

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
"САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.
ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математического анализа

ПРИЗНАКИ ДЕЛИМОСТИ

Автореферат

студентки 3 курса 322 группы

направления **44.04.01 Педагогическое образование**

Механико-математического факультета

Земсковой Ольги Васильевны

Научный руководитель

Доцент кафедры мат. анализа, к. ф.-м.

н.

В.Г.Тимофеев

подпись, дата

Заведующий кафедрой

Профессор кафедры мат. анализа, д.

ф.-м. н.

Д.В. Прохоров

подпись, дата

Саратов 2016

Введение

Выпускная квалификационная работа магистра представляет собой разработку электронного образовательного курса «Признаки делимости». Данный образовательный курс предназначен для учащихся 6 - 11-х классов основного общего образования, и содержит элементы, относящиеся как к обучению на базовом уровне, так и в классах с профильной подготовкой.

Электронный образовательный курс «Признаки делимости» – это электронный ресурс, который содержит полный комплекс учебно-методических материалов, необходимых для освоения данной темы согласно учебному плану в рамках образовательной программы. Курс обеспечивает все виды работ в соответствии с программой дисциплины, включая практикум, средства для контроля качества усвоения материала, методические рекомендации обучающимся на данном курсе.

Основные цели создания электронного образовательного курса:

- повышение качества обучения при реализации образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий;
- оптимизация деятельности педагогического состава, работающего с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий;
- создание электронной информационно-образовательной среды, позволяющей осуществлять индивидуальный подход в образовательном процессе.

Задачи создания электронного образовательного курса:

- соответствие единым требованиям к структуре, отдельным элементам ЭОК и технологиям обучения в системе дистанционного образования Ipsilon;
- обеспечение образовательного процесса учебно-методическими и контрольно измерительными материалами по теме «Признаки делимости», реализуемой в системе дистанционного образования Ipsilon;

- постоянное совершенствование и обновление комплекса учебно-методических материалов по данной теме.

Изучение признаков делимости в курсе математики основной школы является разделом достаточно важным во всех периодах школьного образования. В курсе алгебры 6-9-х классов данная тема является весьма актуальной, так как на рассмотренном материале, как на фундаменте, строят и изучают другие разделы алгебры: обыкновенные дроби, умножение и деление обыкновенных дробей, действия с алгебраическими дробями. Базовые навыки и умения, которыми должен обладать учащийся перед изучением курса:

- иметь представление о натуральных числах;
- уметь находить делимое, делитель, частное, множители и произведение;
- Уметь осуществлять деление уголком, деление с остатком, уметь раскладывать число по составу;
- знать разнородные единицы измерения и перевод из одних единиц измерения в другие;
- уметь формулировать и доказывать теоремы.

Диагностируемые цели обучения теме «Признаки делимости» с помощью электронного курса. Умения и навыки, которые формируются курсом.

Цель 1: приобретение учебной информации и установление интеллектуальных умений при изучении: а) понятий, б) теорем, в) типов задач.

Цель считается достигнутой, если ученик на уровнях:

Базовый уровень – знает и умеет применять признаки делимости при решении задач, сравнивает решение однотипных задач базового уровня сложности, классифицирует эти задачи, используя помощь.

Средний уровень – самостоятельно составляет алгоритм решения задач, правильно подбирает необходимые признаки делимости, обобщает решение

однотипных задач, составляет приемы их решения с помощью информации из электронного курса и учебника.

Уровень повышенной сложности – самостоятельно находит решение задач, причем выбирая наиболее оптимальное решение, делает предварительные преобразования, использует при решении задач знания свойств делимости и доказательства теорем, умеет решать задачи, связанные с самостоятельным доказательством какого-либо признака делимости.

Цель 2: контроль усвоения теоретических знаний при работе: а) с определениями признаков делимости; б) с теоремами; в) с типами и классами задач.

Цель считается достигнутой, если ученик на уровнях:

Базовом уровне – может сформулировать определения признаков делимости, знает терминологию данной темы и корректно ее использует, хорошо ориентируется в теоретическом материале и может привести конкретные примеры, иллюстрирующие тот или иной признак делимости, может выполнить задания с пропусками слов в определениях признаков, уверенно отвечает на контрольные вопросы и решает задачи базового уровня.

Среднем уровне – самостоятельно формулирует определения, свойства и теоремы по теме, знает алгоритм построения доказательства теорем, может самостоятельно осуществить переход от теории к практике применения признаков делимости, выводит следствия из теорем, составляет схемы решения задач, решает задачи среднего уровня сложности.

