

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
"САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математического анализа

**СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ**

Автореферат

студентки 3 курса 322 группы

направления **44.04.01 Педагогическое образование**

**Механико-математического факультета**

Тихоновой Марии Викторовны

Научный руководитель:

Доцент, к. ф-м. н

\_\_\_\_\_

В.Г. Тимофеев

подпись, дата

Зав. кафедрой

Профессор, доктор ф-м. н

\_\_\_\_\_

Д.В. Прохоров

подпись, дата

Саратов 2016

## ВВЕДЕНИЕ

Выпускная квалификационная работа магистра представляет собой разработку электронного образовательного курса «Систем линейных уравнений». Данный образовательный курс предназначен для учащихся 7 - 8-х классов основного общего образования, и содержит элементы, относящиеся как к обучению на базовом уровне, так и в ССУЗах и ВУЗах.

Электронный образовательный курс «Системы линейных уравнений» – это электронный ресурс, который содержит полный комплекс учебно-методических материалов, необходимых для освоения данной темы согласно учебному плану в рамках образовательной программы, и обеспечивает все виды работы в соответствии с программой дисциплины, включая практикум, средства для контроля качества усвоения материала, методические рекомендации для обучающегося по изучению данной темы.

Основные цели создания электронного образовательного курса:

- повышение качества обучения при реализации образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий;

- оптимизация деятельности педагогического состава, работающего с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий;

- создание электронной информационно-образовательной среды, позволяющей осуществлять индивидуальный подход в образовательном процессе.

Задачи создания электронного образовательного курса:

- соответствие единым требованиям к структуре, отдельным элементам ЭОК и технологиям обучения по нему в системе дистанционного образования Ipsilon;

- обеспечение образовательного процесса учебно-методическими и контрольно-измерительными материалами по теме «Системы линейных уравнений», реализуемой в системе дистанционного образования Ipsilon;

- постоянное совершенствование и обновление комплекса учебно-методических материалов по данной теме.

Изучение систем уравнений в курсе алгебры основной школы является разделом традиционным и достаточно важным во всех периодах школьного образования. В курсе алгебры 7-8-х классов данная тема является весьма актуальной, так как на рассмотренном материале, как на фундаменте, строят и изучают другие разделы алгебры.

**Диагностируемые цели обучения теме «Системы линейных уравнений» с помощью электронного курса. Умения и навыки, которые формируются курсом.**

**Цель 1:** приобретение учебной информации и установление интеллектуальных умений при изучении: а) понятий, б) теорем, в) типов задач.

Цель считается достигнутой, если ученик на уровнях:

<i>базовом</i>	<i>среднем</i>	<i>повышенном</i>
а) знать: понятия система уравнений, решение системы; уметь: решать систему уравнений методом подстановки, метод сложения, работать с математическим текстом (анализировать, извлекать необходимую информацию) б) создает знаковую модель теоремы с использованием курса, карточек с пропусками; в) сравнивает решение однотипных задач базового уровня сложности, классифицирует эти задачи, используя помощь.	а) самостоятельно составляет схему определения понятий различных видов четырехугольников с использованием курса и набора объектов; б) ищет решение с помощью схемы поиска, составляет план решения; выделяет базис решения; в) обобщает решение однотипных задач одного типа, составляет приемы их решения с помощью подсказки.	а) самостоятельно составляет схему определения понятий различных видов уравнений с использованием курса и набора объектов; б) ищет решение систем уравнений, матриц и определителей. Самостоятельно или с помощью схемы поиска, составляет блок – схему решения систем уравнений; в) составляет приемы решения типов задач самостоятельно или по плану.

**Цель 2:** контроль усвоения теоретических знаний при работе: а) с понятиями; б) с теоремами; в) с типами и классами задач.

Цель считается достигнутой, если ученик на уровнях:

<i>базовом</i>	<i>среднем</i>	<i>повышенном</i>
а) воспроизводит схему определения понятий и формулирует определения систем линейных уравнений, матрицы, определителя; приводит их различные примеры; перечисляет признаки, выбирает из данных формулировок определения; вставляет пропущенные в определении слова; раскрывает термин понятия; подводит объект под понятие; б) формулирует теоремы о свойствах данных фигур; заполняет пропуски в решении, используя готовую схему; переходит от одной модели теоремы к другой; в) решает задачи базового уровня сложности.	а) формулирует определение систем линейных уравнений, матрицы, определителя; подводит объект под понятие; приводит контрпримеры; выводит следствия из условия принадлежности объекта данному понятию; воспроизводит схему взаимосвязи систем линейных уравнений, матрицы, определителя; б) выполняет решение на своей модели; заполняет пустую готовую схему решения; называет базис решения; воспроизводит план решения; в) решает задачи среднего уровня сложности.	а) формулирует определение систем линейных уравнений, матрицы, определителя; различает свойства и признаки этих понятий; указывает область применения данного понятия; воспроизводит алгоритм распознавания; составляет полный набор объектов для подведения под понятие; и др. б) описывает основную идею решения; указывает область применения данного метода решения; описывает способы рассуждений на этапах “открытия”, поиска решений системы; в) решает задачи повышенного уровня сложности.

