

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра Математического и компьютерного моделирования

ПРИМЕНЕНИЕ OpenFOAM К РАСЧЁТУ

ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ В КОЛЕНЕ ТРУБЫ

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 413 группы

направления 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

механико-математического факультета

Бурмистров Никита Андреевич

Научный руководитель
к.т.н., доцент

подпись, дата

И.А. Панкратов

Зав. кафедрой:
д.ф.-м.н., профессор

подпись, дата

Ю.А. Блинков

Саратов 2017 год

ВВЕДЕНИЕ

Моделирование – это замещение некоторого объекта А (оригинала) другим объектом Б (моделью). Математическая модель – это упрощенное описание реальности с помощью математических понятий. Математическое моделирование – процесс построения и изучения математических моделей реальных процессов и явлений, т.е. метод исследования объектов и процессов реального мира с помощью их приближенных описаний на языке математики – математических моделей. Крупнейшие ученые прошлого сочетали в своих трудах как построение математического описания явлений природы (математические модели), так и его исследования. Анализ усложненных моделей требовал создания новых, как правило, численных методов решения задач. Основоположником отечественного математического моделирования справедливо считают академика А.А.Самарского. Он выразил методологию математического моделирования знаменитой триадой «модель – алгоритм – программа» [?].

Во всех этих случаях используются методы приближенного, в первую очередь численного решения, в задачах механики жидкости. Методы численного решения математических задач всегда составляли неотъемлемую часть математики и неизменно входили в содержание естественно-математического и инженерного образования. Как самостоятельная математическая дисциплина вычислительная математика оформилась в начале 20-го века. К этому времени в основном были разработаны разнообразные, достаточно эффективные и надежные алгоритмы приближенного решения широкого круга математических задач, включающего стандартный набор задач из алгебры, математического анализа и дифференциальных уравнений, например метод конечных разностей. Много книг, таких как, посвящено решению задач механики жидкости и газа разностными методами. Так же одним из распространенных методов решений является метод конечных элементов и метод взвешенных невязок.

До недавнего времени метод конечных элементов использовался почти исключительно в строительной механике, но сегодня все больше осознаются возможности его применения и в других областях прикладной науки, особенно в механике жидкости.

В ходе этого эксперимента можно смоделировать условия, которые нельзя создать в лаборатории. В ряде случаев проведение натурального эксперимента затруднено, а иногда и невозможно. Часто проведение полномасштабного натурального эксперимента сопряжено с губительными или непредсказуемыми последствиями (ядерная война, поворот сибирских рек) или с опасностью для жизни или здоровья людей. Нередко требуется исследование и прогнозирование катастрофических явлений (авария ядерного реактора АЭС, глобальное потепление или похолодание климата, цунами, землетрясение). Получение «сферических» аэродинамических характеристик тел различной формы в лабораторных условиях путем продувок в аэродинамических трубах является весьма трудоемкой и дорогостоящей задачей. На сегодняшний день все чаще для получения аэродинамических характеристик тел применяются методы вычислительной гидродинамики. Работы отечественных и зарубежных исследователей показывают, что численное моделирование турбулентных течений может давать вполне адекватные результаты.

Гидродинамика является основой многих прикладных наук, в том числе связанных с проектированием и эксплуатацией водного транспорта и гидротехнических сооружений. Законы гидродинамики человечество постигало в течение всей своей истории, совершенствуя обводы и двигатели кораблей, создавая водяные мельницы, портовые сооружения, каналы, шлюзы, водопроводные системы и пр. По мере развития гидродинамики её математические модули уточнялись, но при этом усложнялись, и их анализ стал невозможен без применения численных методов и компьютерных технологий. Так появилась вычислительная гидродинамика. На основе её вычислительных алгоритмов созданы мощные компьютерные программы такие как открытая интегрируемая платформа для численного моделирования задач механики сплошных сред OpenFOAM.

В данной работе описано моделирование течение несжимаемой жидкости, основные законы механики и уравнения механики жидкости, так же предварительная обработка и моделирование с помощью программы OpenFOAM.

