уравнений восходят к работам Р. Декарта и И. Ньютона, в которых авторы рекомендуют все неизвестные в задаче обозначить буквами, а затем условие задачи перевести на алгебраический язык, составив уравнение.

Позднее, многие видные математики и методисты обращались к указанной проблеме. Вопросы обучения учащихся решению задач отражены в работах Б. И. Александрова, А. Н. Барсукова, В. А. Гусева, В. А. Евтушевский, О. Б. Епишевой, В. И. Крупича, Ф. А. Орехова, Д. Пойа, А. А. Столяра, Е. Н. Турецкого, Л. М. Фридмана и других. В своих работах авторы дают развернутые рекомендации по решению различных задач, в том числе и сюжетных. Высоко оценивая научную и практическую значимость работ по данной проблеме, необходимо отметить, что ряд ее аспектов нуждается в дальнейшей разработке.

Цель исследования – разработать методические рекомендации по обучению учащихся 6 класса решению сюжетных задач. Для достижения поставленной цели были поставлены и решены следующие задачи:

- выявить основные классы сюжетных задач УМК «Математика-6» авторского коллектива под руководством С. М. Никольского;
- описать методику работы по обучению учащихся решению сюжетных задач каждого класса;

– разработать систему заданий обучающего характера для самостоятельного овладения основными приёмами решения сюжетных задач.

Бакалаврская работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка использованных источников и приложений. Результаты исследования: доложены и обсуждены на конференции на ежегодной апрельской конференции преподавателей и студентов механико-математического факультета СГУ им. Н. Г. Чернышевского «Методические проблемы математической подготовки учащихся» (доклад на тему «Практико-ориентированные проекты при решении сюжетных задач», Саратов, 15.04.16 г.); отражены в статье «Элементы теории игр в содержании дополнительного математического образования школьников», опубликованной в сборнике научных трудов «Актуальные проблемы непрерывного математического образования».

Основное содержание работы. В первой главе «Сюжетные задачи в курсе математики 6 класса» определяется роль сюжетных задач в школьном курсе математики, рассматриваются и характеризуются два класса сюжетных задач в курсе математики 6 класса.

Под сюжетными будем понимать задачи, в которых, с одной стороны, описан некоторый жизненный сюжет (явление, событие, процесс) с целью нахождения определенных количественных характеристик или значений, а с другой стороны, этот сюжет искусственен и идеализирован. Поэтому большинство сюжетных задач – учебные.

Анализ образовательной практики говорит о том, что до сих пор сюжетным задачам отводится вспомогательная роль – роль средства изучения математики. Вследствие этого, значительная часть учащихся испытывает серьезные затруднения при решении любой текстовой задачи: большинство решает задачи лишь на репродуктивном уровне, причем содержание таких задач описывает лишь статическую для каждой величины ситуацию, то есть все решение сводится к описанию зависимости между двумя известными и одной неизвестной величиной, а условие носит приведённый характер, то есть, конструкция задачи такова, что последовательным удалением несущественных

данных и заменой отношения арифметическим действием, получается математическая модель задачи.

Для реализации развивающих целей математического образования школьников недостаточно научить решать сюжетные задачи с приведенным условием, необходимо рассматривать и задачи с неприведенным условием, структура которых такова, что числовые данные, необходимые для решения простых задач, разъединены; рядом поставлены такие данные, которые не связаны непосредственно друг с другом; кроме того, иногда связь между данными и искомыми выражена неявно, и при изучении условия ее надо еще установить.

В школьных учебниках задачи с неприведенным условием, как правило, содержатся в соответствующих разделах (например, в разделе «Задачи повышенной трудности» или «Занимательные задачи»), их не так уж и много и в содержание урока они попадают редко. Основная причина связана с тем, что методика организации работы учащихся с такими задачами недостаточно разработана, поэтому их решение занимает значительную часть времени урока, что не всегда допустимо.

