

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
"САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математического анализа

КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

МАГИСТЕРСКАЯ РАБОТА

автореферат

студентки 3 курса 322 группы

направления **44.04.01 Педагогическое образование**

Механико-математического факультета

Поздняковой Анны Николаевны

Научный руководитель

Доцент, к.ф.-м.н.

_____ Е.В.Разумовская

подпись, дата

Зав.кафедрой

Профессор, доктор

_____ Д.В. Прохоров

подпись, дата

Саратов 2016

Магистерская работа представляет собой материалы для разработки электронного образовательного курса «Квадратные уравнения». Данный образовательный курс предназначен для учащихся 7 – 8-х классов основного общего образования, и содержит элементы, относящиеся как к обучению на базовом уровне, так и в классах с профильной подготовкой.

Электронный образовательный курс «Квадратные уравнения» – это один из разделов алгебры, необходимый для дальнейшего изучения математики и других точных наук. Квадратные уравнения имеют важное значение при решении показательных, тригонометрических, иррациональных уравнений и неравенств. Навыки решения алгебраических уравнений требуются для решения задач по физике, химии, экономике и другим наукам. Большинство задач о пространственных формах и количественных отношениях реального мира сводится к решению различных видов уравнений, в том числе квадратных. Овладевая способами их решения, люди находят ответы на различные вопросы из науки и техники (транспорт, сельское хозяйство, промышленность, связь и т. д.). Так же для формирования умения решать уравнения большое значение имеет самостоятельная работа учащегося при обучении решению уравнений. При изучении любой темы уравнения могут быть использованы как эффективное средство закрепления, углубления, повторения и расширения теоретических знаний, для развития творческой математической деятельности учащихся

электронный ресурс, который содержит полный комплекс учебно-методических материалов, необходимых для освоения данной темы согласно учебному плану в рамках образовательной программы, и обеспечивает все виды работы в соответствии с программой дисциплины, включая практикум, средства для контроля качества усвоения материала, методические рекомендации для обучающегося по изучению данной темы.

Основные цели создания электронного образовательного курса:

- создание электронной информационно-образовательной среды, позволяющей осуществлять индивидуальный подход в образовательном процессе.

- повышение качества обучения при реализации образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий;

- оптимизация деятельности педагогического состава, работающего с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий;

Задачи создания электронного образовательного курса:

- постоянное совершенствование и обновление комплекса учебно-методических материалов по данной теме;

- соответствие единым требованиям к структуре, отдельным элементам ЭОК и технологиям обучения по нему в системе дистанционного образования Ipsilon;

- обеспечение образовательного процесса учебно-методическими и контрольно измерительными материалами по теме «Квадратные уравнения», реализуемой в системе дистанционного образования Ipsilon.

Квадратные уравнения в школьном курсе алгебры занимают ведущее место. На их изучение отводится много времени школьного курса математики. В основном квадратные уравнения служат конкретным практическим целям. Большинство задач о пространственных формах и количественных отношениях реального мира сводится к решению различных видов уравнений, в том числе квадратных. Овладевая способами их решения, люди находят ответы на различные вопросы из науки и техники (транспорт, сельское хозяйство, промышленность, связь и т. д.). Так же для формирования умения решать уравнения большое значение имеет самостоятельная работа учащегося при обучении решения уравнений. При изучении любой темы уравнения могут быть использованы как эффективное

средство закрепления, углубления, повторения и расширения теоретических знаний, для развития творческой математической деятельности учащихся.

Мной была выбрана данная тема «Квадратные уравнения», так как она актуальна в современном мире; это объясняется тем, что уравнения широко используются в различных разделах математики, в решении важных прикладных задач.

Для этой темы характерна большая глубина изложения и богатство устанавливаемых с ее помощью связей в обучении, логическая обоснованность изложения. Поэтому она занимает исключительное положение в линии уравнений. К изучению темы «Квадратные уравнения» учащиеся приступают, уже накопив определенный опыт, владея достаточно большим запасом алгебраических и общематематических представлений, понятий, умений. В значительной мере именно на материале данной темы осуществляется синтез материала, относящегося к уравнениям. «Квадратные уравнения» - это основная тема курса алгебры 7 – 8-х классов. Навык решения квадратных уравнений необходим каждому ученику для итоговой аттестации за курс основной и старшей школы. Умение решать квадратные уравнения является одним из базовых умений для приобретения новых.

