

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
"САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математического анализа

**Исследование функций и построение графиков функций**

АВТОРЕФЕРАТ

студентки 3 курса 322 группы

направления **44.04.01 Педагогическое образование**

**Механико-математического факультета**

Хусяиновой Гузяль Фягимовны

Научный руководитель

Старший преподаватель \_\_\_\_\_ М. А. Осипцев

подпись, дата

Зав. кафедрой

Профессор, доктор физ.мат наук \_\_\_\_\_ Д.В. Прохоров

подпись, дата

Саратов 2016

Выпускная квалификационная работа магистра представляет собой разработку электронного образовательного курса «Исследование функций и построение графиков функций». Данный курс предназначен для учащихся 10 классов, формальная цель которого - подготовить ученика средней школы к сдаче Единого Государственного Экзамена по математике и продолжению образования в ВУЗах.

Данный образовательный курс содержит элементы, относящиеся как к обучению на базовом уровне, так и в классах с профильной подготовкой.

Электронный образовательный курс «Исследование функций и построение графиков функций» – это электронный ресурс, который содержит полный комплекс учебно-методических материалов, необходимых для освоения данной темы согласно учебному плану в рамках образовательной программы, и обеспечивает все виды работы в соответствии с программой дисциплины, включая практикум, средства для контроля качества усвоения материала, методические рекомендации для обучающегося по изучению данной темы.

Основные цели создания электронного образовательного курса:

- повышение качества обучения при реализации образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий;
- оптимизация деятельности педагогического состава, работающего с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий;
- создание электронной информационно-образовательной среды, позволяющей осуществлять индивидуальный подход в образовательном процессе.

Задачи создания электронного образовательного курса:

- соответствие единым требованиям к структуре, отдельным элементам ЭОК и технологиям обучения по нему в системе дистанционного образования Ipsilon;

- обеспечение образовательного процесса учебно-методическими и контрольно измерительными материалами по теме «Исследование функций и построение графиков функций», реализуемой в системе дистанционного образования Ipsilon;

- постоянное совершенствование и обновление комплекса учебно-методических материалов по данной теме.

Характерной особенностью курса является: систематизация и обобщение знания учащихся, углубление знания, полученных в курсе алгебры. Данный курс рассматривает элементы поведения функции в той последовательности, которой методически целесообразно пользоваться при исследовании функции по общей схеме, а также частные методы построения графиков, позволяющие в некоторых случаях обойтись без общей схемы исследования.

Данный курс способствует: дальнейшему развитию и умению формулировать, обосновывать, воспитывает умение действовать по заданному алгоритму и конструировать новые. Умение строить графики функции, заданных аналитически, является важным элементом в общей математической подготовке учащихся.

Базовые навыки и умения, которыми должен обладать учащийся перед изучением курса:

- 1) Уметь строить графики элементарных функций.
- 2) Выполнять исследования сложных функций и строить их графики.
- 3) Строить графики функций, содержащих знак модуля.
- 4) Применять частные методы построения графиков функций.

**Диагностируемые цели обучения теме «Исследование функций и построение графиков функций» с помощью электронного курса. Умения и навыки, которые формируются курсом.**

1) Познание реальной действительности - зарождение функции, развитие функции как основном математическом методе, знаний и умений в данной области

2) На основе знаний функций и их графиков формирование естественно-математической базы в связи с уравнениями, неравенствами и их системами

3) Качественная и содержательная подготовка учащихся к выпускным экзаменам, развитие логического мышления учащихся и смысловой памяти

4) Подготовка учащихся к осознанному выбору профильного направления на старшей ступени обучения, воспитание настойчивости в достижении поставленных целей, трудолюбия и умения творчески подходить к математической задаче