Следовательно, обучать решению задач учителю приходится на материале задач с приведённым условием, усиливая развивающую функцию последних разнообразными требованиями и вопросами типа: «что будет, если в задаче изменить ...?».

Глава вторая «Методические аспекты обучения решению сюжетных задач по УМК авторского коллектива под редакцией С. М. Никольского» посвящена методическим аспектам обучения учащихся 6 класса решению сюжетных задач. В ней приводится система обучающих заданий для самостоятельного овладения основными приёмами решения сюжетных задач; анализируются результаты апробации некоторых положений исследования; описываются возможности технологии Wolfram Mathematica для обучения учащихся решению задач.

Для усиления развивающей функции сюжетных задач с приведенным условием можно предложить использовать следующие приёмы:

информационное моделирование текста задачи; решение задачи разными способами; расширение требований задачи (расширяющееся задание); замена числовых значений буквенными обозначениями с последующей формулировкой обобщённой задачи; прогнозирование («Что будет, если в задаче ...?»).

Вышеуказанные приёмы можно использовать как по одному, так и в комбинации. Выбор задач и приёмов к ним зависит от целей урока, уровня подготовленности отдельного ученика и класса в целом.

Основным методом решения задач с неприведённым условием – неоднократное информационное моделирование. Проиллюстрируем возможности метода информационного моделирования на примере решения сюжетных задач на движение с неприведённым условием.

Решение задачи на движение требует последовательного построения несколько различных информационных моделей: наглядно-образных графических (чертеж, схема, граф) и структурных (таблица), а также формальных знаковых математических. На примере следующей задачи показана методика включения её в содержание урока математики.

Задача 1 (№ 1206, Математика 6 класс, С. М.Никольский) Из села в город вышел пешеход. Одновременно с ним из города в село выехал велосипедист. Пешеход пришел в город через 6ч, а велосипедист приехал в село через 3 ч. Через сколько часов после начала движения они встретились?

В этой задаче рассматриваются два объекта, преодолевающих два участка пути что предполагает наличие пяти строк таблицы первого рода: «Характеристики движения» (участники – скорость – время – расстояние) «Пешеход», «Велосипедист» (весь путь) и «Пешеход», «Велосипедист» (часть пути до встречи). Составляется таблица 5×4. Поскольку расстояние, которое преодолели участники движения одинаковое, то следует объединить соответствующие ячейки столбца «Расстояние» (Таблица 1).

Таблица 1 – Первый шаг построения табличной модели I рода к задаче 1

Участники	Скорость	Время	Расстояние
Пешеход			
Велосипедист			
Пешеход			
Велосипедист			

Таблица 2 – Второй шаг построения табличной модели I рода к задаче 1

Участники	Скорость	Время	Расстояние
Пешеход	?	6 ч	1
Велосипедист	?	3 ч	
Пешеход	?	?	? } 1
Велосипедист	?		

Затем в таблицу вносятся числовые значения. Для «всего пути»: время – 6 ч. и 3 ч. и расстояние, которое можно мыслить единым целым, то есть 1. Для «части пути (до встречи)» известно только, что отрезки пути в сумме дают 1. Вместо всех остальных величин ставятся знаки вопроса (Таблица 2).

Далее определяется зависимость между величинами (Таблица 3) и поскольку в II и III строках таблицы известны по две из трёх величин, то находится неизвестные величины – скорости, которые в соответствие с установленными зависимостями переносятся в соответствующие ячейки IV и V строк; выделяется главное требование (вопрос) задачи. Этим заканчивается этап анализа условия задачи (Таблица 4).

Таблица 3 – Третий шаг построения табличной модели I рода к задаче 1

Участники	Скорость	Время	Расстояние
Пешеход	?	6 ч	1
Велосипедист	?	3 ч	
Пешеход	?	?	? } 1
Велосипедист	?		