**Цель 3:** применение знаний и интеллектуальных умений при решении задач.

Цель считается достигнутой, если ученик на уровнях:

<i>базовом</i>	<i>среднем</i>	<i>повышенном</i>
решает задачи своего уровня сложности, составляет задачи: по готовому примеру и требованию, по неполному условию и требованию, по условию без требования, аналогичные, обратные задачи и решает их, используя помощь.		

**Цель 4:** формирование коммуникативных умений через включение в групповую работу; взаимопомощь, рецензирование ответов, организацию взаимоконтроля и взаимопроверки на всех уровнях.

Цель считается достигнутой, если ученик:

а) работая в группе, оказывает помощь, рецензируют ответы товарищей по выполненным заданиям предыдущих уровней с обоснованием, организует взаимоконтроль; б) оказывает помощь работающим на предыдущих уровнях; в) составляет контрольную работу в соответствии со своим уровнем освоения темы.

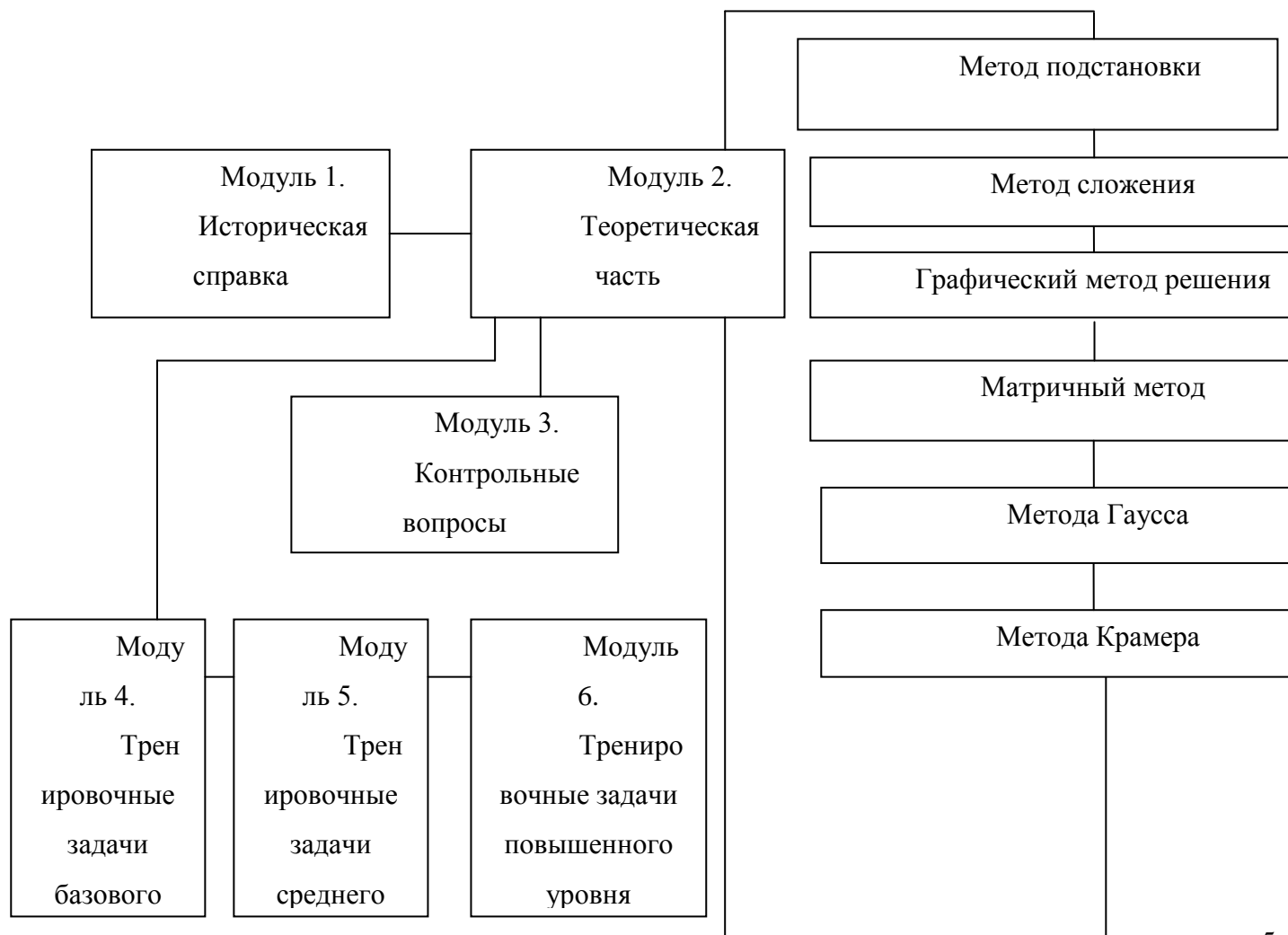
**Цель 5:** формирование организационных умений (целеполагание, планирование, реализация плана, саморегуляция универсальных познавательных действий).