Уровень повышенной сложности – знает определения признаков делимости, проводит их доказательства, умеет приводить примеры, самостоятельно составляет план решения задачи и использует при решении доказательства теорем и следствия из них, описывает способы рассуждений на этапах “открытия”, поиска доказательства теорем, решает задачи повышенного уровня сложности.

Цель 3: применение знаний и интеллектуальных умений при решении учебных задач.

Цель считается достигнутой, если ученик на уровнях:

Базовом, среднем, повышенном - решает задачи своего уровня сложности, составляет задачи, по неполному условию и требованию, по условию без требования, аналогичные, обратные задачи и решает их, используя самостоятельный поиск информации и ее анализ в разных источниках.

Цель 4: формирование коммуникативных умений через включение в групповую работу; взаимопомощь, рецензирование ответов, организацию взаимоконтроля и взаимопроверки на всех уровнях.

Цель считается достигнутой, если ученик:

а) работая в группе, оказывает помощь, рецензируют ответы товарищей по выполненным заданиям предыдущих уровней с обоснованием, организует взаимоконтроль; б) оказывает помощь работающим на предыдущих уровнях; в) составляет контрольную работу в соответствии со своим уровнем освоения темы.

Цель 5: формирование организационных умений (целеполагание, планирование, реализация плана, самоконтроль универсальных познавательных действий).

Цель считается достигнутой, если ученик:

формулирует цели своей учебной деятельности; б) выбирает задачи и решает их; в) осуществляет самопроверку; г) составляет контрольную работу для своего уровня усвоения; д) оценивает свою итоговую деятельность по данным объективным критериям; по собственным критериям, сравнивая их с объективными критериями; е) делает выводы о дальнейших действиях, планирует коррекцию учебной познавательной деятельности.

В целом, успешное освоение данного электронного образовательного курса окажет помощь при сдаче Основного государственного экзамена (ОГЭ) и Единого государственного экзамена (ЕГЭ).

Структура электронного образовательного курса

Модуль 1		
Историческая справка		
Модуль 2		
Теоретическая часть		
Определение понятия делимости	Свойства делимости	Признаки делимости
Модуль 3		
Контрольные вопросы		
Модуль 4		
Задачи базового уровня сложности		
Модуль 5		
Задачи среднего уровня сложности		
Модуль 6		
Задачи повышенного уровня сложности		

Рекомендую следующий порядок изучения данного электронного курса. Сначала необходимо ознакомиться с модулем 1 «Историческая справка». Учитывая то, что данный модуль носит ознакомительный характер, можно сразу приступить к изучению модуля 2 «Теоретическая часть». Данный модуль довольно громоздкий, поэтому осваивать его нужно постепенно. Сначала необходимо изучить первый раздел, связанный с введением понятия делимости целых чисел, здесь же приводятся определения деления чисел «нацело» и деления чисел с остатком. А вот доказательству теоремы нужно уделить особое внимание, так как данная информация отсутствует в школьных учебниках. Поэтому, один день отводим на изучение теоретического материала по делимости целых чисел и отвечаем на контрольные вопросы с выбором правильного ответа – модуль 3. Еще один

день отводим на изучение раздела «Свойства делимости» и отвечаем на контрольные вопросы по данному разделу. Особый интерес должны вызвать вопросы с формулировкой: «Какие из следующих утверждений верны?», так как они могут встретиться на ОГЭ в модуле «Алгебра» часть 1.

После изучения данных разделов можно браться за изучение раздела: «Признаки делимости». Этот раздел содержит не только определения самих признаков делимости, но и доказательства этих признаков. Все признаки составлены в подробную таблицу, что упрощает их поиск при решении задач. Следует обратить внимание на приведенные доказательства, так как они могут быть использованы при решении задач повышенного уровня сложности. После изучения теоретического материала можно переходить к практической части электронного образовательного курса. Для того чтобы научиться применять теоретические знания на практике следует начать с модуля 4 – где представлены задачи базового уровня сложности. Каждая задача данного уровня будет оцениваться в 1 балл. Модуль считается успешно пройденным, если учащийся набрал от 13 до 15 баллов. Такое количество баллов можно приравнять к оценке «5». Если учащийся набрал от 10 до 12 баллов, это говорит о менее успешном освоении модуля и приравнивается к оценке «4», от 7 до 9 баллов – это оценка «3». Наконец, если набрано менее 7 баллов, значит, есть необходимость снова вернуться к изучению теоретической части. Для того чтобы повторно пройти тестирование по задачам базового уровня в работе представлено 3 варианта, что расширяет возможности самопроверки.

