

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математики и методики ее преподавания

Развитие математического мышления учащихся 5-6 классов

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 5 курса 521 группы
направления 44.03.01 – «Педагогическое образование (профиль –
математическое образование)» механико-математического факультета

Жумашкалиевой Гульсары Кажибулатовны

Научный руководитель
старший
преподаватель

С.В. Лебедева

Зав. кафедрой
к.п.н., доцент

И.К. Кондаурова

Саратов 2016

Введение. Математическое мышление – абстрактное теоретическое мышление, объекты которого лишены всякой вещественности и могут интерпретироваться самым произвольным образом, лишь бы при этом сохранялись заданные между ними отношения.

Среди многих проблем совершенствования обучения математике в средней школе большое значение имеет проблема формирования у учащихся математического мышления. В педагогике современной школы достаточно широко используются различные аспекты решения дидактических проблем, связанных с активизацией математического мышления (А.В. Брушлинский, В.А. Крутецкий, И.С. Якиманская, Л.К. Максимов и др.). О.С. Медведева в качестве средства развития мышления учащихся рассматривает решение задач комбинаторного характера. На материале алгебры и начал анализа И.Н. Семенова выявляет роль и место сюжетных задач в развитии математического мышления учащихся. Однако, несмотря на то, что проблема развития математического мышления у школьников исследуется учёными на протяжении десятилетий, она и сегодня является одной из актуальных и сложнейших психолого-педагогических проблем

Цель бакалаврской работы – продемонстрировать возможности программного материала курса математики 5 класса в плане формирования и развития некоторых компонентов математического мышления. В соответствии с целью в ходе исследования были определены следующие задачи: (1) выявить основные проблемы развития математического мышления; (2) разработать методические рекомендации по развитию отдельных компонентов математического мышления учащихся 5-6 классов.

Структура работы: титульный лист; введение; две главы («Развитие математического мышления как актуальная методическая проблема»; «Методика развития отдельных компонентов математического мышления учащихся 5-6 классов»); заключение; приложение; список использованных источников.

Основное содержание работы. В первой главе – «Развитие математического мышления как актуальная методическая проблема» – определены понятие, содержание и структура математического мышления, описаны возможности реализации идеи развития математического мышления учащихся 5-6 классов, выделяются основные проблемы развития математического мышления учащихся 5-6 классов.

Анализ психолого-педагогической литературы показал, что математическое мышление является сложным и неоднозначно определенным понятием. Любое явление, процесс представляет собой единство содержания и формы. Мыслительный процесс всегда осуществляется применительно к определенному предметному содержанию и проявляется в форме, обусловленной содержанием. Математическое мышление имеет особенное предметное содержание, определенное предметом математики – математическими структурами и выступает (проявляется) поэтому в особенной форме. Под математическим мышлением понимают, прежде всего, форму, в которой проявляется мышление в процессе познания конкретной науки математики и ее приложений. Мышление, связанное с математической деятельностью, имеет свое особенное предметное содержание, в связи с чем представляется возможным выделение математического мышления. Выделяют основные виды мышления: (1) наглядно-действенное, наглядно-образное, словесно-логическое; (2) теоретическое и практическое; (3) интуитивное и рассуждающее (аналитическое и логическое).

Математическому мышлению свойственны те качества, которые присущи научному мышлению, это:

1) Гибкость мышления – способность к целесообразному варьированию способов действия; легкость перестройки системы знаний, умений и навыков при изменении условий действия; легкость перехода от одного способа действия к другому, умение выходить за границы привычного способа действия.

2) Активность мышления – постоянство усилий, направленных на решение некоторой проблемы, желание обязательно решить эту проблему, изучить различные подходы к ее решению, исследовать различные варианты постановки этой проблемы в зависимости от изменяющихся условий и т. д.

3) Организованность памяти – способность к быстрому и правильному воспроизведению необходимой информации.

4) Широта мышления – способность к формированию обобщенных способов действий, имеющих широкий диапазон переноса и применения к частным, нетипичным случаям.

5) Глубина мышления – способность глубокого понимания каждого из изучаемых математических фактов в их взаимосвязи с другими фактами.