Цель считается достигнутой, если ученик:

а) формулирует цели своей учебной деятельности; б) выбирает задачи и решает их; в) осуществляет самопроверку; г) составляет контрольную работу для своего уровня усвоения; д) оценивает свою итоговую деятельность по данным объективным критериям; по собственным критериям, сравнивая их с объективными критериями; е) делает выводы о дальнейших действиях, планирует коррекцию учебной познавательной деятельности.

В целом, успешное освоение данного электронного образовательного курса окажет помощь при сдаче Основного государственного экзамена (ОГЭ) и Единого государственного экзамена (ЕГЭ).

### Структура электронного образовательного курса



Рекомендую следующий порядок изучения данного электронного курса. Сначала необходимо ознакомиться с модулем 1 «Историческая справка». Учитывая то, что данный модуль носит ознакомительный характер, можно сразу приступить к изучению модуля 2 «Теоретическая часть». Данный модуль довольно громоздкий, поэтому осваивать его нужно постепенно. Особый интерес должны вызвать теоретические вопросы, так как они могут встретиться на ОГЭ.

После изучения данных разделов можно браться за решение задач базового уровня сложности – это модуль 4. Каждая задача данного уровня будет оцениваться в 3 балл. Модуль считается успешно пройденным, если учащийся набрал от 16 до 18 баллов. Такое количество баллов можно приравнять к оценке «5». Если учащийся набрал от 12 до 15 баллов, это говорит о менее успешном освоении модуля и приравнивается к оценке «4», от 7 до 11 баллов – это оценка «3». Наконец, если набрано менее 6 баллов, значит, есть необходимость снова вернуться к изучению теоретической части.

После этого можно сразу приступить к модулю 5 «Тренировочные задачи среднего уровня сложности». Таких задач 6 и за верное решение одной задачи можно получить 4 балла, таким образом, максимальное количество баллов по данному модулю – 24. Минимальное количество баллов, которое будет свидетельствовать о прохождении данного модуля – это 16 баллов (6 задач). Соответственно, 16 – 18 баллов – это оценка «3», 19 – 21 баллов – это оценка «4», 22-24 баллов – это оценка «5». Перевод в оценку необходим для самоконтроля, поэтому, если учащийся набрал менее 16 баллов и получил оценку «2», необходимо снова обратиться к теоретическому материалу.

Наконец, более одаренные учащиеся или желающие испытать свои умственные способности могут приступить к модулю 6 «Тренировочные задачи повышенного уровня сложности». Таких задач 6 и правильное решение каждой оценивается в 5 баллов. Задания такого характера можно встретить на ОГЭ. Если учащийся сделал правильно 4,5 задачи – это говорит о хорошем уровне

знаний по теме «Системы линейных уравнений», 6 задач – это максимальная степень освоения данной темы.

В целом по всем трем модулям: минимальный балл, свидетельствующий о прохождении всех модулей – 21 баллов, максимальный балл – 72 балла. На освоение данного электронного образовательного курса в среднем можно затратить неделю. Но это касается учащихся 7-8-х классов, ССУЗов и ВУЗов, освоивших темы, необходимые для решения некоторых задач среднего и повышенного уровней сложности. Необходимо учитывать уровень знаний учащихся, и в каком классе предлагается прохождение данного курса.