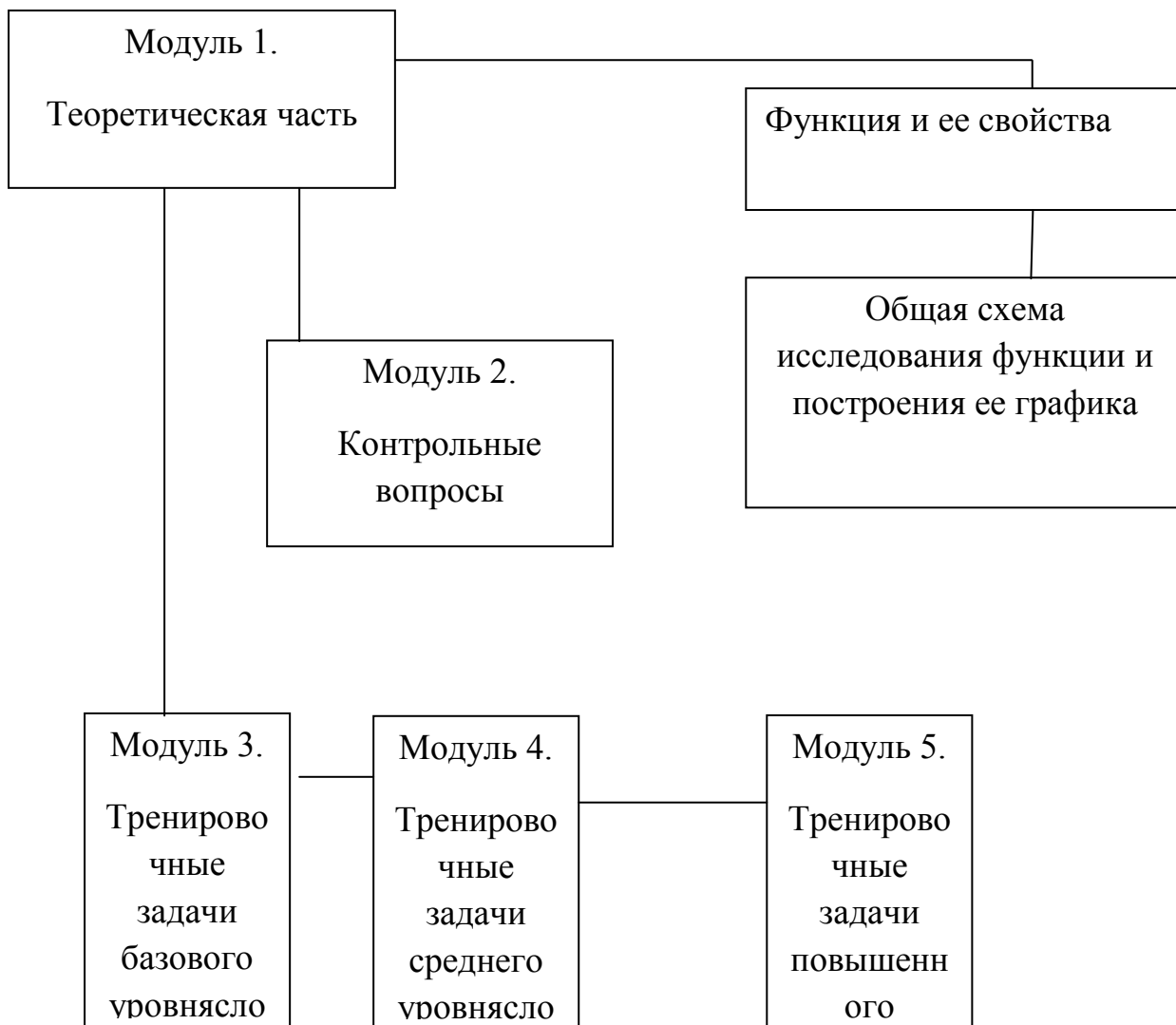
5) Вовлечение учащихся в коммуникативную, практическую деятельность как фактор личностного развития учащихся

Цель считается достигнутой, если ученик:

а) формулирует цели своей учебной деятельности; б) выбирает задачи и решает их; в) осуществляет самопроверку; г) составляет контрольную работу для своего уровня усвоения; д) оценивает свою итоговую деятельность по данным объективным критериям; по собственным критериям, сравнивая их с объективными критериями; е) делает выводы о дальнейших действиях, планирует коррекцию учебной познавательной деятельности.

В целом, успешное освоение данного электронного образовательного курса окажет помощь при сдаче Единого государственного экзамена (ЕГЭ).

## Структура электронного образовательного курса



Рекомендую следующий порядок изучения данного электронного курса. Сначала необходимо ознакомиться с модулем 1 «Теоретическая часть». Данный модуль довольно громоздкий, поэтому осваивать его нужно постепенно. Сначала необходимо изучить функцию и её свойства. Материал данного модуля частично имеется в учебниках. А вот дополнительным свойствам функции нужно уделить особое внимание, так как данная информация отсутствует в школьных учебниках. Поэтому, два дня отводим на изучение теоретического материала и отвечаем на контрольные вопросы с выбором правильного ответа.