1 Моделирование течений несжимаемой жидкости

Задачи, представляющие практический интерес, как правило, характеризуются многомерностью, нестационарностью, нелинейностью, наличием свободных границ и пограничных слоёв и описываются уравнениями Навье–Стокса. Нелинейность уравнений Навье–Стокса и наличие малого параметра при старших производных (особенно при больших числах Рейнольдса) создают серьезные трудности как при их аналитическом исследовании (оно, по существу, возможно лишь для модельных уравнений или частных задач), так и при численном решении этих уравнений с помощью ЭВМ.

В последнее время в связи с бурным развитием вычислительной техники и вычислительной математики значительно возрасла роль ВЭ для моделирования сложных нелинейных задач гидродинамики. Основные принципы, положенные в основу ВЭ, достаточно подробно изложены в работах Н.С. Бахвалова, О.М. Белоцерковского, Г.И. Марчука, А.А. Самарского, П. Роуча, Н.Н. Яненко, их коллег и учеников. Технологический цикл ВЭ включает в себя следующие основные этапы: построение физической модели — на этом этапе происходит выяснение основных физических процессов и механизмов, присущих изучаемому явлению или технологическому процессу; для получения количественной информации строится соответствующая физической математическая модель — система алгебраических, дифференциальных, интегральных или интегро-дифференциальных уравнений с необходимыми начальными и граничными условиями; далее следует один из важных этапов в технологическом цикле ВЭ — конструирование вычислительного алгоритма, включающего два основных момента: построение дискретной математической модели, то есть аппроксимация исходной задачи разностной, и разработка эффективного метода решения разностной задачи [5, 18-20], далее следует написание программы, набор и отладка её на ЭВМ; после этого проводится ряд тестовых расчётов, позволяющих судить о правильности и точности работы алгоритма и программы; и, наконец, находятся численные решения исходной математической задачи. В заключение проводится сравнение полученных результатов с экспериментальными данными или расчётами других авторов, на основании которого делается вывод об адекватности выбранной физической модели исследуемому явлению. При этом следует иметь в виду,

что уровень используемых физической и математической моделей, алгоритм и его точность, а также конфигурация, производительность и оперативная память ЭВМ должны быть взаимно сбалансированы.

С другой стороны, течение в ближнем следе тела конечного размера как для ламинарных, так и для турбулентных режимов обтекания характеризуется наличием в нём крупномасштабных вихрей, размеры которых соизмеримы с линейными размерами тела, и, следовательно, разрешающая способность конечно-разностной сетки здесь может быть существенно ослаблена. Конечно, при этом могут быть допущены ошибки в аппроксимации диссипативного механизма таких вихрей, однако основные черты явления, включая многие количественные характеристики, воспроизводятся достаточно точно. Большинство существующих методов решения уравнений Навье–Стокса не позволяет получать достоверные результаты при изучении свойств течений вязкой жидкости у тел сложной формы (например, при определении аэродинамических характеристик современных летательных аппаратов и подводных судов), особенно для больших чисел Рейнольдса, а также для турбулентных режимов обтекания. Достаточно точные количественные данные, сравнимые с физическим экспериментом, получены в основном для ламинарных режимов течения в двумерных стационарных задачах.

Существование же при обтекании тел таких явлений, как резкое изменение сопротивления, появление непредсказуемой по знаку боковой силы, связанных с отрывом потока и его турбулизацией, привлекают внимание как практиков, так и теоретиков. Изучение этих явлений даже на телах простой формы представляет существенный интерес. Этим объясняется большое количество экспериментальных и расчётных работ по исследованию отрывных течений около поперечно обтекаемого кругового цилиндра. В большинстве случаев течения являются существенно трёхмерными.

2 Основные законы и уравнения механики жидкости

2.1 Методы Эйлера и Лагранжа

В методе Лагранжа независимыми переменными являются время t и начальные координаты a_i . Пространственные координаты и зависимые переменные представляются как

$$f = f(a_1, a_2, a_3, t) \tag{2.1}$$

$$x_i = a_i + u_i(a_1, a_2, a_3, t)$$

где u_i — перемещение материальной точки за время t .

