Министерство образования и науки Российской Федерации

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математики и методики ее преподавания

Элективный курс «Абсолютная величина числа»: содержательный аспект

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 4 курса 461 группы
направления 44.03.01 – «Педагогическое образование (профиль – математическое образование)» механико-математического факультета

Романовой Марии Сергеевны

Романова

Научный руководитель
к.п.н., доцент ____________________ И.К. Кондаурова

Зав. кафедрой
к.п.н., доцент ____________________ И.К. Кондаурова

Саратов 2016 год

Введение. Понятие абсолютной величины (модуля) числа является одним из основных понятий математики. Задачи, связанные с абсолютной величиной, часто встречаются на математических олимпиадах и в заданиях единого государственного экзамена. Это понятие широко применяется не только в различных разделах школьного курса, но и в курсе высшей математики. Для успешного выступления на различных математических конкурсах и олимпиадах, с целью качественной подготовки к итоговой аттестации учащимся необходимо иметь прочные навыки в решении задач, содержащих модуль.

В математике и методике ее преподавания имеется достаточно исследований, заложивших теоретический фундамент нашей работы: И.И. Гайдуков, В. И. Арнольд, А М. Абрамов, И. К. Андронов и др. Так же при написании работы мы опирались на изучение опыта учителей, которые разрабатывали примерные программы элективного курса по теме «Модуль числа»: И. А. Зайцева, Л. А. Мосенкова, Л. А. Толмачева и др.

В Примерной основной образовательной программе основного общего образования указано, что понятие модуля числа вводится в 6 классе, далее в школьном курсе алгебры к нему возвращаются лишь эпизодически, что естественно влечет за собой «забывание» темы учащимися к окончанию 9 класса. В то же время в материалах ОГЭ в 9 классе, а так же ЕГЭ в 11 классе регулярно встречаются уравнения и неравенства, содержащие переменную под знаком модуля и приходится использовать построение графиков функций при решении таких уравнений и неравенств. Для решения указанной проблемы учащиеся должны самостоятельно вспоминать тему «Абсолютная величина числа», что возможно только для отдельных учеников. Поэтому возникает необходимость введения элективного курса в 9 классе, в рамках которого ученики смогут вспомнить уже изученное ранее, получить новые знания, которые не входят в школьный курс математики основной школы. Всем перечисленным выше обуславливается актуальностью выбранной темы работы.

Цель бакалаврской работы: разработать содержание элективного курса по теме: «Абсолютная величина числа» для 9 класса.

Задачи бакалаврской работы:

1. Проанализировать нормативную и учебно-методическую литературу по теме «Абсолютная величина числа».

2. Систематизировать материал по теме «Абсолютная величина числа» и разработать содержание элективного курса по данной теме для учащихся 9 класса.

Методы исследования: анализ учебно-методической и математической литературы; изучение нормативных документов; обобщение опыта работы действующих учителей; разработка методических материалов.

Структура работы: титульный лист; введение; две главы («Организация элективного курса «Абсолютная величина числа»; «Содержание элективного курса «Абсолютная величина числа»); заключение; список использованных источников.

Основное содержание работы. В первой главе «Организация элективного курса «Абсолютная величина числа» приведен анализ нормативной и учебно-методической литературы по теме исследования, сформулированы цели и планируемые результаты освоения элективного курса, рассмотрены возможные формы организации занятий данного элективного курса.

Проводимая в России реформа образования нацеливает на то, что школа, прежде всего, должна реализовывать цели развития ребенка, т.е. служить его собственным интересам. Концепция профильного обучения отмечает, что реализация идеи профилизации обучения на старшей ступени ставит выпускника основной ступени перед необходимостью совершения ответственного выбора – предварительного самоопределения в отношении профилирующего направления собственной деятельности. Важность подготовки к этому ответственному выбору определяет серьезное значение предпрофильной подготовки в основной школе.

Элективный курс «Абсолютная величина числа» предназначен для подготовки школьников к обучению в классах физико-математического профиля, так как полученные знания будут способствовать более полному и глубокому усвоению базовых понятий математики. Кроме того, задания единого государственного экзамена по математике предполагают умение оперировать с модулем.

