

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математики и методики ее преподавания

**Числовые последовательности в курсе основной школы**

**АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ**

студентки 5 курса 521 группы  
направления 44.03.01 – «Педагогическое образование (профиль –  
математическое образование)» механико-математического факультета

Макарихиной Ольги Михайловны



Научный руководитель  
к.п.н., доцент

---

Т.А. Капитонова

Зав. кафедрой  
к.п.н., доцент

---

И.К. Кондаурова

Саратов 2016 год

**Введение.** В Федеральных государственных образовательных стандартах общего образования и разработанных на их основе типовых документах предусмотрено не только изучение основных математических объектов (чисел, геометрических фигур, алгебраических и аналитических моделей), но и «формирование представлений о математике как о методе познания действительности, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления».

Реализовать эту идею можно в рамках содержательной линии «Математика в историческом развитии», раскрывающей историю становления основных математических теорий, а также вклад учёных в дело развития математической науки.

Тема «Числовые последовательности» возникла в древности, и изучает различные последовательности, связанные с именами ученых, внесших вклад в развитие математической науки. Возникает интерес в изучении темы с учетом истории становления основных понятий данной темы в рамках содержательной линии «Математика в историческом развитии».

Многие задачи, связанные с числовыми последовательностями появились в глубокой древности. Тема «Числовые последовательности» включена в программу основной школы и на базовом уровне основное внимание уделяется изучению простейших числовых последовательностей – арифметической и геометрической прогрессии. К сожалению, итоги ОГЭ 2015 года показывают, что «хуже всего учащиеся справились с заданием №6, относящимся к теме «Числовые последовательности и прогрессии». Также задачи по теме «Числовые последовательности» являются эффективным пропедевтическим средством для изучения основ алгебры, дифференциального и интегрального исчисления.

Всё выше изложенное обуславливает актуальность выбранной темы исследования.

Изучением числовых последовательностей занимались многие ученые на протяжении многих веков: Эратосфен, Д. Кардано, Л. Эйлер, Я. Бернулли, Л. Пизанский, Н. Н. Воробьев, А. И. Маркушевич, Л. Г. де Сид и др.

Цель бакалаврской работы – разработать содержание элективного курса «Замечательные последовательности: историко-содержательный подход» для 9 класса.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи бакалаврской работы.

1. Рассмотреть методико-математическое обеспечение темы «Числовые последовательности» в школьном курсе алгебры.

2. Разработать содержание элективного курса для учащихся 9 класса по теме «Замечательные последовательности: историко-содержательный подход» и сформулировать методические рекомендации по проведению занятий данного курса.

Методы исследования: анализ математической, учебно-методической, научно-популярной литературы, изучение нормативных документов, изучение и обобщение опыта работы учителей; разработка и апробация методических материалов; анкетирование.

**Структура работы:** титульный лист; введение; две главы («Методико-математическое обеспечение темы «Числовые последовательности», «Содержание элективного курса по теме «Замечательные последовательности: историко-содержательный подход»); заключение; список использованных источников; два приложения.

**Основное содержание работы.** Первая глава «Методико-математическое обеспечение темы «Числовые последовательности» была посвящена решению первой задачи выпускной квалификационной работы. Проанализировав математическую литературу, мы рассмотрели понятие числовой последовательности, способы задания числовых последовательностей, свойства числовых последовательностей, определение арифметической и геометрической прогрессий, их свойства, формулы общего члена и суммы  $n$

первых членов арифметической и геометрической прогрессий; определение бесконечно убывающей геометрической прогрессии и формула суммы ее членов.

В Примерной программе основного общего образования по математике предусмотрено изучение следующих тем по данной теме исследования: «Понятие последовательности. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формулы общего члена арифметической и геометрической прогрессии, суммы первых нескольких членов арифметической и геометрической прогрессий. Сложные проценты». Анализ учебно-методической литературы (все анализируемые учебники рекомендованы Министерством образования и науки РФ для использования в 2015-2016 учебном году) показал, что теоретический материал во всех рассмотренных учебниках изложен примерно одинаково. Сравнительный анализ практических заданий рассмотренных нами учебников на соответствие заданиям ОГЭ показал, что для подготовки к ОГЭ подходят все рассмотренные учебники. Объем исторического материала в учебниках очень мал, либо он совсем отсутствует.