Когда задания базового уровня сложности не будут вызывать затруднений, можно приступить к модулю 5 «Задачи среднего уровня сложности». Таких задач 7 и за верное решение одной задачи можно получить 3 балла, таким образом, максимальное количество баллов по данному модулю – 21. Минимальное количество баллов, которое будет свидетельствовать о прохождении данного модуля – это 9 баллов (3 задачи). Соответственно, 9 – 12 баллов – это оценка «3», 13 – 18 баллов – это оценка

«4», 19 – 21 балл – это оценка «5». Перевод в оценку необходим для самоконтроля, поэтому, если учащийся набрал менее 9 баллов и получил оценку «2», необходимо снова обратиться к теоретическому материалу. Также для самоконтроля приводится 3 варианта задач среднего уровня сложности.

Наконец, более одаренные учащиеся или желающие испытать свои математические способности могут приступить к модулю 6 «Задачи повышенного уровня сложности». Таких задач 3 и правильное решение каждой оценивается в 5 баллов. Задания такого характера можно встретить на ОГЭ в модуле «Алгебра» часть 2. Если учащийся сделал правильно 1,2 задачи – это говорит о хорошем уровне знаний по теме «Признаки делимости», 3 задачи – это максимальная степень освоения данной темы. Максимальные баллы, которые можно получить за данный модуль, равны 15.

В целом по всем трем модулям: минимальный балл, свидетельствующий о прохождении всех модулей – 19 баллов, максимальный балл – 51 балл. На освоение данного электронного образовательного курса в среднем можно затратить неделю. Но это касается учащихся 9-х классов, освоивших темы, необходимые для решения некоторых задач среднего и повышенного уровней сложности. Необходимо учитывать уровень знаний учащихся, и в каком классе предлагается прохождение данного курса.

Эта работа может быть полезна педагогам школ при составлении элективных и кружковых курсов по математике. Так актуальность данной работы не вызывает сомнений.

Основная часть

Теоретическая часть

Таким образом, признаки делимости чисел можно классифицировать следующим образом:

- Признаки делимости по последним цифрам чисел.
- Признаки делимости чисел по сумме цифр чисел.

- Метод сравнений. Два целых числа, разность которых кратна данному натуральному числу m , называются сравнимыми по модулю m .
Утверждение « a сравнимо с b по модулю m » обычно записывают $a \equiv b \pmod{m}$ и называют сравнениями. Построение признаков делимости по методу сравнений обосновано на делении с остатком чисел вида 10^k , где k – натуральное число на заданное число и анализе сумм остатков.
- Метод построения признаков делимости по малой теореме Ферма.
Малая теорема Ферма: Если p – простое число, a – натуральное число, не делящееся на p . То a^{p-1} при делении на p дает остаток 1.
- Метод разложения на множители.
- Признаки делимости составных чисел: признаки делимости составных чисел строятся на признаках делимости простых чисел, на которые можно разложить любое составное число.

Практическая часть

Контрольные вопросы

1. Если число делится на 2, будет ли оно являться четным?
 - А. Да, будет являться четным.
 - В. Нет, не будет являться четным.
 - С. Может быть четным, а может быть нечетным.

Задачи базового уровня сложности

Вариант 1

1. Целое число, делясь на два взаимно простых числа, делится и на их произведение. Выберите признак делимости, основанный на этом утверждении.
 - А. Признак делимости на 3.
 - В. Признак делимости на 2.
 - С. Признак делимости на 6.

Задачи среднего уровня сложности

Вариант 1

Задача 1

Пусть M — произвольное 1992-значное число, делящееся на 9. Сумму цифр этого числа обозначим через A . Сумму цифр числа A обозначим через B . Сумму цифр числа B обозначим через C . Чему равно число C ?

Задачи повышенного уровня сложности

Вариант 1

Задача 1

Признак делимости Паскаля. Пусть запись числа N в десятичной системе счисления имеет вид $N = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0}$, r_i — остаток от деления числа 10^i на m ($i = 0, \dots, n$). Докажите, что число N делится на m тогда и только тогда, когда число $M = a_n r_n + a_{n-1} r_{n-1} + \dots + a_1 r_1 + a_0$ делится на m .

К контрольным вопросам и задачам всех уровней сложности в работе приведены решения и ответы.

Заключение

Данная работа предназначена для использования учителями, в качестве инструмента контроля усвоения учащимися материала по теме: «Признаки делимости», а также для учащихся школы, желающих изучить данную тему на более глубоком уровне.