Элективный курс предпрофильной подготовки обучающихся 9 классов посвящен системному освещению учебного материала, связанного с понятием модуль числа и аспектами его применения. В нем рассматриваются различные методы и способы решения уравнений и неравенств с модулем, основанные на его определении, свойствах и графической интерпретации. Он расширяет содержание базового курса по математике, является предметно-ориентированным и дает учащимся возможность познакомиться с интересными и нестандартными решениями уравнений и неравенств, содержащих абсолютную величину. Вопросы, рассматриваемые в курсе, выходят за рамки обязательного содержания. Вместе с тем, они тесно примыкают к основному курсу.

Цели курса: систематизация, расширение и углубление знаний по теме абсолютная величина, обретение практических навыков выполнения заданий с модулем, повышение уровня математической подготовки школьников.

Задачи курса:

– вооружить учащихся системой знаний по теме абсолютная величина;

– сформировать навыки применения данных знаний при решении разнообразных задач различной сложности;

– подготовить учащихся к ОГЭ;

– сформировать навыки самостоятельной работы;

– сформировать умения и навыки исследовательской работы;

– способствовать развитию алгоритмического мышления учащихся;

– способствовать формированию познавательного интереса к математике.

В результате изучения элективного курса «Абсолютная величина числа» учащиеся получают возможность:

знать и понимать:

– определение абсолютной величины числа;

– основные операции и свойства абсолютной величины;

– правила построения графиков функций, содержащих знак абсолютной величины;

– алгоритмы решения уравнений, неравенств, систем уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.

уметь:

– применять определение, свойства абсолютной величины числа к решению конкретных задач;

– читать и строить графики функций, аналитическое выражение которых содержит знак абсолютной величины;

– решать уравнения, неравенства, системы уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.

При проведении занятий элективного курса «Абсолютная величина числа» можно использовать лекции, практические работы и исследовательские проекты учащихся. Основной тип занятий – комбинированный урок. Теоретический материал излагается в форме мини-лекции. После изучения теоретического материала выполняются практические задания для его закрепления.

Занятия строятся с учётом индивидуальных особенностей обучающихся, их темпа восприятия и уровня усвоения материала.

В ходе обучения периодически проводятся непродолжительные, рассчитанные на 10-15 минут, контрольные работы и тестовые испытания для определения глубины знаний и скорости выполнения заданий. Контрольные замеры обеспечивают эффективную обратную связь, позволяющую обучающим и обучающимся корректировать свою деятельность.

Итогом освоения программы элективного курса может также являться констатация личных достижений по освоению содержания, представление индивидуальной творческой работы по выбору учащихся или создание проектов, как каждым учащимся, так и группой учащихся. При этом может быть организован круглый стол – как презентация творческих работ, проектов и подведение итогов.

Во второй главе «Содержание элективного курса «Абсолютная величина числа» представлен теоретический и практический материал для проведения элективного курса, описана проведенная опытно-экспериментальная работа.

Содержание элективного курса «Абсолютная величина числа» состоит из двух модулей «Абсолютная величина действительного числа» и «Абсолютная величина комплексного числа».

В первом модуле даны различные определения модуля действительного числа и его свойства.

Определение 1. Модуль числа a – это либо само число a, если a – положительное число, либо число $(-a)$, противоположное числу a, если a – отрицательное число, либо 0, если $a = 0$.

Иногда встречается определение модуля через арифметический квадратный корень.

Определение 2. Модуль числа a – это арифметический квадратный корень из квадрата числа a, то есть, $|a| = \sqrt{a^2}$.

Геометрически модуль числа можно интерпретировать как расстояние. Приведем определение модуля числа через расстояние.

Определение 3. Модуль числа a – это расстояние от начала отсчета на координатной прямой до точки, соответствующей числу a.

Свойство 1. Модуль числа не может быть отрицательным числом. В буквенном виде это свойство имеет запись вида $|a| \geq 0$ для любого числа a.

Свойство 2. Модуль числа равен нулю тогда и только тогда, когда это число есть нуль. Модуль нуля есть нуль по определению.

Свойство 3. Противоположные числа имеют равные модули, то есть, $|a| = |-a|$ для любого числа a.

Свойство 4. Модуль произведения двух чисел равен произведению модулей этих чисел, то есть, $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$.