Итоги ОГЭ показывают, что данная тема относится к числу одной из самых сложных тем для учащихся. На наш взгляд целесообразно познакомить учащихся с некоторыми «замечательными последовательностями», с максимальной опорой на историко-математический материал. Мы предполагаем, что одним из вариантов может быть элективный курс, который с одной стороны за счет максимального использования исторического материала повысит интерес учащихся к данной теме, расширит математический кругозор, с другой стороны позволит дополнительно подготовить учащихся к ОГЭ.

Вторая глава «Содержание элективного курса по теме «Замечательные последовательности: историко-содержательный подход» посвящена решению второй задачи бакалаврской работы.

Календарно-тематический план элективного курса представлен в Таблице 1.

Таблица 1 – Календарно-тематический план

№ п\п	Тема	Кол-во часов	Форма организации	Виды деятельности
1	Исторические сведения об использовании числовых последовательностей	1	Лекция. Коллективная работа.	Решение исторических задач
2	Исторические задачи, связанные с арифметической и геометрической прогрессиями	1	Самостоятельная работа	Решение исторических задач
3-4	Свойства последовательностей. Суммирование	2		Решение задач
5	Связь арифметической и геометрической прогрессий	1		
6	Замечательные последовательности	1		
7	Числа Фибоначчи	1		
8	Числа Каталана	1	Лекция. Коллективная работа. Самостоятельная работа	
9-10	Разработка и защита творческих работ	2	Работа с интернет ресурсами ( <a href="http://oeis.org">http://oeis.org</a> ). Групповая работа	Представление творческих работ

Для каждого занятия элективного курса представлен исторический материал по теме, упражнения для коллективной и самостоятельной работы.

Рассмотрим в качестве примера структуру и содержание занятия по теме «Исторические задачи, связанные с арифметической и геометрической прогрессиями». Исторический материал сообщает учитель в форме лекции, при этом решение исторических задач, связанных с изложением теоретического материала, показывает учитель.

Учащиеся сообщают исторические сведения о К. Ф. Гауссе, а учитель показывает решение следующей задачи «Величайший немецкий математик, астроном и физик К. Ф. Гаусс родился в городе Брауншвейг (Германия). Его отец, садовник и фонтанный мастер, славился искусством быстро и легко считать. Эта способность перешла к сыну, говорившему позднее, что он «умел считать раньше, чем говорить». Первый успех пришел к Гауссу в 9 лет. Школьный учитель попросил учеников найти сумму целых чисел от 1 до 100. Он рассчитывал надолго занять учеников этой задачей. Но Гаусс мгновенно сообразил, как сгруппировать слагаемые, и сказал ответ: 5050. Он заметил, что суммы равностоящих от концов чисел равны:  $1 + 100 = 2 + 99 = 3 + 98 = \dots = 50 + 51 = 101$ . Всего получается 50 пар чисел, и сумма каждой пары равна 101, поэтому общая сумма:  $50 \cdot 101 = 5050$ ».

Затем под руководством учителя учащиеся выполняют упражнения для коллективной работы в составе небольших группах (2-4 человека) с последующим представлением решения классу. В данной теме учащимся предлагаются следующие задачи: 1) «Было 40 городов, а во всяком городе по 40 улиц, а во всякой улице по 40 домов, а во всяком доме по 40 столпов, а во всяком столпе по 40 колец, а у всякого кольца по 40 коней, а у всякого коня по 40 человек, а у всякого человека по 40 плетей, ино много ли порознь будет?» 2) «Сто мер хлеба разделить между пятью людьми, чтобы второй получил настолько же больше первого, насколько третий получил больше второго, четвертый больше третьего и пятый больше четвертого; и двое первых должны получить в 7 раз меньше трех остальных. Найдите, сколько получит каждый?»