Умение решать квадратные уравнения начинает формироваться ещё в 7 классе и к моменту начала изучения темы «Квадратные уравнения» дети умеют решать уравнения графически и выделением полного квадрата.

Во втором полугодии 8 класса идет завершение процесса обучения решению квадратных уравнений. При изучении темы происходит обобщение знаний учащихся по двум вопросам: квадратные уравнения и рациональные уравнения.

Чтобы провести систематизацию способов решения квадратных уравнений и рассмотреть вопрос о выборе оптимального способа решения квадратного уравнения. Осуществление выбора способа решения предполагает анализ эффективности его применения, происходит осмысление выполняемой

работы, таким образом, обеспечивается глубина и прочность знаний учащихся.

Диагностируемые цели обучения по теме «Квадратные уравнения» с помощью электронного курса. Умения и навыки, которые формируются курсом.

Цель 1: приобретение учебной информации и установление интеллектуальных умений при изучении: а) понятий, б) теорем, в) типов задач.

Цель считается достигнутой, если ученик на уровнях:

<i>базовом</i>	<i>среднем</i>	<i>повышенном</i>
а) сравнивает данные квадратные уравнения по заданным признакам и составляет схему определения понятия данного типа уравнения с использованием учебника; схемы;	а) составляет схему определения понятия данного типа уравнения с использованием набора объектов; б) выполняет анализ и выявляет необходимые преобразования при помощи;	а) даёт определение типов квадратных уравнений, распределяет по классам типов; б) выполняет анализ и определяет с необходимым набором преобразований; в) составляет приёмы решения уравнений самостоятельно; г) решает уравнения по теореме Виета
б) сравнивает решение однотипных уравнений	в) обобщает решение квадратного уравнения, в т.ч. по теореме Виета	

Цель 2: контроль усвоения теоретических знаний при работе.

Цель считается достигнутой, если ученик на уровнях:

<i>базовом</i>	<i>среднем</i>	<i>повышенном</i>
Знает а) определения квадратного уравнения; общий вид; б) классификацию квадратных уравнений (полные, неполные); в) решение уравнения по	Знает а) определения квадратного уравнения и его классификацию; б) способы решения полных и неполных квадратных уравнений и выполняете проверку; в) способы решения текстовых	Знает а) определения квадратного уравнения и их классификацию; б) способы решения квадратных уравнений и уравнений с параметром; в) теорему Виета и обратную ей; г) приёмы

формулам и как выполняется проверка; г)решение простейших задач	задач с помощью квадратных уравнений; г)т.Виета	решения текстовых задач на составление уравнения, сводящегося к квадратному
---	---	---

Цель 3: применение знаний и интеллектуальных умений.

Цель считается достигнутой, если ученик на уровнях:

<i>базовом</i>	<i>среднем</i>	<i>повышенном</i>
умеет выполнять основные преобразования; решать квадратные уравнения по формулам и выполнять проверку.	а) умеет выполнять любые преобразования и решать уравнения 2-ой степени сложности; б) решать текстовые задачи и выполнять проверку; в) приводите примеры.	а) выполняет все необходимые преобразования и способы решения уравнений 3-го уровня сложности; б) решать текстовые задачи более сложного характера и выполнять проверку, анализируя полученные ответы.

Цель 4: формирование коммуникативных умений через включение в групповую работу; взаимопомощь, рецензирование ответов, организацию взаимоконтроля и взаимопроверки на всех уровнях.

Цель считается достигнутой, если ученик:

а) работая в группе, оказывает помощь однокласснику; рецензирует его ответы; организует взаимоконтроль и взаимопроверку; б) оказывает помощь с выбором методов преобразования и способов решения квадратных уравнений товарищам на предыдущих уровнях; в) готовит сообщение по теме и выступает с ним; г) составляет карточку для самостоятельной работы по данной теме, предлагает её товарищу и проверяет решение, анализируя ответы, и разбирает ошибки в ходе решения.