Таблица 4 – Четвертый шаг построения табличной модели I рода к задаче 1

Участники	Скорость	Время	Расстояние
Пешеход	1/6	6 ч	1
Велосипедист	1/3	3 ч	
Пешеход	1/6	?	? } 1
Велосипедист	1/3		

По содержанию таблицы первого рода составляется таблица второго рода (таблица 8), которая определяет метод решения задачи – составление уравнения:

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{3} = 1, \text{ где } x - \text{ время (в часах) от начала движения до встречи. } x = 2 \text{ (ч).}$$

Перечислим требования к системе обучающих заданий для самостоятельного овладения основными приемами решения сюжетных задач: (1) Система должна включать не менее 10 разнообразных по фабуле задач одного типа (тип определяется математической моделью задачи); (2) Первая задача формулируется на множестве натуральных чисел как задача с приведённым условием; (3) Вторая задача структурно адекватная первой,

даётся в табличной форме с основным требованием «составьте задачу по таблице»; (4) Третья и четвёртая задачи по структуре являются обратными к первой / второй задаче. Предполагается, что учащийся использует для их решения табличную информационную модель; (5) Пятая задача структурно адекватная первой формулируется на множестве рациональных чисел как задача с неприведённым условием и сопровождается некоторыми конкретными указаниями по поиску решения; (6) Шестая и седьмая задачи по структуре являются обратными к пятой задаче, формулируются на множестве рациональных чисел как задачи с неприведённым условием и сопровождается некоторыми общими указаниями по поиску решения; (7) Восьмое задание включает требование обобщить задачи 1 и 5 и дать «алгоритм» по их решению, а также по решению обратных к ним задач; (8) Девятое задание – на конструирование задачи изучаемого типа и её решение; (9) Последняя задача системы формулируется в общем виде (и уже не является сюжетной, но является текстовой математической); (10) Ученик волен начать работу с любой задачи, например, с третьей, и решать последовательно все остальные. Выбор исходной задачи и качество работы по решению выбранной подсистемы задач позволяет диагностировать уровень сформированности умений, а также индивидуальный стиль мышления учащегося; (11) Целесообразно решение каждой задачи оценивать по n-балльной шкале, где n – порядковый номер задачи; (12) Целесообразно каждому ученику предоставить на уроке возможность работать со своей системой задач; (13) Нежелательно вмешиваться в ход самостоятельной работы учащихся с дополнительными указаниями, пояснениями и комментариями выполненной части работы; (14) Полезно, чтобы в конце работу учащиеся осуществили рефлекссию: описали затруднения и их причины.

Решение сюжетных задач в ходе практико-ориентированного проекта развивает у учащихся определённые умения (видеть проблему, ставить вопросы, выдвигать гипотезы, объяснять, доказывать, защищать свои идеи), воспитывая у них качества личности, обеспечивающие социальную

мобильность, способность принимать самостоятельные решения, формируя качества мышления, необходимые для адаптации в современном информационном обществе, развивая интереса к математическому творчеству и математические способности.

В ходе изучения темы «Решение задач экономического характера» (2015-2016 учебный год, МАОУ «Медико-биологический лицей г. Саратов» 6 класс, обучение ведётся по УМК «Математика 5-6» авторского коллектива под руководством С.М. Никольского, 3 урок по теме) классу было предложено ответить на вопросы: «Какие существуют потребности у каждого из нас? Хватает ли денег на удовлетворения всех наших потребностей?». Учащиеся не смогли ответить на второй вопрос, указав на то, что они не знают бюджет своей семьи. Возникла проблемная ситуация, позволившая обосновать необходимость организации и участия в проекте «Домашние финансы» (I этап).

Совместно с учащимися сформулировали первую проектную задачу: выяснить, из чего складывается бюджет семьи, что представляет собой потребительская корзина семьи, как распределяются доходы, какую часть доходов семья тратит на «меня любимого»?

II этап – исследовательская работа по решению первой проектной задачи: сбор и анализ информации, формулировка и решение ряда практических задач, осознание результатов и принятие решений.