Фактические координаты x_i и время являются более удобными переменными. В методе Эйлера принимается

$$a_i = x_i - u_i(x_1, x_2, x_3, t), \tag{2.2}$$

$$f = f(x_1, x_2, x_3, t).$$

Определим скорость изменения какой-нибудь зависимой переменной во времени. Пусть f обозначает переменную, связанную с материальной точкой (x_i, t) . За время Δt эта материальная точка переходит в положение $x_i + \Delta_i$ и переменная, изменяясь, становится равной $f + \Delta f$. Предполагая, что f есть непрерывная функция, разложим ее в ряд Тейлора в окрестности (x_i, t) . Получим

$$\Delta f = \delta f + \frac{1}{2} \delta^2 f + \dots,$$

где

$$\Delta f = \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i + \frac{\partial f}{\partial t} \Delta t$$

и

$$\delta^2 f = \delta(\delta f). \tag{2.3}$$

Предел отношения $\frac{\Delta f}{\Delta t}$ при $\Delta t \rightarrow 0$ записывается как $\frac{Df}{Dt}$

$$\frac{Df}{Dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta t} \tag{2.4}$$

называется субстанциональной производной или полной производной и Стоксовой производной.

Для того чтобы раскрыть выражение (2.4), заметим, что вектор скорости для частицы находится как

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \equiv \frac{D\vec{r}}{Dt} \quad (2.5)$$

Вектор скорости \vec{v} и радиус-вектор \vec{r} , определяющий положение точки, могут быть записаны через их составляющие:

$$\vec{v} = v_i \vec{i}_j$$

$$\vec{r} = x_j \vec{i}_1$$

Тогда

$$j = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x_j}{\Delta t} = \frac{Dx_j}{Dt} \quad (2.6)$$

и с учетом выражения (2.3) уравнение (2.4) можно записать как

$$\frac{Df}{Dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + v_i \frac{\partial f}{\partial x_i} \quad (2.7)$$

Первый член этого равенства есть локальная производная по времени, т. е. производная, вычисляемая при фиксированном положении частицы. Остальные члены представляют вклад движения и называются конвективными.

В методе Лагранжа $f = f(a_i, t)$ и приращение δf сводится к

$$\delta f = \frac{\partial f}{\partial t} \Delta t, \quad (2.8)$$

так как начальные координаты частицы — постоянные величины. Субстанциональная и локальная производные здесь совпадают:

$$\begin{aligned} \frac{Df}{Dt} &= \frac{\partial f}{\partial t} \\ v_i &= \frac{\partial u_i}{\partial t} \end{aligned} \quad (2.9)$$

Хотя выражения (2.9) проще равенства (2.7), метод Эйлера обычно более удобен для жидкостей в силу больших деформаций, которые могут наблюдаться при движении. В дальнейшем потребуется вычислять субстанциональную производную от выражений, содержащих интегралы. Подход при этом точно такой же, как и для функции. В качестве иллюстрации рассмотрим скалярную функцию f , где f — количество переменной, приходящейся на единицу массы. Полное количество f в объеме есть

$$\int_V f dm = \int_V f \rho dV, \quad (2.10)$$

где m - масса; ρ - массовая плотность.

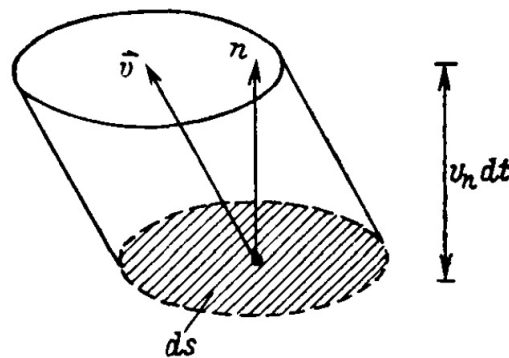


Рисунок 2.1 — К определению понятия потока через поверхность

Изменение интеграла (2.10) во времени можно записать в виде

$$\frac{D}{Dt} \iiint f \rho dV = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta(\int \rho f dV)}{\Delta t} \right) \quad (2.11)$$

Величина, определяемая из выражения (2.11), должна равняться скорости увеличения полного количества f внутри контрольной поверхности плюс результирующей скорости потока f , переносимого через контрольную поверхность. Если вектор скорости на части dS контрольной поверхности есть величина (\vec{v}) в соответствии с рисунком 2.1, то поток через dS в единицу времени равен

$$(f\rho)v_n dS = (f\rho)v_i a_{ni} dS, \quad (2.12)$$

где a_{ni} — направляющие косинусы составляющих скорости по отношению к нормали.