После изучения данных разделов можно браться за решение задач базового уровня сложности – это модуль 3. Каждая задача данного уровня будет оцениваться в 1 балл. Модуль считается успешно пройденным, если

учащийся набрал от 0 до 5 баллов. Такое количество баллов можно приравнять к оценке «5». Если учащийся набрал 4 балла, это говорит о менее успешном освоении модуля и приравнивается к оценке «4», 3 балла – это оценка «3». Наконец, если набрано менее 2 баллов, значит, есть необходимость снова вернуться к изучению теоретической части.

После этого можно сразу приступить к модулю 4 «Тренировочные задачи среднего уровня сложности». Таких задач 10 и за верное решение одной задачи можно получить 1 балла, таким образом, максимальное количество баллов по данному модулю – 10. Минимальное количество баллов, которое будет свидетельствовать о прохождении данного модуля – это 5 баллов. Соответственно, 5 – 7 баллов – это оценка «3», 8 – 9 баллов – это оценка «4», 10 баллов – это оценка «5». Перевод в оценку необходим для самоконтроля, поэтому, если учащийся набрал менее 5 баллов и получил оценку «2», необходимо снова обратиться к теоретическому материалу.

Наконец, более одаренные учащиеся или желающие испытать свои умственные способности могут приступить к модулю 5 «Тренировочные задачи повышенного уровня сложности». Таких задач 3 и правильное решение каждой оценивается в 5 баллов. Если учащийся сделал правильно 2 задания – это говорит о хорошем уровне знаний по теме «Исследование функции», 3 задач – это максимальная степень освоения данной темы.

В целом по всем трем модулям: минимальный балл, свидетельствующий о прохождении всех модулей – 13 баллов, максимальный балл – 30 балл. На освоение данного электронного образовательного курса в среднем можно затратить неделю. Но это касается учащихся 10-х классов, освоивших темы, необходимые для решения некоторых задач среднего и повышенного уровней сложности. Необходимо учитывать уровень знаний учащихся, и в каком классе предлагается прохождение данного курса.

В настоящее время в изучении понятия функции в школе преобладающими являются два основных подхода: индуктивный и

дедуктивный. Сложившись исторически, они наиболее полно отвечают целям и задачам образования, и поэтому именно им отдано предпочтение при изучении математики, в том числе функций, в средних классах школ. Материал, связанный с функциями, составляет значительную часть школьного курса математики. Это объясняется тем, что функции широко используются в различных разделах математики, в решении разных прикладных задач. Развитие функциональных представлений в курсе изучения алгебры и начал анализа на старшей ступени обучения помогает старшеклассникам получить наглядные представления о непрерывности и разрывах функций. Узнать о непрерывности любой элементарной функции на области ее применения, научиться строить их графики и обобщить сведения об основных элементарных функциях.

Функция - это одно из основных понятий математики. Изучение функций в школьном курсе математике основано на знании элементарных функций.

В простых случаях нас не затруднит разобраться с элементарными функциями, начертить график, полученный с помощью элементарных геометрических преобразований и т.п. Однако свойства и графические изображения более сложных функций далеко не очевидны, именно поэтому и необходимо целое исследование.

Основные этапы решения сведены в справочном материале схема исследования функции, это ваш путеводитель по разделу. Некоторым ученикам требуется пошаговое объяснение темы, некоторые учащиеся не знают с чего начать и как организовать исследование, а продвинутым ученикам, возможно, будут интересны лишь некоторые моменты. Правильный и аккуратный чертеж – это основной результат решения! Он с большой вероятностью «прикроет» аналитические оплошности, в то время как некорректный и/или небрежный график доставит проблемы даже при идеально проведенном исследовании.

Следует отметить, что в других источниках количество пунктов исследования, порядок их выполнения и стиль оформления могут существенно отличаться от предложенной мной схемы, но в большинстве случаев её вполне достаточно. Простейшая версия задачи состоит всего из 2-3-х этапов и формулируется примерно так: «исследовать функцию с помощью производной и построить график» либо «исследовать функцию с помощью 1-ой и 2-ой производной, построить график».

Все выше сказанное, говорит об актуальности выбранной темы. Итак, проблема исследования состоит в том, чтобы найти, разобрать и обосновать эффективные методы обучения теме «Исследование функций и построение графиков функций» в средней общеобразовательной школе.

Объектом исследования служит процесс обучения учащихся в средней школе.

Предмет исследования – методика изучения темы «Исследование функций и построение графиков функций» в средней общеобразовательной школы и ее применение в школе.

Целью данной работы является разработка комплекса заданий для изучения данной темы в средней общеобразовательной школы.

Работа состоит из введения, теоретического материала и разработанных заданий.

