Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
"САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНИЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математического анализа

ТЕОРЕМА ПИФАГОРА

МАГИСТРСКАЯ РАБОТА

автореферат

студентки 3 курса 322 группы

направления **44.04.01 Педагогическое образование**

Механико-математического факультета

Рысиной Елены Александровны

Научный руководитель

Доцент, к.ф.-м.н. _____________ Е.В. Разумовская

подпись, дата

Зав.кафедрой

Профессор, доктор_____________ Д.В. Прохоров

подпись, дата

Саратов 2016

Выпускная квалификационная работа магистра представляет собой разработку материалов для электронного образовательного курса «Теорема Пифагора». Данный образовательный курс предназначен для учащихся 8 - 9-х классов основного общего образования, и содержит элементы, относящиеся как к обучению на базовом уровне, так и в классах с профильной подготовкой.

Электронный образовательный курс «Теорема Пифагора» – это электронный ресурс, который содержит полный комплекс учебно-методических материалов, необходимых для освоения данной темы согласно учебному плану в рамках образовательной программы, и обеспечивает все виды работы в соответствии с программой дисциплины, включая практикум, средства для контроля качества усвоения материала, методические рекомендации для обучающегося по изучению данной темы.

Основные цели создания электронного образовательного курса:

- повышение качества обучения при реализации образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий;

- оптимизация деятельности педагогического состава, работающего с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий;

- создание электронной информационно-образовательной среды, позволяющей осуществлять индивидуальный подход в образовательном процессе.

Задачи создания электронного образовательного курса:

- соответствие единым требованиям к структуре, отдельным элементам ЭОК и технологиям обучения по нему в системе дистанционного образования Ipsilon;

- обеспечение образовательного процесса учебно-методическими и контрольно измерительными материалами по теме «Параллелограмм», реализуемой в системе дистанционного образования Ipsilon;

- постоянное совершенствование и обновление комплекса учебно-методических материалов по данной теме.

Изучение теоремы Пифагора в курсе геометрии основной школы является разделом традиционным и достаточно важным во всех периодах школьного образования. В курсе геометрии 8-9-х классов данная тема является весьма актуальной, так как на рассмотренном материале, как на фундаменте, строят и изучают другие разделы геометрии и курсах смежных дисциплин.