Следовательно, можно записать

$$\frac{D}{Dt} \iiint (f\rho) dV = \iiint \frac{\partial(f\rho)}{\partial t} dV + \int_S \int (f\rho) v_i a_{ni} dS. \quad (2.13)$$

Для получения окончательного выражения удобно преобразовать поверхностный интеграл в уравнении (2.13) к объемному, используя формулу Гаусса, которая может быть записана так

$$\iiint_V g \frac{\partial h}{\partial x_i} dV = \int_S a_{ni} g h dS - \iiint_V h \frac{\partial g}{\partial x_i} dV. \quad (2.14)$$

Это позволяет свести выражение (2.13) к следующей формуле:

$$\frac{D}{Dt} \iiint (f\rho) dV = \iiint_V \left(\frac{\partial}{\partial t} (f\rho) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho f v_i) \right) dV. \quad (2.15)$$

Формула (2.15) выражает так называемую теорему переноса Рейнольдса и определяет субстанциональную производную объемного интеграла в случае, когда подынтегральная функция и объем, по которому вычисляется интеграл, изменяются с течением времени.

Сохранение массы. Применим формулу (2.15) к закону сохранения массы. Масса элементарного объема dV есть ρdV . Следовательно, полная масса объема dV

$$M = \iiint_V \rho dV \quad (2.16)$$

ρ — функция пространства и времени.

Если внутри объема V масса не создается и не исчезает, то значение результирующей скорости потока массы по всей контрольной поверхности плюс

скорости изменения массы в пределах этого объема равно нулю:

$$\frac{DM}{Dt} = \iiint_V \rho dV = 0. \quad (2.17)$$

Из теоремы Рейнольдса (2.15) имеем

$$\frac{D}{Dt} \int \rho dV = \int \left(\frac{D\rho}{Dt} + \rho \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \right) dV = 0. \quad (2.18)$$

Так как контрольный объем произволен, то из выражения (2.18) следует

$$\frac{D\rho}{Dt} = +\rho \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0. \quad (2.19)$$

Выражение (2.19) называется уравнением неразрывности массы. Теперь формулу (2.15) можно привести к следующему виду:

$$\frac{D}{Dt} \int (f\rho) dV = \int \frac{Df}{Dt} = \int \left(\frac{\partial f}{\partial t} + v_i \frac{\partial f}{\partial x_i} \right) \rho dV. \quad (2.20)$$

2.2 Уравнение количества движения

Рассмотрим объем жидкости в момент времени t в соответствии с рисунком 2.2, а. Внешние силы, действующие на этот объем, представляются распределенной поверхностной нагрузкой (\vec{p}) на единицу площади поверхности и распределенной массовой силой (\vec{b}), приходящейся на единицу массы.

Согласно теореме об изменении количества движения скорость изменения количества движения равна сумме всех внешних сил. Скорость изменения количества движения