После этого учащиеся приступают к выполнению блока упражнений для самостоятельной работы. 1) «Однажды незнакомец постучал в окно к богатому купцу и предложил такую сделку: «Я буду ежедневно в течение 30 дней приносить тебе по 100 000 р. А ты мне в первый день за 100 000 р. – 1 копейку, во второй день за 100 000 р. – 2 копейки, и так каждый день будешь

увеличивать предыдущее число денег в два раза. Если тебе выгодна сделка, то с завтрашнего дня начнем». Купец обрадовался такой удаче. Он подсчитал, что за 30 дней получит от незнакомца 3 000 000 р. На следующий день пошли к нотариусу и узаконили сделку. Кто в этой сделке проиграл: купец или незнакомец?». 2) Человек продал лошадь за 156 р. Покупатель, купил лошадь, а затем раздумал ее покупать и вернул продавцу, говоря: «Нет мне расчета покупать за эту цену лошадь, которая таких денег не стоит». Продавец выдвинул другие условия: «Если, по-твоему, цена лошади высока, то купи только ее подковные гвозди, лошадь получишь тогда бесплатно. Гвоздей в каждой подкове 6. За первый гвоздь дай мне всего  $\frac{1}{4}$  к., за второй –  $\frac{1}{2}$  к., за третий – 1 к. и так далее». Покупатель, узнав о низкой цене и желая бесплатно получить лошадь, принял условия продавца, рассчитывая, что за гвозди придется заплатить не более 10 р. На сколько покупатель переплатил? 3) «Воину, находящемуся на военной службе, дали вознаграждение за первую рану 1 копейка, за вторую – 2 копейки, за третью – 4 копейки и так далее. Подсчитав, выяснили, что воин получил вознаграждения 655 руб. 35 коп. Сколько ран получил воин?»

В ходе занятий может быть рассмотрен материал о биографии математиков, предварительно подготовленный самими учащимися. На итоговых занятиях учащимся предлагается выполнить творческую работу и презентовать ее классу. Темы для творческих проектов: 1) последовательность простых чисел; 2) последовательность Фарея; 3) числа, у которых есть имена; 4) числа с фантастическими названиями и другие.

Опытно-экспериментальная работа проводилась в 9 классе Муниципального общеобразовательного учреждения – средней общеобразовательной школы имени Героя Советского Союза Филькова В. П. с. Сластуха Екатериновского района Саратовской области. Были проведены занятия по следующим темам: исторические сведения об использовании числовых последовательностей; исторические задачи, связанные с

арифметической и геометрической прогрессиями; замечательные последовательности; числа Каталана; защита творческих работ. Три занятия проводились непосредственно на уроках математики и информатики, два занятия были проведены во внеурочное время.

Для диагностики проблем, связанных с изучением темы «Числовые последовательности», проводилось анкетирование учащихся в конце каждого занятия элективного курса. Вопросы анкеты: 1) Были ли вы знакомы с материалом ранее? 2) Интересны ли Вам сведения, полученные на занятии? 3) Какая из задач Вас заинтересовала? 4) Хотели бы вы продолжить изучение этой темы?

После первого занятия учащиеся давали следующие ответы на вопросы. С материалом занятия был знаком 1 учащийся (10%), теоретический материал, сообщенный на занятии, был интересен 4 учащимся (40%), продолжить самостоятельно изучение темы пожелал 1 учащийся (10%); задачами, которые заинтересовали учащихся, были следующие «О изобретателе шахматной доски», «О дележе наследства».

После второго занятия получены следующие ответы: исторический материал был неизвестен всем учащимся и заинтересовал 3 учащихся (30%), в том числе и следующие задачи «Покупка лошади», «Купец и незнакомец», «Вознаграждение воина», а дальнейшее изучение темы пожелал продолжить 1 учащийся (10%).

После третьего занятия учащиеся давали следующие ответы: материал, который сообщался на занятии, был знаком 4 учащимся (40%) и интересен 6 ученикам (60%), к последовательностям «радостные», «избыточные», «циклические» 5 учащихся (50%) проявили наибольший интерес; изъявили продолжить изучение темы 4 учащихся (40%).