Трудно найти человека, у которого имя Пифагора не ассоциировалось бы с теоремой Пифагора. Пожалуй, даже те, кто в своей жизни навсегда распрощался с математикой, сохраняют воспоминания о «пифагоровых штанах» — квадрате на гипотенузе, равновеликом двум квадратам на катетах. Причина такой популярности теоремы Пифагора триедина: это простота — красота — значимость. В самом деле, теорема Пифагора проста, но не очевидна. Это сочетание двух противоречивых начал и придает ей особую притягательную силу, делает ее красивой. Но, кроме того, теорема Пифагора имеет огромное значение: она применяется в геометрии буквально на каждом шагу, и тот факт, что существует около 500 различных доказательств этой теоремы (геометрических, алгебраических, механических и т.д.), свидетельствует о гигантском числе ее конкретных реализаций. Открытие теоремы Пифагором окружено ореолом красивых легенд. Прокл, комментируя последнее предложение первой книги «Начал» Евклида, пишет: «Если послушать тех, кто любит повторять древние легенды, то придется сказать, что эта теорема восходит к Пифагору; рассказывают, что он в честь этого открытия принес в жертву быка». Впрочем, более щедрые сказители одного быка превратили в одну гекатомбу, а это уже целая сотня. И хотя еще Цицерон заметил, что всякое пролитие крови было чуждо уставу пифагорейского ордена, легенда эта прочно срослась с теоремой Пифагора и через две тысячи лет продолжала вызывать горячие отклики. Так, оптимист Михаил Ломоносов (1711--1765) писал: «Пифагор за изобретение одного геометрического правила Зевсу принес на жертву сто волов. Но ежели бы за найденные в нынешние времена от остроумных математиков правила по суеверной его ревности поступать, то едва бы в целом свете столько рогатого скота сыскалось». А вот ироничный Генрих Гейне (1797—1856) видел развитие той же ситуации несколько иначе: «Кто знает! Кто знает! Возможно, душа Пифагора переселилась в беднягу кандидата, который не смог доказать теорему Пифагора и провалился из-за этого на экзаменах, тогда как в его экзаменаторах обитают души тех быков, которых Пифагор, обрадованный открытием своей теоремы, принес в жертву бессмертным богам». Сегодня теорема Пифагора обнаружена в различных частных задачах и чертежах: и в египетском треугольнике в папирусе времен фараона Аменемхета первого (ок. 2000 до н.э.), и в вавилонских клинописных табличках эпохи царя Хаммурапи (XVIII в. до н.э.), и в древнеиндийском геометрическо-теологическом трактате VII —V вв. до н.э. «Сульва сутра» («Правила веревки»). В древнейшем китайском трактате «Чжоу-би суань цзинь», время создания которого точно не известно, утверждается, что в XII в. до н. э. китайцы знали свойства египетского треугольника, а к VI в. до н.э.—и общий вид теоремы. Несмотря на все это, имя Пифагора столь прочно сплавилось с теоремой Пифагора, что сейчас просто невозможно представить, что это словосочетание распадется. То же относится и к легенде о заклании быков Пифагором. Да и вряд ли нужно препарировать историко-математическим скальпелем красивые древние предания. Сегодня принято считать, что Пифагор дал первое доказательство носящей его имя теоремы. Увы, от этого доказательства также не сохранилось никаких следов.

Я рассмотрю некоторые классические доказательства теоремы Пифагора, известные из древних трактатов. Сделать это полезно еще и потому, что в современных школьных учебниках дается алгебраическое доказательство теоремы. При этом бесследно исчезает первозданная геометрическая аура теоремы, теряется та нить Ариадны, которая вела древних мудрецов к истине, а путь этот почти всегда оказывался кратчайшим и всегда красивым.

Изучив курс, учащиеся должны:

Иметь представление:

1. о теоретических источниках и методологических основах Теоремы Пифагора;
2. об основных идеях доказательств Теоремы Пифагора;
3. об основных подходах и концепциях при решение задач в курсе геометрия;

Понимать (уметь объяснять и интерпретировать):

1. смысл и значение теоремы Пифагора;
2. сущность современных подходов применения теоремы Пифагора в реальной жизни;
3. назначение теоремы Пифагора, при решении задач в курсе геометрии и курсах смежных дисциплин;
4. механизмы взаимодействия;
5. особенности каждого доказательства теоремы, из приведенных в теоретической части;

Уметь (быть способным):

1. определять на реальных задачах и в ситуациях проявления принципов, характеристик и свойств теоремы Пифагора;
2. дать общее описание объекта, явления, факта по заданным параметрам и характеристикам;
3. классифицировать объекты по заданным критериям;
4. разрешать задачи разной степени сложности на основе заданного алгоритма и исходных данных;
5. выбирать на основе подходов и методик оптимальные решения;

6. проводить сравнительный анализ и сопоставление задач различных уровней сложности;
7. выделять преимущества, недостатки, ограничения;
8. формулировать выводы, предложения, решения в условиях неопределенностей (в отсутствие четких критериев и условий);
9. самостоятельно находить и использовать информацию.