### **Историческая справка**

В области алгебры, в частности в решении неопределённых уравнений, много сделал Диофант, живший на рубеже II-III вв. н.э. в Александрии. Он улучшил алгебраические методы путем введения первых буквенных алгебраических обозначений и символического изображения уравнений. Диофантовыми уравнениями называют алгебраические уравнения или системы алгебраических уравнений с целыми коэффициентами, для которых надо найти целые или рациональные решения. При этом число неизвестных в уравнениях должно быть не менее двух (если не ограничиваться только целыми числами). Диофантовы уравнения имеют, как правило, много решений, поэтому их называют неопределёнными уравнениями. Это, например, уравнения:

$$3x_1 + 5x_2 = 7;$$

$$x_1^2 + x_2^2 = x_3^2;$$

.

Решения диофантовых уравнений более высоких степеней, а также систем уравнений давались с большим трудом. Долгое время надеялись отыскать общий способ решения любого диофантова уравнения. Однако в 1970 г. ленинградский математик Ю.В. Матиясевич доказал, что такого общего способа нет.

Книга Диофанта «Арифметика» содержала большое количество интересных задач, её изучали математики всех поколений. Книга сохранилась до наших дней. В честь Диофанта назван кратер на Луне.

Метод Гаусса был предложен известнейшим немецким математиком Карлом Фридрихом Гауссом (1777 - 1855) и является одним из наиболее универсальных методов решения СЛАУ. Сущность этого метода состоит в том, что посредством последовательных исключений неизвестных данная система превращается в ступенчатую (в частности, треугольную) систему, равносильную данной. При практическом решении задачи, расширенная матрица системы с помощью элементарных преобразований над ее строками приводится к ступенчатому виду. Далее последовательно находятся все неизвестные, начиная снизу вверх.

Метод Гаусса включает в себя прямой (приведение расширенной матрицы к ступенчатому виду, то есть получение нулей под главной диагональю) и обратный (получение нулей над главной диагональю расширенной матрицы) ходы. Прямой ход и называется методом Гаусса, обратный - методом Гаусса-Жордана, который отличается от первого только последовательностью исключения переменных.

Метод Гаусса идеально подходит для решения систем содержащих больше трех линейных уравнений, для решения систем уравнений, которые не являются квадратными (чего не скажешь про метод Крамера и матричный метод). То есть метод Гаусса - наиболее универсальный метод для нахождения решения любой системы линейных уравнений, он работает в случае, когда система имеет бесконечно много решений или несовместна.

Издавна применялось исключение неизвестных из линейных уравнений. В XVII - XVIII вв. приемы исключения разрабатывали Ферма, Ньютон, Лейбниц, Эйлер, Безу, Лагранж и др.

В современной записи система двух линейных уравнений с двумя неизвестными имеет вид:



$$\begin{cases} a_1x_1 + b_1x_2 = c_1 \\ a_2x_1 + b_2x_2 = c_2 \end{cases}$$

Решение этой системы выражается формулами

$$x_1 = \frac{c_1b_2 - c_2b_1}{a_1b_2 - a_2b_1}; \quad x_2 = \frac{a_1c_2 - a_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

Нижние индексы при буквах впервые употребил в 1675 г. немецкий математик и философ Готфрид Вильгельм Лейбниц, что в большей мере способствовало созданию теории определителей.

Благодаря методу координат, созданному в XVII в. Ферма и Декартом, стало возможным геометрическое решение уравнений системы. Так называемый графический метод решения состоит в построении абсциссы  $x_1$  и ординаты  $x_2$  точки пересечения двух соответствующих прямых.

Задачи, решение которых соответствует современным задачам на составление и решение системы уравнений с несколькими неизвестными, встречаются как в вавилонских и египетских текстах II тысячелетия до н.э., так и в трудах древнегреческих, китайских и индийских ученых.

В VII – VIII книгах китайского трактата «Математика в девяти книгах» рассматриваются системы уравнений и даются краткие правила их решения, при этом все изложение ведется словесно. Коэффициенты системы уравнений располагались на счетной доске в виде таблицы. При повторных действиях на доске было замечено, что с коэффициентами следует систематически поступать по одному и тому же правилу для нахождения решения системы уравнений.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Данная работа посвящена темам школьного курса математики «Системы линейных уравнений» в средней общеобразовательной школе.

В результате проведенного исследования были реализованы следующие задачи:

- изучены и проанализированы теоретические основы по данной теме;
- были определены методические особенности этой темы;
- подобраны дидактические материалы, дифференцированные по уровню сложности.