Свойство 5. Модуль частного от деления a на b равен частному от деления модуля числа a на модуль числа b, то есть, $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$.

Свойство 6. Модуль записывается в виде неравенства: $|a - b| \leq |a - c| + |c - b|$, a, b и c – произвольные действительные числа.

Далее рассмотрены различные типы уравнений и неравенств с модулем и методы их решения, а также построение графиков функций, содержащих знак абсолютной величины.

Например, график функции $f(x) = |x|$ – биссектриса I и II координатных углов.

Свойства функции $f(x) = |x|$:

1. Область определения $D(f) = (-\infty; +\infty)$.

2. Область значений $E(f) = [0; +\infty)$.

3. Нули функции: $x = 0$.

4. Промежутки возрастания и убывания: $f(x) = |x|$ возрастает на $[0; +\infty)$ и убывает на $(-\infty; 0]$.

5. Свойства чётности: $f(x) = |x|$ – четная, т.к. $|-x| = |x|$, график её симметричен относительно оси Oy.

6. Промежутки знакопостоянства: $f(x) > 0$ при $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

7. Наибольшее и наименьшее значения: $f(x)$ имеет наименьшее значение, равное нулю, при $x=0$; наибольшего значения не имеет.

8. Так как в точке $x = 0$ функция $f(x) = |x|$ не имеет производной, то касательная к её графику в точке $O(0;0)$ не существует.

Согласно Фундаментальному ядру содержания общего образования в курсе алгебры при расширении понятия числа вводится понятие комплексного числа и его геометрической интерпретации. Следовательно, целесообразно рассмотреть модуль комплексного числа.

Комплексное число – это выражение вида $a+bi$, где a, b – действительные числа, а i – так называемая мнимая единица, символ, квадрат которого равен (–1), то есть $i^2 = -1$. Число a называется действительной частью, а число b – мнимой частью комплексного числа $z=a+bi$. Если $b = 0$, то вместо $a+0\cdot i$ пишут просто a. Видно, что действительные числа – это частный случай комплексных чисел.

Модулем комплексного числа $z = x + i\cdot y$ называется арифметический квадратный корень из суммы квадратов действительной и мнимой части данного комплексного числа. Модуль комплексного числа z обозначается как $|z|$, тогда озвученное определение модуля комплексного числа может быть записано в виде $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Данное определения позволяет вычислить модуль любого комплексного числа в алгебраической форме записи. Для примера вычислим модуль комплексного числа $z = \dfrac{2}{3} - 4i$. В этом примере действительная часть комплексного числа равна, а мнимая – минус четырем. Тогда по определению модуля комплексного числа имеем $|z| = \sqrt{\dfrac{2}{3}^2 + (-4)^2} = \sqrt{\dfrac{4}{9} + 16} = \dfrac{2\sqrt{37}}{3}$.

Геометрическую интерпретацию модуля комплексного числа можно дать через расстояние. Модуль комплексного числа z – это расстояние от начала комплексной плоскости до точки, соответствующей числу z в этой плоскости.

По теореме Пифагора расстояние от точки O до точки с координатами (x, y) находится как $\sqrt{x^2+y^2}$, поэтому, $z=\sqrt{x^2+y^2}$, где $z = x + i\cdot y$. Следовательно, последнее определение модуля комплексного числа согласуется с первым.

Свойства 1-6 для модуля действительного числа справедливы и для модуля комплексного числа. Так же модуль комплексного числа имеет ряд других свойств:

Свойство 1. Модуль числа, сопряженного числу z равен модулю самого комплексного числа z, т.е. $|\bar{z}| = |z|$.

Свойство 2. Произведение комплексного числа на сопряжённое ему число равно квадрату модуля этого комплексного числа, т.е. $z \cdot \bar{z} = |z^2|$.

Свойство 3. Модуль разности комплексных чисел равен расстоянию между этими числами на комплексной плоскости, т.е. $|z_1 - z_2| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

Один из этапов исследования – социологический опрос учителей математики, проводимый с целью определения наличия и характера трудностей, возникающих у учащихся при решении заданий с модулем.