Цель 5: формирование организационных умений (целеполагание, планирование, реализация плана, саморегуляция универсальных познавательных действий).

Цель считается достигнутой, если ученик:

а) сам выбирает уровень освоения темы; б) выбирает темы для дополнительного изучения; в) выбирает задачи и решает их; г) осуществляет самопроверку с использованием образцов; д) составляет проверочную работу для своего уровня и проверяет её; е) оценивает свою итоговую деятельность и делает выводы о дальнейших действиях.

В целом, успешное освоение данного электронного образовательного курса окажет помощь при сдаче Основного государственного экзамена (ОГЭ) и Единого государственного экзамена (ЕГЭ).

Структура электронного образовательного курса



Рекомендую следующий порядок изучения данного электронного курса. Сначала необходимо ознакомиться с модулем 1 «Историческая справка». Учитывая то, что данный модуль носит ознакомительный характер, можно сразу приступить к изучению модуля 2 «Теоретическая часть». Данный модуль довольно громоздкий, поэтому осваивать его нужно постепенно. Сначала необходимо изучить определения квадратного уравнения, виды квадратных уравнений, методы решения квадратных уравнений. Материал первых двух разделов данного модуля частично имеется в учебниках алгебры. Исторические сведения о квадратных уравнениях даны в сокращенной форме, поэтому дополнительную информацию об исторических сведениях можно найти в интернете. Изучив весь этот материал мы переходим к контрольным вопросам с выбором правильного ответа.

После изучения данных разделов можно браться за решение задач базового уровня сложности – это модуль 4. Каждая задача данного уровня будет оцениваться в 1 балл. Модуль считается успешно пройденным, если учащийся набрал от 18 до 20 баллов. Такое количество баллов можно приравнять к оценке «5». Если учащийся набрал от 14 до 17 баллов, это говорит о менее успешном освоении модуля и приравнивается к оценке «4», от 10 до 13 баллов – это оценка «3». Наконец, если набрано менее 10 баллов, значит, есть необходимость снова вернуться к изучению теоретической части.

Когда задания базового уровня сложности не будут вызывать затруднений, после этого можно сразу приступить к модулю 5 «Тренировочные задачи среднего уровня сложности». Таких задач 10 и за верное решение одной задачи можно получить 3 балла, таким образом, максимальное количество баллов по данному модулю – 36. Минимальное

количество баллов, которое будет свидетельствовать о прохождении данного модуля – это 18 баллов (6 задач). Соответственно, 18 – 24 баллов – это оценка «3», 27 – 30 баллов – это оценка «4», 33-36 баллов – это оценка «5». Перевод в оценку необходим для самоконтроля, поэтому, если учащийся набрал менее 18 баллов и получил оценку «2», необходимо снова обратиться к теоретическому материалу.

Наконец, более одаренные учащиеся или желающие испытать свои умственные способности могут приступать к модулю 6 «Тренировочные задачи повышенного уровня сложности». Таких задач 5 и правильное решение каждой оценивается в 5 баллов. Задания такого характера можно встретить на ОГЭ. Если учащийся сделал правильно 3,4 задачи – это говорит о хорошем уровне знаний по теме «Квадратные уравнения», 5 задач – это максимальная степень освоения данной темы.

В целом по всем трем модулям: минимальный балл, свидетельствующий о прохождении всех модулей – 38 баллов, максимальный балл – 81 балл. На освоение данного электронного образовательного курса в среднем можно затратить неделю. Но это касается учащихся 9-х классов, освоивших темы, необходимые для решения некоторых задач среднего и повышенного уровней сложности. Необходимо учитывать уровень знаний учащихся, и в каком классе предлагается прохождение данного курса.

В итоге изучения материала по запоминанию теме учащиеся должны не только овладеть применением алгоритмических предписаний к решению конкретных заданий, но и научиться использовать логические средства для обоснования решения.

Реализация возможностей усвоения школьниками метода решения квадратных уравнений связано с решением двух задач. Первая состоит в том, чтобы добиться понимания сути метода и владения действия по его применению (деятельные компоненты). Вторая задача заключается в обучении применения метода для решения различных видов задач.