Структура электронного образовательного курса

Рекомендую следующий порядок изучения данного электронного курса. Сначала необходимо ознакомиться с модулем 1 «Историческая справка». Учитывая то, что данный модуль носит ознакомительный характер, можно сразу приступить к изучению модуля 2 «Теоретическая часть». Данный модуль довольно громоздкий, поэтому осваивать его нужно постепенно. После изучения данных разделов можно браться за решение задач базового уровня сложности – это модуль 4. Каждая задача данного уровня будет оцениваться в 1 балл. Модуль считается успешно пройденным, если учащийся набрал от 8 до 10 баллов. Такое количество баллов можно приравнять к оценке «5». Если учащийся набрал от 6 до 8 баллов, это говорит о менее успешном освоении модуля и приравнивается к оценке «4», от 4 до 6 баллов – это оценка «3». Наконец, если набрано менее 4 баллов, значит, есть необходимость снова вернуться к изучению теоретической части.

После этого можно сразу приступать к модулю 5 «Тренировочные задачи среднего уровня сложности». Таких задач 16 и за верное решение одной задачи можно получить 2 балла, таким образом, максимальное количество баллов по данному модулю – 32. Минимальное количество баллов, которое будет свидетельствовать о прохождении данного модуля – это 12 баллов (6 задач). Соответственно, 12 – 17 баллов – это оценка «3», 18 – 21 баллов – это оценка «4», 22-32 баллов – это оценка «5». Перевод в оценку необходим для самоконтроля, поэтому, если учащийся набрал менее 12 баллов и получил оценку «2», необходимо снова обратиться к теоретическому материалу.

Наконец, более одаренные учащиеся или желающие испытать свои умственные способности могут приступать к модулю 6 «Тренировочные задачи повышенного уровня сложности». Таких задач 10 и правильное решение каждой оценивается в 5 баллов. Задания такого характера можно встретить на ОГЭ в модуле «Геометрия» часть 1,2. Если учащийся сделал правильно 7,8 задачи – это говорит о хорошем уровне знаний по теме «Теорема Пифагора», 10 задач – это максимальная степень освоения данной темы.

В целом по всем трем модулям: минимальный балл, свидетельствующий о прохождении всех модулей – 22 баллов, максимальный балл – 92 балла. На освоение данного электронного образовательного курса в среднем можно затратить неделю. Но это касается учащихся 9-х классов, освоивших темы, необходимые для решения некоторых задач среднего и повышенного уровней сложности. Необходимо учитывать уровень знаний учащихся, и в каком классе предлагается прохождение данного курса.

Историческая справка

Древнегреческий философ и математик, основатель религиознофилософской школы, получившей название пифагореизма. По свидетельству Гераклида Понтийского (4 в. до н. э.), Пифагор впервые ввел в язык понятие «философия» («любомудрие») и назвал себя философом.

Подлинных сочинений Пифагора не сохранилось, возможно, их никогда и не было. Существует большое число разрозненных свидетельств античных авторов об учении Пифагора и его жизни. Кроме того, сохранились четыре поздних биографии Пифагора Порфирия, Диогена Лаэртского, Ямвлиха и анонимного автора. Все эти биографии противоречивы, полны легендарных, фантастических мотивов и создают скорее полумифический, чем реальный, образ Пифагора.

Родиной Пифагора был остров Самос. В юности он ездил учиться в Милет, где слушал Анаксимандра, его учителем был также Ферекид Сиросский, автор одной из первых теогонии в прозе. Многие древние легенды о Пифагоре рассказывают, о его путешествиях с целью обучения в Египет, Вавилон, Персию. Говорили также, что Пифагор воспринял свою философию у евреев, персидских магов, вавилонских и египетских жрецов. Хотя в самом факте путешествия Пифагора на Восток нет ничего невозможного, говорить о его абсолютной достоверности мы не можем.

Когда Пифагору исполнилось 40 лет, избегая давления тирании Поликрата, он уехал в Кротон в Южной Италии. Годом его отъезда с Самоса историк Аполлодор (2 в. до н. э.) считал первый год 62-й олимпиады, т. е. 531 г. дон. э., основываясь на более ранних свидетельствах. В Кротоне вокруг Пифагора сложился круг учеников, не только занимающихся религиозно-философскими вопросами, но и участвующих в политической жизни города. Возрастающее политическое влияние Пифагора вызывало одновременно враждебность тех, кто это влияние утратил около 500 г. до н. э. дом пифагорейцев в Кротоне был сожжен. В результате восстания под предводительством Килона Пифагор бежал в Метапонт, где и умер около 497 г. до н. э.