6) Критичность мышления – умение оценить правильность выбранных путей решения проблемы и получаемые при этом результаты с точки зрения их достоверности, значимости и т. п. В процессе обучения математике воспитанию этого качества у учащихся способствует постоянное обращение к различного вида проверкам, грубым прикидкам найденного результата, а также к проверке умозаключений, сделанных с помощью индукции, аналогии и интуиции.

В ФГОС основного общего образования указано, что в результате изучения предметной области «Математика и информатика» обучающиеся развивают логическое и математическое мышление, получают представление о математических моделях; овладевают математическими рассуждениями; учатся применять математические знания при решении различных задач и оценивать полученные результаты; овладевают умениями решения учебных задач; развивают математическую интуицию; получают представление об основных информационных процессах в реальных ситуациях.

Мы выделили основные на наш взгляд проблемы развития математического мышления учащихся 5-6 классов на уроках математики.

Проблема 1. Отсутствие методик работы с учебными задачами, способствующих развитию у школьников творческих способностей.

Проблема 2. Формализм математических знаний школьников, их недостаточная действенность; недостаточный уровень математической культуры и математического мышления.

Проблема 3. Недостаточный уровень алгоритмической культуры (одного из компонентов математического мышления) учащихся.

Проблема 4. Развитие учащихся напрямую связано с тем, на получение какого именно результата ориентируется учитель математики в своей работе. Если – на воспроизведение изученных алгоритмов, то соответственно развиваются память, скорость реакции, если – на творчество, то соответственно будет развиваться математическое мышление.

Проблема 5. Необходимость развивать пространственное воображение и пространственное мышление средствами учебного предмета математика.

Во второй главе – «Методика развития отдельных компонентов математического мышления учащихся 5-6 классов» – выявляются возможности учебных и развивающих задач в деле формирования математического мышления, занимательных задач в развитии творческой деятельности учащихся, описаны некоторые приёмы развития алгоритмического, логического и пространственного мышления учащихся, и элементы логики при решении занимательных задач на уроках математики в 5-6 классов.

В обучении математике задачам всегда отводилась достаточно большая роль. Сейчас всё большее распространение получает прогрессивный метод обучения через задачи как реализация системы проблемного обучения. Многообразные ситуации, возникающие на математическом и нематематическом материале, приводят как к стандартным, так и нестандартным задачам, алгоритм решения которых либо неизвестен, либо не существует. Задача предполагает необходимость сознательного поиска соответствующего средства для достижения ясно видимой, но непосредственно не доступной цели. Решение задач означает нахождение этого средства.

Процесс решения задачи можно разделить на четыре основных этапа: осмысление условия задачи (анализ условия), поиск и составление плана

решения, осуществление плана решения, изучение (исследование) найденного решения.

Осмысление условия задачи (1 этап) требует формирования умений анализировать условие и требование задачи с последующим выяснением возможных путей решения задачи.

Составление плана решения задачи (2-й этап) – главный шаг на пути ее решения. Правильно составленный план решения задачи почти гарантирует правильное ее решение. Составляя план решения задачи, всегда следует задавать себе (или решающему задачу ученику) вопрос: «Все ли данные задачи использованы?» Выявление неучтенных данных задачи облегчает составление плана ее решения.

Осуществление плана решения задачи (3-й этап), где решающий задачу рассматривает все детали, которые вписываются в этот контур. Эти детали надо рассматривать тщательно и терпеливо. При этом ученик (решающий задачу) должен: (а) проверять каждый свой шаг на «правильность» ссылками на соответствующие, известные ранее математические факты, предложения; (б) выбирать такой способ оформления решения, чтобы зафиксировать его в краткой и ясной форме.

Изучение найденного решения задачи (4-й этап) – заключительный этап является необходимой и существенной частью решения задачи. Основным содержанием его должно быть осмысление выполненного решения, формулирование и решение (если это окажется возможным) других задач, явно связанных с решенной, и извлечение из всей проделанной работы выводов о том, как находятся и выполняются решения.

Таким образом, после оформления решения необходимо выявление идей (главной мысли), положенных в основу решения. Решение задачи несколькими способами является одним из путей проверки правильности полученного результата; важно сопоставление найденных решений, выделение более рациональных и поучительных. Это путь воспитания гибкости математического мышления и находчивости.