Материал составлен таким образом, что сначала идет теоретическая подготовка, составленная по принципу от простого к сложному, дается достаточное количество примеров, далее прилагаются контрольные вопросы, нацеленные на проверку усвоения теоретического материала, и для оценивания уровня знаний по данной теме предложены тестовые задания трех уровней сложности. При решении тестовых заданий учащийся может выбрать тот уровень сложности, который ему подходит, для усвоения темы достаточно пройти контрольные вопросы и базовый уровень. Уровень повышенной сложности и уровень высокой сложности предназначены для учащихся, посещающих математические кружки, обучающихся в

профильных классах, готовящихся к сдаче Единого государственного экзамена или готовящихся к участию в математических олимпиадах и конкурсах. Данная работа может быть представлена в виде дистанционного курса.

При составлении курса был использован материал из учебников и учебных пособий, рекомендованных Министерством образования для использования их в школе. Материал прошел апробацию в школе с. Благодатное, учащиеся показали достаточно высокий интерес к такой форме представления материала, и при прохождении тестов базового уровня достигли достаточно высоких результатов. Таким образом, цели и задачи, поставленные во введении к этой работе, были достигнуты.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Берман Г.Н. Число и наука о нем. Общедоступные очерки по арифметике натуральных чисел. – М.: ГИФМЛ, 1960. – 164 с.
2. Виленкин Н.Я. Демпан И.Я. За страницами учебника математики. – М.: Просвещение, 1989. – 287 с.
3. Виленкин Н.Я., В.И.Жохов, А.С.Чесноков. Математика 6 класс. – М.:Мнемозина, 2013. – 284 с.
4. Виноградов И.М. Основы теории чисел. – М.: Наука, 1981. – 176 с.
5. Воробьев Н.Н. Признаки делимости. – М.: Наука, 1988. – 94 с.
6. Галкин В.А. Задачи по теме «Признаки делимости ». // Математика, 1999.-№5.-С.9.
7. Гельфанд М. Б., Павлович В.С. Внеклассная работа по математике в 8-летней школе. – М.: Просвещение. 1965 г. – 208 с.
8. Гусак А.А., Гусак Г.М., Гусак Е.А. В мире чисел. – Минск: Народная асвета, 1987. - 191 с.
9. Гусев В.А., Орлов А.И., Розенталь А.Л. Внеклассная работа по математике в 6-8 классах. – М.: Просвещение, 1984. – 286 с.

10. Журнал "Подводная лодка" №4-1998 ДВА ВЕЧЕРА У ГЕРЦОГИНИ Д'ЭГИЙОН (Блез Паскаль).
11. Журнал «Математика в школе» №5 за 1999 г. – с. 24-25.
12. Каплун Л.М. НОД и НОК в задачах. // Математика, 1999.- №7. – с. 4-6.
13. Клименченко Д. В. Задачи по математике для любознательных. М.: Просвещение, 1992. - 192 с.
14. Куликов Л.Я. и др. Сборник задач по алгебре и теории чисел: Учебное пособие для студентов физ.-мат. специальностей педагогических институтов. – М.: Просвещение, 1993 – 128 с.
15. Михелович Ш.Х. Теория чисел. -2-е изд. – М.: Высшая школа, 1967. – 336 с.
16. Никольская И.Л. Факультативный курс по математике. – М.: Просвещение, 1991. – 380 с.
17. Перельман Я.И. Математика – это интересно! – М.: ТЕРРА – Книжный клуб, 2006. – 359 с.
18. Перельман Я. И. Занимательная алгебра. – М.: Наука, 1975. – 200 с.
19. Сергеев И.Н. Примени математику. – М.: Наука, 1989. – 240 с.
20. Фарков А. В., Олимпиадные задачи по математике и методы их решения. – М.: Народное образование, 2003. – 203 с.
21. Шейнина О.С., Соловьёва Г.М. Портфолио учителя. Математика. Занятия школьного кружка. 5-6 классы. – М.: Издательство НЦ ЭНАС, 2003 – 98 с.
22. Шклярский Д.О., Ченцов Н.Н., Яглом И.М. Избранные задачи и теоремы элементарной математики. – М.: Наука, 1977. – 384 с.
23. Энциклопедический ресурс (Большая советская энциклопедия, Иллюстрированный энциклопедический словарь).
24. Энциклопедический словарь юного математика. / Сост. Савин А.П. – М.: Педагогика, 1989. – С. 352.
25. Энциклопедия для детей Аванта+. Математика. Том 11 / Москва 2001.

26. Cleverstudents.ru - доступная математика -
<http://www.cleverstudents.ru/divisibility/index.html>
27. Задачи - http://www.problems.ru/view_by_subject_new.php?parent=138
28. Википедия — свободная энциклопедия - <https://ru.wikipedia.org>