Поначалу пифагорейское учение передавалось только устно. Первое письменное изложение его мы находим у Филолая, современника Демокрита и Сократа, во второй половине 5 в. до н. э. Кроме того, взгляды пифагорейцев изложены в сочинениях Аристотеля, Секста Эмпирика, Ямвлиха и других античных авторов.

Позднейшие рассказы неоплатоников дополнили биографию Пифагора сведениями о его молодости, происхождении, общении с богами, воспоминаниях о своем существовании до рождения. По этим известиям, общество пифагорейцев было устроено наподобие тайной организации со строгим разделением членов, с посвящениями и обрядами. В члены его принимали после 2 - 5-летнего испытания в молчании. У настоящих пифагорейцев было общее имущество; они придерживались строгих правил жизни: отказывались от употребления мяса и бобов, не позволяли хоронить в шерстяных одеждах. Цель такого воздержания очищение человека в течение жизни, дабы после смерти возвратиться к жизни среди богов, что подразумевало не только отказ от чувственных удовольствий или от мясной пищи, но и ведение созерцательного образа жизни. Основой мира Пифагор признавал число. По словам Аристотеля, числа для пифагорейцев являлись не только началами математики, но и началами всех вещей, а весь мир гармонией чисел; само знание «совершенства чисел» Пифагор называл счастьем. Пифагорейцы открыли многие числовые соотношения не только в математике, но и в музыке. Совершенным числом пифагорейцы считали 10 декаду, — которое они изображали в виде равностороннего треугольника, образованного из четырех первых чисел и имевшего по четыре в каждой из сторон (10=1+2+3+4). В школе Пифагора особое внимание уделялось свойствам целых чисел, среди которых различались четные и нечетные, простые и составные, квадратные, кубические, а также учение о пропорциях и средних величинах. В геометрии изучались «совершенные», то есть правильные многоугольники и многогранники, игравшие важную роль в космологии Пифагора. Уже ранний пифагореизм придавал большое значение мистическим свойствам целых чисел 1,7, 10.

Философия Пифагора основывалась на вере в бессмертие души; учении о переселении душ в других существ; на представлении о цикличности всех процессов в мироздании через определенные промежутки времени — и отсюда о *том,* что в мире нет ничего Нового; на учении о родстве всех живых существ, обладающих душой.

Перебрав целую кипу книг, учебников, журналов, проштудировав много – много страниц Интернета, я пришла к выводу о том, что Началом жизни теоремы Пифагора, пожалуй, можно считать время древнего Китая. В книге Чупея, посвященной математике говорилось о треугольнике со сторонами 3, 4, и 5: «Если прямой угол разложить на составные части, то линия, соединяющая концы его сторон, будет 5, когда основание есть 3, а высота 4». В этой же книге был предложен рисунок, который совпадает с одним из чертежей индусской геометрии Басхары.

Кантор (крупнейший немецкий историк математики) считал, что равенство $3^2+4^2=5^2$ уже было известно египтянам еще около 2300 г. до н. э., во времена царя Аменемхета I (согласно папирусу 6619 Берлинского музея). По мнению Кантора гарпедонапты, или «натягиватели веревок», строили прямые углы при помощи прямоугольных треугольников со сторонами 3, 4 и 5.

Геометрия у индусов, как и у египтян и вавилонян, была тесно связана с культом. Весьма вероятно, что теорема о квадрате гипотенузы была известна в Индии уже около 18 века до н. э. Заслуга же Пифагора состояла в том, что он доказал эту теорему. Древняя легенда свидетельствует о том, что Пифагор в честь этого открытия принес в жертву быка или даже 100 быков.