Обе эти задачи должны стать цельными деятельности как учителя, так и ученика.

Квадратным уравнением называется уравнение вида $ax^2+bx+c=0$, где x – переменная, a, b, c – некоторые числа, причем $a \neq 0$. Числа a, b , и c – коэффициенты квадратного уравнения. Число a называют первым коэффициентом или старший коэффициент, b – второй или коэффициент при x ; c — свободный член, свободен от переменной x . Квадратное уравнение также называют алгебраическим уравнением второй степени, так как его левая часть есть многочлен второй степени, или квадратный трехчлен ax^2+bx+c

Корнем квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$ называют значение переменной x , при котором квадратный трехчлен ax^2+bx+c обращается в нуль; такое значение переменной x называют также корнем квадратного трехчлена.

Можно сказать и так: корень квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$ – это такое значение x , подстановка которого в уравнение обращает уравнение в верное числовое равенство.

Неполное квадратное уравнение – это уравнение, в котором присутствуют не все три слагаемых; иными словами, это уравнение, у которого хотя бы один из коэффициентов b или c равен нулю.

Если в квадратном уравнении $ax^2 + bx + c = 0$ второй коэффициент b или свободный член c равен нулю, то квадратное уравнение называется *неполным*. Неполные уравнения выделяют потому, что для отыскания их корней можно не пользоваться формулой корней квадратного уравнения - проще решить уравнение методом разложения его левой части на множители.

Полное квадратное уравнение – это квадратное уравнение, в котором присутствуют все три слагаемых; иными словами, это уравнение, у которого коэффициенты b и c отличны от нуля.

Приведенное квадратное уравнение

Квадратное уравнение, в котором старший коэффициент равен 1, называют приведенным квадратным уравнением. В противном случае квадратное уравнение является неприведенным[1].

Общий вид приведенного квадратного уравнения:

$$x^2 + px + q = 0.$$

Способы решения неполных квадратных уравнений:

Если $c = 0$, то уравнение примет вид

$$ax^2 + bx = 0.$$

$$x(ax + b) = 0,$$

$$x = 0 \text{ или } ax + b = 0, x = -b : a.$$

Если $b = 0$, и $c \neq 0$, то уравнение примет вид

$$ax^2 + c = 0,$$

$$x^2 = -c / a,$$

$x_{1,2} = \pm\sqrt{-c / a}$. Если $\frac{c}{a} < 0$, если $\frac{c}{a} > 0$, то уравнение не имеет действительных корней.

Если $b = 0$ и $c = 0$, то уравнение примет вид

$$ax^2 = 0,$$

$$x = 0$$

Способы решения полных квадратных уравнений

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow a \cdot \left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c = 0 \Leftrightarrow a \cdot \left(x^2 + 2 \frac{b}{2a}x\right) + c = 0 \Leftrightarrow a \cdot \left(x^2 + 2 \frac{b}{2a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right) + c - a \cdot \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = 0$$

Выражение $b^2 - 4ac$ обычно обозначают буквой D и называют дискриминантом квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$.

С учетом этого обозначения продолжим решение квадратного уравнения

$$a \cdot \left(\left[x + \frac{b}{2a} \right] \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a} = 0 \Leftrightarrow$$

$$a \cdot \left(\left[x + \frac{b}{2a} \right] \right)^2 - \frac{D}{4a} = 0 \Leftrightarrow \left(\left[x + \frac{b}{2a} \right] \right)^2 = \frac{D}{4a^2}$$

Последнее уравнение, а значит, и исходное может иметь два корня, один корень или вообще не иметь корней в зависимости от знака дискриминанта D:

1. Если $D = b^2 - 4ac < 0$, то квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ не имеет действительных корней.

2. Если $D = b^2 - 4ac = 0$, то квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ имеет единственный действительный корень $x = -b:2a$

$$\left(\left[x + \frac{b}{2a} \right] \right)^2 = 0 \Leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{b}{2a}$$

3. Если $D = b^2 - 4ac > 0$, то квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ имеет два действительных корня, которые вычисляются по формулам:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}; x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$$

Покажем, как вывести эти формулы:

$$\left(\left[x + \frac{b}{2a} \right] \right)^2 = \frac{D}{4a^2} \Leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{D}}{2a} \Leftrightarrow x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{D}}{2a} \Leftrightarrow x =$$

Очевидно, полученные формулы для корней полных квадратных уравнений можно использовать и для решения неполных уравнений, хотя проще использовать способы решения неполных квадратных уравнений [11].