На Всероссийском конструкторе электронных портфолио было проведено анкетирование учителей математики. В опросе приняли участие 51 педагог из разных регионов Российской Федерации. Педагогам было предложено ответить на три вопроса: Возникают ли трудности у учеников при решении задач, содержащих модуль числа? Целесообразно ли введение элективного курса «Абсолютная величина числа» в 9 классе? В чем возникают трудности у учеников при решении задач, содержащих модуль числа?

Анализ ответов на первый вопрос показал, что у большинства учеников возникают серьезные трудности при решении таких задач, т.к. отсутствует регулярное повторение данной темы (59% учителей выбрали первый вариант ответа). Меньшая часть учителей ответили, что у их учеников трудностей при решении заданий с модулем не возникает (15%), либо возникают, но не у всех (26%). Это указывает на то, что ученикам необходима дополнительная подготовка по данной теме.

Ответы на второй вопрос показали, что 55% участвующих в опросе, считают, что ввести элективный курс необходимо, а 25% учителей могли бы обойтись лишь несколькими уроками повторения по данной теме и лишь 20% учителей не стали бы вводить элективный курс в 9 классе.

Целью последнего вопроса было выявление характера трудностей, возникающих у учеников при решении задач с модулем. 67% учителей ответили, что их ученики могут справиться с элементарными заданиями, содержащими модуль, а более сложные задания решить самостоятельно уже не могут. Другие учителя (23%) ответили, что большинство учеников при решении заданий с модулем в 9 классе не могут вспомнить даже основных понятий, связанных с абсолютной величиной числа. Но были и те учителя (10%), ученики которых без каких-либо затруднений выполняют задания с модулем.

Таким образом, проведенное исследование показало, что в настоящее время есть необходимость дополнительной подготовки по теме «Абсолютная величина числа», и именно в рамках элективного курса, т.к. значительное количество учащихся не могут справиться с заданиями, содержащими модуль числа. Введение данного элективного курса целесообразно именно в 9 классе, потому что это поможет актуализировать, закрепить и углубить знания, полученные учениками ранее.

Заключение. Основные выводы, сделанные при написании выпускной квалификационной работы:

1. Анализ учебно-методической литературы показал, что тема «Абсолютная величина числа» изучается в школьном курсе арифметики (6 класс) и алгебры (8 класс) на базовом уровне. Дальнейшее изучение данной темы происходит в школьном курсе «Алгебра и начала анализа» в 10-11 классе на углубленном уровне.

Анализ нормативных документов, связанных с элективными курсами и изучением выбранной нами темы исследования в школе показал, что введение элективного курса в рамках предпрофильной подготовки учащихся способствует их дальнейшему профильному самоопределению.

2. Результаты анкетирования показали, что у большинства учащихся возникают трудности при изучении темы «Абсолютная величина числа», что связано с отсутствием регулярного повторения в школьном курсе математики. Это влечет за собой необходимость дополнительной подготовки учащихся по данной теме. Одним из вариантов проведения такой подготовки может быть элективный курс (55% опрошенных учителей сделали выбор в пользу введения элективного курса по данной теме).

3. В результате изучения элективного курса «Абсолютная величина числа» учащиеся получают возможность знать и понимать: определение абсолютной величины числа; основные операции и свойства абсолютной величины; правила построения графиков функций, содержащих знак абсолютной величины; алгоритмы решения уравнений, неравенств, систем уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля. Так же элективный курс позволит учащимся уметь: применять определение, свойства абсолютной величины числа к решению конкретных задач; читать и строить графики функций, аналитическое выражение которых содержит знак абсолютной величины; решать уравнения, неравенства, системы уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.

Модуль «Абсолютная величина комплексного числа», включенный в содержание элективного курса, носит пропедевтический характер и направлен на то, чтобы помочь учащимся выбрать индивидуальную образовательную траекторию, т.е. данная тема позволит учащимся определиться с желанием (нежеланием) изучать математику на углубленном уровне (при выборе профильного класса).

По материалам бакалаврской работы подготовлена и представлен доклад по теме «Цели и планируемые результаты освоения элективного курса «Абсолютная величина числа» на научной конференции преподавателей и студентов механико-математического факультета СГУ им. Н.Г. Чернышевского в 2016 году.

Список использованных источников включает в себя 30 наименований.