Работа прошла апробацию в МБОУ «СОШ №23 с УИОП» г. Энгельса, Саратовской области.

По результатам выполнения выпускной квалификационной работы магистра на сайте <http://epsilon-dev.sgu.ru/> выставлены:

- теоретический материал по теме «Исследование функций и построение графиков функций»
- контрольные вопросы по теории с выбором ответа
- набор задач трёх уровней сложности.

Впервые определение функции было дано русским математиком Н.И. Лобачевским.



Термин «функция» введен Лейбницем, а символическая запись функциональной зависимости впервые введена Л. Эйлером. Исторически первым способом задания функции был способ аналитический - при помощи формулы.

Понятие функции часто встречается в школьном курсе математики и хорошо знакомо учащимся.

Важнейшее значение в функциональной подготовке учащихся - имеет формирование графических умений. График — это средство наглядности, широко используемое при изучении многих вопросов в школе.

График функции выступает основным опорным образом при формировании целого ряда понятий — возрастания и убывания функции, четности и нечетности, обратимости функции, понятия экстремума. Без четких и сознательных представлений учащихся о графике невозможно привлечение геометрической наглядности при формировании таких центральных понятий курса алгебры и начал анализа, как непрерывность, производная, интеграл. Поэтому заниматься формированием графических представлений в старших классах уже поздно. К этому времени у учащихся должны быть выработаны прочные умения как в построении, так и в чтении графиков функций. Прежде всего учащиеся должны уметь свободно строить графики основных функций:  $y=kx+b$ ,  $y=k/x$ ,  $y=ax^2+bx+c$ , (при конкретных значениях параметров),  $y=x^3$ .

Необходимой базой последующего применения функционального материала являются прочные самостоятельные умения учащихся в чтении графиков функций.

Они должны уметь уверенно и свободно отвечать с помощью графика на целый ряд вопросов:

— по заданному значению одной из переменных  $x$  или  $y$  определить значение другой;

— определять промежутки возрастания и убывания функции;

— определять промежутки знакопостоянства;

— для квадратичной функции указывать значение аргумента, при котором функция принимает наибольшее (наименьшее) значение, а также определять это значение.

Для каждой функции характерен свой график.

Графики некоторых из перечисленных функций можно построить, проведя исследование по заданной формуле, но этот процесс довольно трудоемкий и требует знаний дифференциального исчисления.

I. Элементарное исследование:

- 1) найти область определения функции;
- 2) исследовать функцию на симметричность и периодичность;
- 3) вычислить предельные значения функции в ее граничных точках;
- 4) выяснить существование асимптот;
- 5) определить, если это не вызовет особых затруднений, точки пересечения графика функции с координатными осями;
- 6) сделать эскиз графика функции, используя полученные результаты.

Если исследование проведено без ошибок, то результаты всех этапов должны согласовываться друг с другом. Если же согласование отсутствует, необходимо проверить правильность результатов отдельных этапов и исправить найденные ошибки.

В условиях высокого уровня развития науки и техники особые требования предъявляются к подготовке учащихся в школе. Задача образования не может сводиться только к вооружению учащихся определенной суммой знаний. Необходимо сформировать у них умение оперировать приобретенными знаниями, применять их в новых ситуациях, делать самостоятельные выводы и обобщения, находить решения в нестандартных условиях. В настоящий период, когда развитие науки и техники происходит чрезвычайно быстро, когда делаются все новые и новые научные открытия, когда появляются неизвестные ранее отрасли науки, техники, экономики, исключительную значимость приобретает проблема подготовки учащихся к овладению новыми знаниями, к изучению научной и технической литературы.

Наряду с основной задачей обучения математике – обеспечение прочного и сознательного овладения учащимися системой математических знаний и умений – тема «исследование функции и построение графиков функций» предусматривает формирование устойчивого интереса к предмету, развитие математических способностей.

В рамках содержательной линии решаются следующие задачи:

- расширение и систематизация общих сведений о функциях;
- пополнение класса изучаемых функций;
- иллюстрация широты применения функций для описания и изучения реальных зависимостей.

Умение с помощью графика «прочитать» поведение функции на некотором промежутке находит применение в любой практической деятельности человека, в которой ему приходится иметь дело с теми или иными графическими изображениями зависимостей. Кроме того, умение строить графики функций представляет большой самостоятельный интерес.

Используя опыт практического преподавания можно сделать следующие **выводы**:

1. Графики функций являются наиболее удобным и наглядным средством для обучения учащихся исследованию функций.
2. Преподавание темы «исследование функции и построение их графиков» требует тщательного подбора содержания средств и методов обучения, то есть разработки эффективной методики.