После четвертого занятия были получены следующие данные: ни один из учащихся не был знаком с материалом; сведения, сообщенные на занятии, были интересны 6 учащимся (60%), задачи о многоугольниках и таблице чисел

заинтересовали учащихся; продолжить изучение темы «Числа Каталана» хотели 3 учащихся (30%).

Проведенное анкетирование позволило сделать следующие выводы: Если после первого занятия изъявил желание продолжить изучение темы 1 учащийся (10%), то после четырех проведенных занятий выразили желание продолжить изучение темы 4 учащихся (40%). Конечным результатом деятельности каждого учащегося стала творческая работа на тему «Числа, у которых есть имена». Качество знаний по результатам контрольной работы по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессия» составило 30% (оценка «5» – 1 учащийся, оценка «4» – 2 учащихся, «3» – 7 учащихся).

Разработанное содержание элективного курса позволило мотивировать учащихся к более глубокому изучению отдельных тем предмета математика, о чем свидетельствует повышение интереса учащихся к изучаемой теме. Ответы учащихся на вопрос 4 представлены на рисунке 1.

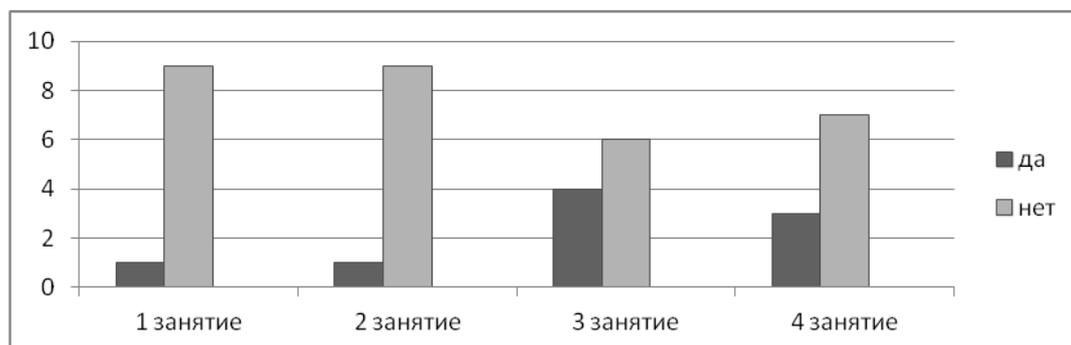


Рисунок 1. Ответы учащихся на 4 вопрос анкеты

**Заключение.** В процессе теоретического и практического исследования в соответствии с задачами и целью бакалаврской работы получены следующие результаты.

1. Основные понятия и теоремы темы «Числовые последовательности» учащиеся изучают в курсе «Алгебра» в 9 классе. В основном на уроках учащиеся знакомятся с арифметической и геометрической прогрессиями, что предусмотрено Примерной программой основного общего образования по математике. Анализ содержания рассмотренных учебников «Алгебра» для 9 класса и учебно-методических пособий для подготовки к ОГЭ показал, что

представленный теоретический и задачный материал во всех учебниках достаточен для подготовки к ОГЭ. Однако итоги ОГЭ показывают, что тема «Числовые последовательности» относится к числу одной из самых сложных для учащихся, что требует дополнительного изучения данной темы. Поэтому целесообразно дополнительно рассмотреть данную тему, с изучением исторического материала, что возможно в рамках элективного курса.

2. Разработанное нами содержание элективного курса «Замечательные последовательности: историко-содержательный подход» нацелено на реализацию содержательно-методической линии «Математика в историческом развитии», что соответствует требованиям ФГОС ООО о «формировании представлений о математике как о методе познания действительности, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления». Исторический подход используется как средство мотивации учащихся к дополнительному изучению темы «Числовые последовательности».

3. Опытнo-экспериментальная проверка части материала разработанного элективного курса показывает эффективность в плане стимулирования интереса к математике, о чем свидетельствует положительная динамика по результатам проведенного анкетирования.

Таким образом, тема «Числовые последовательности» не теряет своей актуальности и историко-содержательный подход к изучению этой темы способствует повышению интереса учащихся к предмету.

Материалы элективного курса могут быть полезны учителям математики, как в урочной, так и во внеурочной деятельности.

Список использованных источников состоит из 38 наименований.