В докторской диссертации В.И. Крупич выделены следующие виды поиска решения алгоритмически неразрешимых задач:

– полный перебор вариантов решения – поиск посредством систематических проб, по порядку обследующих все возможные ходы на каждом этапе решения;

– случайный поиск – направление решения определяется по чисто случайному критерию;

– выборочный (слепой) поиск – очередной ход выбирается на основании предыдущего;

– эвристический (упорядоченный) поиск – вследствие отбрасывания явно неперспективных направлений происходит уменьшение объема поиска.

В исследованиях Л. М. Фридмана и Е. Н. Турецкого отмечается, что особенности нестандартных задач определяют различные частные способы их решения, однако можно выделить такие методы решения нестандартных задач, как: расчленение на стандартные или более простые задачи с помощью разбиения на части условия задачи (объекта задачи, требований задачи); замена данной задачи ей равносильной с помощью преобразования условия (замены переменных, замены объекта другими); введения вспомогательных элементов для сближения данных и искомых величин (расчленение задачи на части, придание задаче определенности). При этом отмечается, что ситуации требуют различных стратегий обучения. В первом случае такая стратегия «должна быть ориентирована на открытие учащимися (с помощью учителя) общего метода решения всех задач данного класса»; во втором случае – «на обучение распознаванию принадлежности частных задач к классу задач, решаемых определенными, уже известными методами»; в третьем случае – «на обучение методам поиска решений».

Творческая деятельность ученика, направление на творческое понимание усваиваемого материала и порождение новых способов действия, ее развитие зависят от наличия трех составляющих мышления:

высокий уровень сформированности элементарных мыслительных операций: анализа и синтеза, сравнения, аналогии, классификации;

высокий уровень активности и плюралистичности мышления, проявляющихся в выдвижении множества гипотез, вариантов решений, нестандартных идей;

высокий уровень организованности и целенаправленности мышления, проявляющийся в выделении существенного в явлениях, осознании собственных способов мышления.

Сформированность названных качеств мышления позволит преодолеть трудности в овладении учебным материалом и приведет к развитию творческой личности учащегося. Это объясняется тем, что ученик, получая теоретически обоснованные способы действий, знания, может самостоятельно вырабатывать подобные способы в незнакомых ситуациях или новые способы при решении поставленных проблем.

Наиболее перспективным направлением в деле развития творческой активности учащихся является совместное с учениками решение занимательных задач. Способ решения занимательных задач не известен. Для их решения характерно «броуновское движение мысли», т.е. к решению приводит метод проб и ошибок. Поисковые пробы решения могут в отдельных случаях закончиться догадкой, которая представляет собой нахождение пути искомого решения. Занимательные задачи способствуют поддержанию интереса к предмету и играют роль мотива к деятельности учащихся. Необычность сюжета, способа презентации задачи находят эмоциональный отклик у детей и ставят их в условия необходимости ее решения.

Для формирования продуктивного мышления, воспитания устойчивого интереса к занятиям математикой и её популяризации как нельзя лучше подходят нестандартные логические задачи, например: « После долгой разлуки встретились бывшие подруги Зина и Феня. Вспомнили прошлое, поговорили про жизнь, о детях. Выяснилось, что у Фени трое детей. «А сколько им лет?» – спросила Зина. Феня ответила загадкой: «Произведение их возрастов (в

натуральных числах) равно 36, а сумма возрастов такова, сколько ступенек вон на той лестнице». (Показывает Зине). Задумалась Зина, а затем говорит, что этого (информации) ей недостаточно для определения возрастов детей. Тогда Феня добавляет: «А старший у меня – сын». Сколько лет каждому из детей тети Фени?»

Решение. Рассуждаем так. Произведение 36 имеет в точности следующие тройки натуральных чисел:

1, 1 и 36; 1, 2 и 18; 1, 3 и 12; 1, 4 и 9; 1, 6 и 6;
2, 2 и 9; 2, 3 и 6; 3, 3 и 4.

Из них только две тройки обладают равными суммами:

$$1 + 6 + 6 = 13 = 2 + 2 + 9.$$

Поэтому число ступенек на лестнице равно 13, иначе Зина сразу бы догадалась о возрасте детей. Ну а когда Феня уточнила, что среди детей есть старший ребенок, Зина определила, что детям тети Фени соответственно 2 годика, 2 годика и 9 лет.