Практическая значимость данной работы заключается в том, что данный материал может использоваться учениками школ, студентами ССУЗов и студентами педагогических ВУЗов для работы на лабораторных занятиях по методике преподавания математики, внося свои поправки и умозаключения.

Для начинающих специалистов данная работа будет интересна некоторыми методическими рекомендациями. В данной работе разработаны и проверены учебные материалы для преподавания исследуемых тем в средней общеобразовательной школе, подобраны системы задач для указанных тем.

Опубликовано на сайте <http://ipsilon-dev.sgu.ru/>.

## **СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

1. Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.
2. Афанасьев О.Н., Бродский Я.С., Павлов А.Л. «Математика для техникумов». – М., Наука, 2011г.

3. Афанасьев О.Н., Бродский Я.С., Гуткин И.И., Павлов А.Л. «Сборник задач по математике для техникумов на базе средней школы». – М., Наука, 2012г.
4. Афанасьев О.Н., Бродский Я.С., Павлов А.Л. «Дидактические материалы по математике». – М., Высшая школа, 2010г.
5. Башмаков М. И. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.
6. Башмаков М. И. Математика. Сборник задач профильной направленности: учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.
7. Башмаков М. И. Математика. Задачник: учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.
8. Башмаков М.И. Математика. Электронный учеб.-метод. комплекс для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2015.
9. Безуглова Г.С., Войта Е.А. и др., Математика. 9-й класс. Подготовка к ГИА-2014: учебно-методическое пособие.-Ростов на Дону: Легион, 2013. – 304с.
10. Богомоллов Н.В. «Практические занятия по математике».– М., Высшая школа, 2011г.
11. Валуцэ И.И., Дилигул Г.Д. «Математика для техникумов на базе средней школы».– М., Наука, 2010 г.
12. Вирченко Н.А., Ляшко И.И., Швецов К.И.. Графики функций. Справочники. – Киев: Наук.думка, 2009. – 320с.
13. Гмурман В.Е. «Руководство по решению задач по теории вероятностей и математической статистике» -М.: Высшее образование, 2011.
14. Гурский И.П. Функции и построение графиков. Пособие для учителей. Изд. 3-е, испр. И доп. М., «Просвещение», 1968.-215с.
15. Гусев В.А., Григорьев С.Г., Иволгина С.В. Математика для профессий и специальностей социально-экономического профиля: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

16. Дадаян А.А, Математика.- М.: Форум:Инфра, 2011.
17. Дадаян А.А, Сборник задач по математике.- М.: Форум:Инфра, 2011.
18. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевников Т.Я. Учебное пособие для студентов вузов. 4-е изд., испр. и доп.— М.: Высш. шк., 2011. ч.1 - 304с
19. Дороднов А.М., Острецов И.Н. Учебное пособие для поступающих в вузы. М., «Высш. школа», 2012.-104с.
20. Егерев В.К. и др. Методика построения графиков функций. Учебное пособие для студентов вузов. Изд. 2-е. М., «Высшая школа», 1970.-152 с.
21. Ершов Л.В., Райхмист Р.Б. Построение графиков функций: Кн. Для учителя.-М.: Просвещение, 1984.-80с.
22. Иванов С.О., Ольховская Л.С. и др. Математика. Базовый уровень ГИА-2014. Пособие для «чайников» Модуль1: Алгебра.- Ростов-на-Дону: Легион, 2013.-144с.
23. Колягин Ю. М., Ткачева М. В, Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10 класс / под ред. А.Б. Жижченко. — М., 2014.
24. Колягин Ю. М., Ткачева М. В., Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 11 класс / под ред. А.Б. Жижченко. — М., 2014.
25. Коннова Е.Г. Математика.9 класс. Подготовка к ГИА. Задания с параметром. – Ростов-на-Дону, Легион, 2014.-64с.
26. Лаппо Л.Д. Государственная итоговая аттестация (в новой форме). Математика: сборник заданий. – М.: Издательство «Экзамен», 2014.-159с.
27. Лысенко Ф.Ф., Кулабухов С.Ю. и др. Математика. 9 класс. Тематические тесты для подготовки к ГИА-2014.-Ростов н\Д: Легион, 2013.-320 с.
28. Матвеев И.В. функции и их графики: учебное пособие.-М.:

издательство московского университета, 1970. – с.104.

29. Райхмист Р.Б. Графики функций: Справ.пособие для вузов. – М.: Высш.шк., 2011. – 160с.

30. Сергиенко Л.Ю., Самойленко П.И. «Планирование учебного процесса по математике». – М., Высшая школа, 2012 г.