$$\frac{D}{Dt} \int \rho \vec{v} dV \quad (2.21)$$

с учетом уравнения неразрывности можно записать как

$$\int \rho \frac{D\vec{v}}{Dt} dV, \quad (2.22)$$

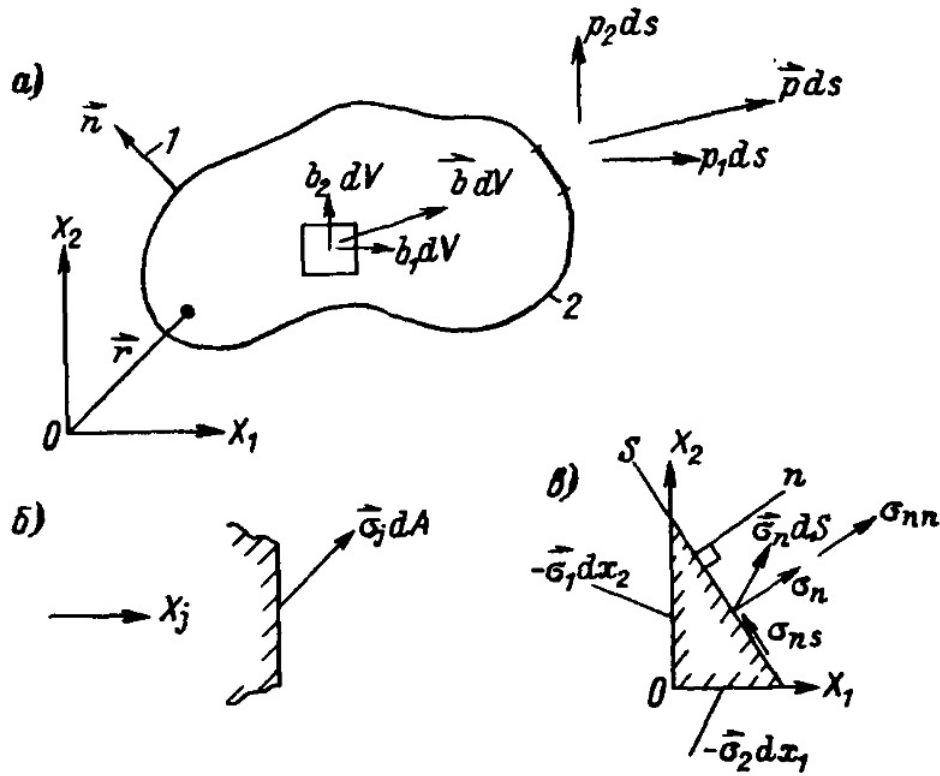


Рисунок 2.2 — Обозначения для двухмерной области: 1 - внешняя нормаль; 2 - объем в момент времени t

где ρ — массовая плотность.

Следовательно, по закону Ньютона уравнение количества движения объема можно представить в виде

$$\iiint \rho \vec{b} dV + \iint \vec{p} dS = \iiint \rho \frac{D\vec{v}}{Dt} dV, \quad (2.23)$$

Аналогично, скорость изменения полного момента количества движения равна векторной сумме моментов всех внешних сил:

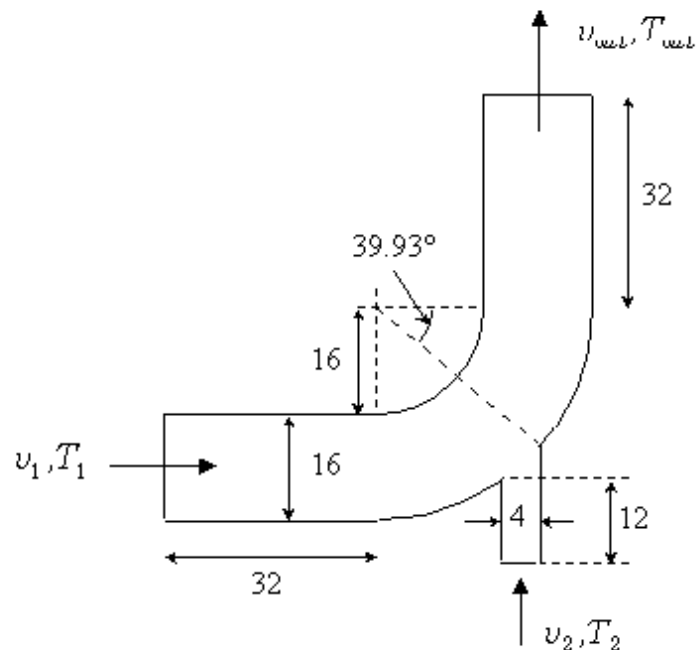
$$\iiint \rho (\vec{r} \times \vec{b}) dV + \iint (\vec{b} \times \vec{p}) dS = \iiint \rho \left(\vec{r} \times \frac{D\vec{v}}{Dt} \right) dV, \quad (2.24)$$

где интегралы относятся к положению объема в момент времени t , а $D\vec{v}/Dt$ есть вектор ускорения.