Содержанием пространственного мышления является деятельность по созданию образов и оперированию ими. В математике пространственные образы выступают в разном своем содержании, функции, значении. Они возникают и реализуются при работе с различным учебным материалом, где используются графики, диаграммы, объемные рисунки, наглядные схемы, геометрические чертежи.

По способу деятельности пространственное мышление бывает эмпирическим и теоретическим. Эмпирическое пространственное мышление – совокупность мыслительных операций по опознанию и классификации пространственных объектов и образов по их внешним (формально-общим) признакам с помощью выделения и дальнейшего сравнения данных объекта, чувственно воспринимаемого или представляемого по памяти. Теоретическое пространственное мышление – совокупность особых мыслительных действий по воспроизведению и конструированию особых идеализированных пространственных объектов и систем их связей, отражающих в своем единстве

всеобщность и сущность трансформаций исходного объекта и его отношений с другими пространственными предметами. Формирование этого типа мышления представляет собой овладение учащимися умений (способностей): отыскивать источник происхождения преобразования; улавливать суть преобразования; определить способ конструирования нового объекта на основании выявленного преобразования; осуществлять реальные трансформации во внутреннем (умственном) и внешнем планах двух- и трехмерных объектов в различных геометрических пространствах.

Таким образом, пространственное мышление возникает в недрах практической ориентации на местности среди объектов материального мира, а своего максимального развития достигает при исследовании пространственных свойств и отношений математическими методами. Каждый человек обладает задатками пространственного мышления, а его развитие определяется в полной мере участием в тех или иных видах деятельности.

Принимая за отправную точку положение о том, что возраст 10-12 лет является наиболее благоприятным для формирования теоретического пространственного мышления и операционной его стороны, предлагаем решить проблему развития данного типа мышления в 5-6 классах средствами предмета «Математика», поскольку других предметов, могущих взять на себя часть решения проблемы, в учебных планах этого этапа обучения нет.

Традиционные курсы «Математика 5-6» рассчитаны на адекватное возрасту развитие пространственных представлений и должным образом сформированное пространственное мышление, поэтому на сегодняшний день требуют доработки содержания включением развивающих пространственное мышление заданий следующих типов: упражнения, направленные на развитие пространственного мышления (подсистема I); задачи на формирование умения создавать пространственные образы (подсистема II); задания на формирование умения осуществлять реальные трансформации объектов и образов (подсистема III); математические задачи, раскрывающие сущность некоторых видов геометрических преобразований (подсистема IV).

Система заданий (подсистемы I-IV) удовлетворяет следующим принципам:

принцип непрерывности_требует включения упражнений, задач и задач и заданий системы в содержание каждого_урока (в том числе и в контрольные работы);

принцип интеграции_требует включения в систему практических (а в дальнейшем прикладных) задач и разнообразных математических задач (арифметических, алгебраических);

принцип учета возрастных особенностей предполагает решения ряда задач системы в ходе игровой деятельности;

принцип активности требует невмешательства педагога в процесс выполнения заданий.

Выразим своё согласие с мнением И.С. Якиманской, согласно которому, задания, развивающие пространственное мышление, должны быть: комплексными, то есть фиксировать сложную структуру пространственного мышления; обеспечивать выявление не только конечного результата выполнения задания, но и процесса его достижения; краткими; составлены на учебном материале разного предметного содержания

Заключение. Сформулируем основные выводы по результатам исследования.

1. Среди многих проблем совершенствования обучения математике в средней школе большое значение имеет проблема формирования у учащихся математического мышления, так как у школьников должны быть сформированы определенные качества мышления, твердые навыки рационального учебного труда, развит познавательный интерес.

2. Математическому мышлению свойственны те качества, которые присущи научному мышлению, это: гибкость, активность, организованность памяти, широта и глубина мышления, критичность.

3. К основным проблемам развития математического мышления учащихся 5-6 классов на уроках математики относят: отсутствие методик работы с

учебными задачами, способствующих развитию у школьников творческих способностей; формализм математических знаний школьников, их недостаточная действенность; недостаточный уровень математической культуры и математического мышления; недостаточный уровень алгоритмической культуры (одного из компонентов математического мышления) учащихся; развитие учащихся напрямую связано с тем, на получение какого именно результата ориентируется учитель математики в своей работе; необходимость развивать пространственное воображение и пространственное мышление средствами учебного предмета математика.

4. Учебные и развивающие задачи – основное средство развития математического мышления на уроках математики.