Для того, чтобы учащиеся 6 класса смогли самостоятельно и в полном объёме выполнить все действия по решению первой проектной задачи необходимо ориентировать их на то, чтобы частные вопросы, которые возникают у них в ходе проекта, они формулировали в форме сюжетной задачи. Целесообразно дать своеобразное клише (ориентировочную основу действий), задающее структуру задачи. Например: «Я хочу, узнать сколько ..., зная, что ...», «Мне говорят, что, я хочу узнать, сколько ...».

В ходе проекта «Домашние финансы» учащиеся попытались составить сюжетные задачи, опираясь на данные, полученные в результате исследования. Приведём примеры разработанных учениками задач.

Задача Владислава. Бюджет нашей семьи 64 тысячи рублей. На меня с братом тратят в месяц 20 тысяч рублей. Интересно, сколько процентов это составляет от бюджета?

Задача Александра. Сколько тратят денег на коммунальные услуги, если на питание в 3 раза больше, на одежду на 7000 рублей больше, а на транспорт на 2000 рублей меньше. Сколько тратит семья на эти виды расходов? При доходе в 43000 рублей.

Третий этап – переформулировка практических задач (носящих личностный характер) в учебные задачи (для всех). Это необходимо для организации следующих двух этапов проекта.

В нашем случае, например, задачи Владислава и Александры приобрели следующий вид.

Задача 1. Бюджет семьи 64000 рублей в месяц. На детей тратят в месяц 20000 рублей. Сколько процентов это составляет от бюджета семьи?

Задача 2. Сколько тратят денег на коммунальные услуги, если на питание в 3 раза больше, на одежду на 7000 рублей больше, а на транспорт на 2000 рублей меньше. Сколько тратит семья на эти виды расходов? При доходе в 43000 рублей.

Четвёртый этап – афиширование – в классном уголке вывешиваются учебные задачи, разработанные по материалам исследований, посвящённых «удовлетворению потребностей и желаний учеников». Ученики имеют возможность ознакомиться с творчеством одноклассников, оценить его.

Пятый этап (завершающий) – обобщение и рефлексия – на внеурочном занятии решаются самые интересные учебные задачи, разработанные самими учащимися, проводится обсуждение полученных результатов, формулируются выводы.

Таким образом, через конструирование и решение практических задач, основанных на реальных финансовых ситуациях, учитель не только закрепляет определённые информационные и специфические математические умения и навыки, но и формируя финансовую грамотность учащихся.

Тем самым, проводя с учащимися практико-ориентированные проекты, обучающиеся приобретают не только навыки решения сюжетных задач с приведённым и не приведённым условием, но и учатся сами конструировать сюжетные задачи, что позволяет в полной мере достичь цели обучения математике.

Wolfram mathematica – кроссплатформенная система компьютерной алгебры (выпущена для WINDOWS, MAC OS, LINUX и др. ОС), широко используемая в научных, инженерных, математических и компьютерных областях. С помощью Mathematica можно демонстрировать учащимся решение задачи, записанной в обобщенном виде: Два бегуна начинают бегать по шоссе (по прямой) с разных позиций x_1 и x_2 с различными скоростями v_1 и v_2 в течение какого-то времени (1200 секунд). Графики функций показывают момент времени T , когда они встретятся, а также положение X , где это происходит. Функции задаются так: $S = x_1 + v_1 \cdot t$ и $S = x_2 + v_2 \cdot t$.