В данном дистанционном проекте реализована тема «Квадратные уравнения». Таким образом, практическое значение данной темы заключается в том, что этот электронный образовательный курс могут использовать учащиеся средних общеобразовательных школ, студенты средних специальных учебных заведений, студенты педагогических вузов и

преподаватели. Теоретическая часть включает в себя часть материала, который отсутствует в школьных учебниках. А изучение темы «Квадратные уравнения» является важным на любом этапе школьного обучения.

Список используемой литературы

1. Алгебра: Учеб. для 8 кл. общеобразовательных учреждений / С.М. Никольский, М.К. Потапов и др. – 2-е изд. – М.: Просвещение, 2003. – 287 с.
2. Алгебра: Учеб. для 8 кл. общеобразовательных учреждений / Ш.А.Алимов, Ю.М.Колягин, Ю.В.Сидоров и др. – 10-е изд. – М.: Просвещение, 2003. – 255с.
3. Башмаков М.И. Алгебра: учеб. для 8 кл. общеобразовательных учреждений. – М.: Просвещение, 2004. – 287с.
4. Бекаревич А.Б. История возникновения уравнений в школьном курсе математики. – М., 1968.– 196 с.
5. Бурмистрова Т.А. Программы общеобразовательных учреждений // Математика.- М.: Просвещение,1994.
6. Глейзер Г.И. История математики в школе VII – VIII классы. – М., 1982.
7. Колягин Ю.М. Методика преподавания математике в средней школе. Частные методики. – М.: Просвещение, 1977.
8. Лягущенко Е.И. Методика обучения математике в 5 кл. – Минск, 1976.
9. Маркушевич Л.А., Черкасов Р.С. Уравнения и неравенства в заключительном повторении курса алгебры средней школы // Математика в школе. – 1994. - №1. – с.
10. Методика и технология обучения математике. Курс лекций: пособие для вузов / под ред. Н.Л.Стефановой, Н.С. Подходовой. – М.: Дрофа, 2005. – 416 с.
11. Мишин В.И. Методика преподавания математики в средней школе. – М.,1990.
12. Оганесян В.А. Методика преподавания математики в средней школе. – М.: Просвещение, 1980. – 368 с.

13. Панкратова Л. Обобщающий урок по теме «Квадратные уравнения» в форме игры «Звездный час» // Математика.-2002.-№21.
14. Федеральный государственный образовательный стандарт общего основного образования / М-во образования и науки РФ. – М.: Просвещение, 2011.-48с.
15. Асмолов А.Г. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система знаний: пособие для учителя / под редакцией А.Г. Асмолова. – М.:Просвещение, 2010.-159с.
16. Данилюк А.Я., Кондаков А.М., Тишков В.А. Концепция духовно-нравственного развития и воспитания личности гражданина России. – М.: Просвещение, 2009.-24с.
17. Примерные программы по математике. – М.: Просвещение, 2010.-67с.
18. Л.И. Баженова. Алгебра в схемах, таблицах, алгоритмах. М. 2012г.
19. Самостоятельные и контрольные работы по алгебре 8 класс под редакцией А.П. Ершова. Москва 2002 г.
20. Алгебра I и II часть 8 класс под редакцией А.Г. Мордковича. Москва 2009 г.
21. Программа по алгебре 8 класс, Москва 2009 г., автор И.И. Зубарев.
22. Математика в таблицах и схемах под редакцией Калбергенова Г.Е., Москва 2004 г.
23. Математические диктанты для 8 класса под редакцией Е.Б. Арутюняна.
24. Сборник задач по математике под редакцией Лебедева В.В. Издательство МАИ; 2006.
25. Тесты по алгебре для 7-9 классов под редакцией А.Г. Мордковича. Москва, 2004.
26. За страницами учебника алгебры, Л.Ф. Пичурин, Москва, 1990 г.