3 Рассмотрение задачи

3.1 Постановка задачи

Задача, которая будет рассмотрена, схематически показана на рисунке



Для плоских течений жидкостей их плотность можно считать постоянной вдоль всего объёма жидкости в течение всего времени движения.

Общие уравнения гидродинамики для несжимаемой жидкости упрощаются. Уравнение неразрывности при

$$\rho = const$$

принимает простой вид

$$div \bar{v} = 0,$$

уравнения Эйлера не меняют своего вида, запишем их в виде

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + (\bar{v} \nabla) \bar{v} = -\nabla \frac{p}{\rho} + \bar{g}.$$

Используя решатель *isoFoam*, смоделируем 100 секунд потока в колене трубы для следующих первоначальных сеток:

- Tri-сетка
- Hex-сетки грубой
- 2 раза тоньше Hex-меш

4 Предварительная обработка

Настройка среды осуществляется с помощью терминала в которую копируется следующая команда

```
~ /OpenFOAM/OpenFOAM-17.6/tutorials/incompressible/icoFoam/elbow
```

4.1 Преобразование сетки

Сетка, созданная GAMBIT, напрямую не совместима с OpenFOAM. В-первых, сетка должна быть преобразована в OpenFOAM сетка, используя следующий инструмент:

```
> fluentMeshToFoam elbow.msh
```

4.2 Структура каталога

Структура каталогов для случая течения жидкости в колене трубы OpenFOAM, который содержит набор файлов и содержит три основных каталога – 0, константа, система.

5 Моделирование

Моделирование можно запустить, набрав имя решателя и выполнив его:

```
> icoFoam
```

5.1 Экспорт данных моделирования

Файлы данных, созданные OpenFOAM должны быть экспортированы (преобразованы) соответствующие инструменты, в формат данных инструментов обработки сообщений. Для ParaView – приложение запуска визуализации:

```
> foamToVTK
```

где VTK - это формат данных ParaView.

Эта команда также должна быть выполнена в основном каталоге системы. Здесь ParaView используется в качестве последующей обработки инструмент для его запуска

```
> paraview &
```

Примечание: Существует еще один вариант, чтобы открыть OpenFOAM результаты моделирования с ParaView без преобразования их в VTK. Создать пустой текстовый файл в главном корпусе каталог, назовите его *<someName>.foam* (например, *foam.foam*) и выполните следующее команда. Этот метод хорош для быстрой оценки данных в середине моделирования:

```
> paraview foam.foam &
```

Поставив *&* в конце команды, командная строка будет оставаться активной и готова к дальнейшим вводам во время выполнения этой программы.

5.2 Анализ результатов

Давление для трех различных сеток с колена трубы начинает меняться. Чем меньше сетка, тем больше изменяется давление в трубе проходя через колено.

Скорость для трех различных сеток с колена трубы начинает меняться. Чем меньше сетка, тем больше изменяется скорость в трубе проходя через колено.

Графики трех различных сеток отличаются по давлению. На Tri - сетке присутствуют мелкие колебания вдоль всего графика, а в остальных двух давление не имеет таких мелких скачков, но наблюдаем небольшой прирост давления течения в колене трубы и небольшом спаде после него, после чего давление стабилизируется.

Графики трех различных сеток отличаются по скорости. Наблюдаем большой спад скорости течения в колене трубы у всех трех графиков и различие в скорости, после чего скорость стабилизируется после кола трубы.

При изменении кинематической вязкости в большую сторону (>0.1) скорость течения жидкости становится медленнее и требуется больше времени для моделирования течения жидкости.

При изменении число Рейнольдса в большую сторону появляется завихренность в области колена трубы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрено моделирование течения невязкой несжимаемой жидкости, также рассмотрены методы численного решения физических задач. Применен пакет OpenFOAM для моделирования расчета течения жидкости в колене трубы. Разобраны основные файлы, которые содержат пакет OpenFOAM.

Была построена модель течения жидкости в колене трубы для трех разных сеток.

Выполнено распараллеливание и выявлено декомпонирование задачи для наибольшей продуктивности эффекта нет.