В результате систематизируются знания учащихся о функциях, их свойствах, которые складываются постепенно. Эти знания важны для того, чтобы достойно сдать экзамены и для дальнейшего обучения. Умение использовать исследование функции для построения графиков играет немаловажную роль для решения нестандартных задач повышенной трудности, таких как: решение уравнений с параметрами; решение уравнений, содержащих модули; решение неравенств, содержащих параметры и т.д.

Приобретаемые навыки работы с формулой, аппарат исследования основных элементарных функций необходимы для изучения электродинамики и оптики. Элементы дифференциального исчисления находят применения при изучении явления радиоактивного распада, гармонических колебаний. Существенную роль играют навыки построения графиков функции при изучении физики.

Опубликовано на сайте <http://ipsilon-dev.sgu.ru/>.

#### Список использованных источников

1. . Башмаков М.И. Математика: учебник для учреждений нач. и сред. проф. образования / М.И. Башмаков. – М.: Издательский центр «Академия», 2011. – 256с.
2. Багатырев Г.И., Боковнев О.А., «Математика для подготовительных курсов техникумов»

3. Болтянский В.Г., Сидоров Ю.В., Шабунин М.И, Марткович А.Б. «Математика. Лекции, задачи, решение» - Минск, Издательство «Альфа»-1994г.- 638с.
4. Вавилов В.В., Мельников И.И., Олехник С.Н., Пасеченко П.И «Задачи по математике. Начало анализа: Справочное пособие» - М., Наука. Гл. ред. Физ. - мат. лит.,1990-608с
5. . Виленкин. Н.Я и др. Алгебра и математический анализ. Учебное пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики.-М.: Просвещение, 1995.-334 с.
6. Дубовик В.П., Юрик И.И. "Высшая математика. Сборник задач"
7. Зайцев В.В., Рыжков В.В., Сканави М.И., «Элементарная математика» - М., Наука 1976г., 591с.
8. Зайцев И.А. Высшая математика. ДРОФА, 2005. – 400 с
9. Зельдович Я.Б. «Высшая математика для начинающих и ее приложение к физике.» М.,Физматгиз-1963г.-560с.
- 10.Ивлев Б.М., Саакян С.М., Шварцбурд С.И Дидактические материалы по алгебре и начале анализа для 11 кл. /.. - М.: Просвещение, 1991г. – 192с.
- 11.Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл.[Учебник] / А. Н. Колмогоров, – М.: Просвещение, 2007. – 384 с.
- 12.Коровкин П.П. «Математический анализ» М.: Просвещение, 1974г.- 464с.
- 13.Краснов М. Вся высшая математика т. 1 изд. 2. Едиториал УРСС, 2003. – 328 с.
- 14.Мироненко Е.С. Высшая математика. М: Высшая школа, 2002. – 109 с.
- 15.Мироненко Е.С., Розанова С.А., ред., др, Розановой С.А., Кузнецова Т.А. Высшая математика. Изд-во: ФИЗМАТЛИТ®, 2009. – 168с.

16. Михеев В.И., Павлюченко Ю.В. Высшая математика. Изд-во: ФИЗМАТЛИТ®, 2007. – 200с.
17. Мордкович А.Г. МАТЕМАТИКА. Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений. М., «Мнемозина», 2010.-314с
18. Мышкис А.Д. «Лекции по высшей математике» - М.; 1969г
19. Пак В.В., Носенко Ю.Л. Высшая математика. Сталкер, 1997. – 560 с.
20. Потапов, М.К. Алгебра и начала математического анализа [Электронный ресурс]. Дидактические материалы. 10 класс : базовый и профил. уровни / М.К. Потапов, А.В. Шевкин. – 5-е изд. – М.: Просвещение, 2011. – 159 с. : ил.
21. Потапов, М.К. Алгебра и начала математического анализа [Электронный ресурс]: дидакт. материалы для 11 кл. : базовый и профил. уровни / М.К. Потапов, А.В. Шевкин. – 2-е изд. – М.: Просвещение, 2008. – 189 с. : ил.
22. Слабодская В.А. «Краткий курс высшей математики. Изд. 2-е, переработ. и доп. Учеб. Пособие для втузов. М., Высшая школа-1969г.-544с.
23. Симонов А.Я., Бакаев Д.С., Эпельман А.Г «Система тренировочных задач и упражнений по математике» М.:Просвещение,1991г.-208с.
- 24.«Математика в школе» №5 – 1999г. 2с.