Вот несколько различных формулировок теоремы Пифагора:

1. Евклид: «В прямоугольном треугольнике квадрат стороны,

натянутой над прямым углом, равен квадратам на сторонах, заключающих прямой угол» (в переводе с греческого);

2. Аннаирици: «Во всяком прямоугольном треугольнике квадрат, образованный на стороне, натянутой над прямым углом, равен сумме двух квадратов, образованных на двух сторонах, заключающих прямой угол» (латинский перевод арабского текста);

3. Geometria Culmonensis (около 1400 г.) «Итак, площадь квадрата, измеренного по длинной стороне, столь же велика, как у двух квадратов, которые измерены по двум сторонам его, примыкающим к прямому углу»;

4. Ф.И. Петрушевский: «В прямоугольных треугольниках квадрат из стороны, противолежащей прямому углу, равен сумме квадратов из сторон, содержащих прямой угол» (первый русский перевод «Начала» Евклида).

В настоящее время известно, что эта теорема не была открыта Пифагором. Однако, одни полагают, что Пифагор первым дал ее полноценное доказательство, а другие отказывают ему и в этой заслуге. Некоторые приписывают Пифагору доказательство, которое Евклид приводит в первой книге своих «Начал». С другой стороны, Прокл утверждает, что доказательство в «Началах» принадлежит самому Евклиду. Но история математики почти не сохранила достоверных данных о жизни Пифагора и его математической деятельности. Поэтому вопрос остается открытым, но это уже не важно. Главное, что великая и могучая теорема Пифагора (пусть даже и не им открытая) дало мощный толчок в нашем развитии. Теорема Пифагора: Сумма площадей квадратов, опирающихся на катеты (a и b), равна площади квадрата, построенного на гипотенузе (c).

На данный момент в научной литературе зафиксировано около 500 доказательств данной теоремы. Вероятно, теорема Пифагора является единственной теоремой со столь внушительным числом доказательств. Такое многообразие можно объяснить лишь фундаментальным значением теоремы для геометрии. В данной исследовательской работе я рассмотрела всего лишь несколько различных доказательств данной теоремы, но я не буду останавливаться на достигнутом и планирую в дальнейшем расширить исследования по этой теме, пополняя ее новыми знаниями, открывая новые доказательства.

Список использованной литературы

1. Александров А.Д. Геометрия 7-9.-М.: Просвещение, 1992

2. Атанасян Л.С. Геометрия 7-9. – М.: Просвещение, 1990 Геометрия: Учеб. Для 7-9 кл. средн. Шк. / Л.С.Атаносян, С.Б.Кадомцев и др. – М.: Просвещение, 1990.

3. Атанасян Л.С. Геометрия: Учебное пособие для студентов физ. мат. факультетов пед.институтов. – М.: Просвещение, 1987

4. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф. и др. Изучение геометрии в 7, 8, 9 классах: методические рекомендации к учебнику. Книга для учителя. – М.: Просвещение, 2003

5. Атанасян Л. С., Денисова Н. С., Силаев Е.В. Курс элементарной геометрии. – М.: Сантакс-Пресс,1997,ч.1.

6. Галицкий М.Л., Гольдман А.М., Звавич Л.И. Сборник задач по алгебре для 8-9 классов. – М.: Просвещение, 1997.

7. Погорелов А.В. Геометрия: учеб. для 7-9 кл. сред. шк..- М.: Просвещение, 2011.

8.Цыпкин А.Г. Справочник по математике для средней школы,- М.,1981.

9.Энциклопедический словарь юного математика /А.П.Савин.- М.:Педагогика,1989.

10.Интерет ресурсы: http//project.September.ru.work.php?id-590578,601958,

577294.zip - ZIP архив,

http://www.tonnel.ru.

http://www.tmn.fio.ru.