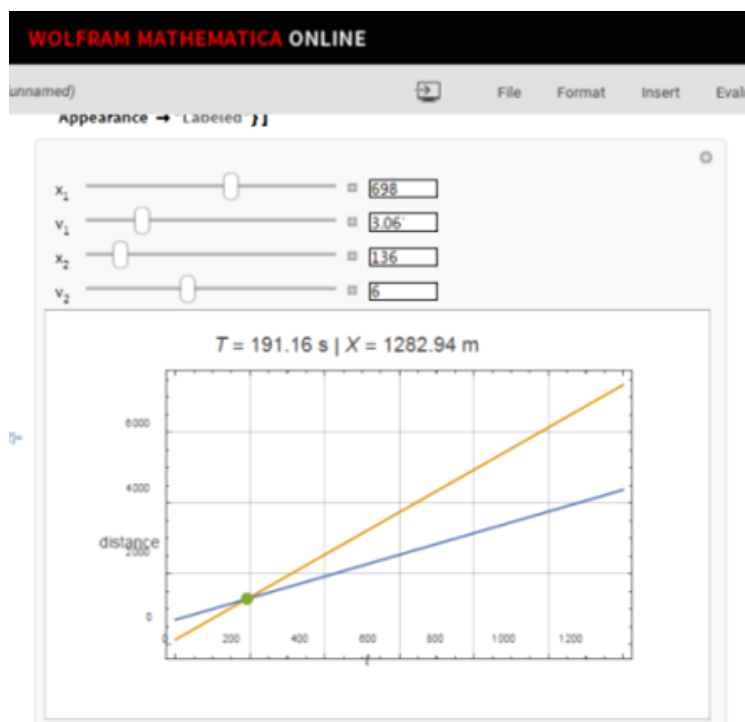


Рисунок 1

динамическую модель (рисунок 1).

Заключение. В психолого-педагогической и научно-методической литературе вопросам методики обучения решению сюжетных задач уделяется

большое внимание. Высоко оценивая научную и практическую значимость работ по данной проблематике, необходимо отметить, что ряд её аспектов нуждается в дальнейшей разработке в свете современной школьной практики. В дипломной работе рассмотрены вопросы обучения младших подростков решению задач с приведённым и неприведённым условием и сформулированы следующие основные выводы.

1. Применение в учебном процессе различных сюжетных задач, позволяет создавать такие учебные ситуации, которые требуют от учащегося умения моделировать математически определенные физические, химические, экономические и бытовые процессы и явления, составить план действия (алгоритм) решения реальной проблемы; параллельно с этим развиваются разные виды и формы мышления; – это позволяет выделить сюжетные задачи в качестве одного из объектов изучения в курсе математики основной школы и добиваться от учащихся овладения умениями решать эти задачи.

2. Обучать решению задач учителю приходится на материале задач с приведённым условием, усиливая развивающую функцию последних с помощью приёмов: (1) информационное моделирование текста задачи; (2) решение задачи разными способами; (3) расширение требований задачи (расширяющееся задание); (4) замена числовых значений буквенными обозначениями с последующей формулировкой обобщённой задачи; (5) прогнозирование («Что будет, если в задаче ...?»).

3. Основным методом решения задач с неприведённым условием – неоднократное информационное моделирование.

4. Система обучающих заданий для самостоятельного овладения основными приёмами решения сюжетных задач поможет школьникам в формировании необходимых умений, связанных с математическим моделированием и решением реальных проблем.

5. Из-за недостаточного числа сюжетных задач в учебнике математики для 6 класса авторского коллектива под руководством С. М. Никольский, можно рекомендовать учителям использовать методический приём

«конструирования задач учащимися», позволяющий последним лучше уяснить строение и основные подходы к информационному моделированию и решению сюжетных задач.

6. В ходе практико-ориентированного учебного проекта на основании анализа реальной ситуации у школьников естественным образом возникает необходимость формулировки и решения текстовой задачи практического содержания (сюжетной задачи), позволяющей получить некоторый новый опыт деятельности. Поэтому такие проекты развивают у учащихся определённые умения (видеть проблему, ставить вопросы, выдвигать гипотезы, объяснять, доказывать, защищать свои идеи), воспитывают у них качества личности, обеспечивающие социальную мобильность, способность принимать самостоятельные решения, формируют качества мышления, необходимые для адаптации в современном информационном обществе, развивая интерес к математическому творчеству и математические способности.