

Министерство образования и науки Российской Федерации  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра информатики и программирования

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СИГНАЛОВ  
МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ ВО ВРЕМЕННОЙ ОБЛАСТИ**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 441 группы

направления 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование  
информационных систем

факультета компьютерных наук и информационных технологий

Луг Юрия Александровича

Научный руководитель:

доцент, к.ф.-м.н.

\_\_\_\_\_

К.П. Вахлаева

подпись, дата

Зав. кафедрой:

к.ф.-м.н.

\_\_\_\_\_

М.В. Огнева

подпись, дата

Саратов 2017

## **ВВЕДЕНИЕ**

**Актуальность темы.** С развитием вычислительной техники появилась возможность решать задачи расчета и проектирования электродинамических систем численными методами, используя алгоритмы, основанные на уравнениях Максвелла. В настоящее время существует целый ряд программных продуктов, позволяющих решать широкий спектр задач моделирования электромагнитных систем. В данной работе используется программа FDTDpro, которая позволяет провести модельный эксперимент и получить картины распространения электромагнитной волны во времени методом конечных разностей во временной области (Finite-Difference Time-Domain, FDTD). В качестве объекта исследования рассматриваются одномерные многослойные диэлектрические структуры, которые находят широкое применение в телекоммуникационных системах.

**Цель бакалаврской работы** – произвести моделирование распространения электромагнитных волн в одномерных слоистых структурах.

Поставленная цель определила **следующие задачи:**

1. изучить метод FDTD, решающий систему уравнений Максвелла, записанную в дифференциальной форме, посредством конечно-разностной аппроксимации;
2. применить метод FDTD для расчета распространения волн в одномерных слоистых структурах, используя свободно распространяемое программное обеспечение;
3. получить в процессе расчета картины распространения электромагнитных полей в волноведущей системе с диэлектрическими вставками.

**Методологические основы** моделирования электромагнитных сигналов методом конечных разностей во временной области представлены в работах Г. С. Ландсберга [1, 2], Н. А. Семенова [3], С. В. Баскакова [6],

Л. Д. Гольдштейна, Н. В. Зернова [7], А. А. Самарского [10], К. S. Yee [13], А. Taflove [14], А. Зеленина [16], О. Д. Аксенчика, Е. Г. Стародубцева [19].

### **Теоретическая и практическая значимость бакалаврской работы.**

Теоретический материал, описанный в работе, способствует пониманию основам теории электромагнетизма и метода конечных разностей во временной области.

Практический материал, описанный в работе, позволяет проследить картины распространения электромагнитных волн в одномерных слоистых структурах в свободно-распространяемом программном продукте FDTDpro.

В ходе выполнения бакалаврской работы были решены все поставленные задачи, что позволило достигнуть заявленной цели – произвести моделирование распространения электромагнитных волн в одномерных слоистых структурах, а именно для диэлектрической пластины с антиотражающими покрытиями и многослойного полосно-заграждающего фильтра.

**Структура и объём работы.** Бакалаврская работа состоит из введения, 3 разделов, заключения, списка использованных источников и 1 приложения. Общий объём работы – 46 страниц, из них 35 страниц – основное содержание, включая 29 рисунков, список использованных источников информации – 20 наименований.

## **КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

**Первый раздел «Основные положения теории электромагнетизма»** посвящен основным положениям теории электромагнетизма. Раздел содержит несколько подразделов.

*Подраздел «Электромагнитное поле»* включает в себя основные понятия электромагнитного поля. Электромагнитное поле представляет собой единство двух своих составляющих – электрического и магнитного полей. Считают, что поле определено, если в каждой точке пространства известны величины и направления четырех векторов:  $\vec{E}$  – напряженности

электрического поля,  $\vec{D}$  – электрической индукции,  $\vec{B}$  – магнитной индукции,  $\vec{H}$  – напряженности магнитного поля [1-3]. Основным математическим аппаратом при расчете электромагнитного поля является векторный анализ, который включает в себя понятия *скаляр*, *вектор* и *тензор*. Для записи основных векторных операций будем применять оператор набла  $\nabla$ . Скалярное перемножение оператора набла и вектора дает **дивергенцию** этого вектора:  $\nabla \cdot \vec{K} = \text{div} \vec{K}$ , а векторное произведение оператора набла  $\nabla$  и вектора  $\vec{K}$  образует **ротор** вектора:  $\nabla \times \vec{K} = \text{rot} \vec{K}$  [4].

В подразделе «Уравнения Максвелла» рассматриваются уравнения Максвелла, которые составляют основу классической электродинамики и позволяют проводить расчет и проектирование электродинамических систем:

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J}$$

$$\nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

В макроскопической электродинамике заряд считают точечным тогда, когда размеры тела, на котором он находится, малы по сравнению с расстоянием, на котором исследуется его поле. В противном случае заряд считают непрерывно распределенным в некоторой области пространства, и вводят **объемную плотность электрического заряда**  $\rho$ .

Связь между объемной плотностью электрического заряда и вектором электрического смещения устанавливается **обобщенной теоремой Гаусса**, выраженной в дифференциальной форме уравнением:

$$\nabla \cdot \vec{D} = \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = \rho$$

**Закон неразрывности магнитных силовых линий** выражается уравнением:

$$\nabla \cdot \vec{B} = \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0$$

**Закон полного тока** или **закон Ампера** в дифференциальной форме для установления связи между токами и магнитным полем в каждой точке поля выражается уравнением:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{i} \left( \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) + \vec{j} \left( \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) + \vec{k} \left( \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{j}$$

**Закон электромагнитной индукции** или **закон Фарадея** выражается уравнением:

$$\nabla \times \vec{E} = \vec{i} \left( \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) + \vec{j} \left( \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) + \vec{k} \left( \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

В подразделе «Материальные уравнения электромагнитного поля» рассматриваются материальные уравнения - соотношения, связывающие напряженности полей, индукции и плотность тока в среде [8]:

$$\vec{D}(t) = [\varepsilon(t)] * \vec{E}(t)$$

$$\vec{B}(t) = [\mu(t)] * \vec{H}(t)$$

В работе используются линейные, изотропные и недисперсионные материалы, для которых тензор превращается в скаляр:

$$\vec{D}(t) = \varepsilon \vec{E}(t), \vec{B}(t) = \mu \vec{H}(t).$$

Так же в этом подразделе рассматриваются диэлектрическая и магнитная проницаемости и некоторые необходимые величины.

**Второй раздел «Метод конечных разностей во временной области»** посвящен численному методу решения системы уравнений Максвелла. В большинстве случаев точное решение задачи в виде формулы, выражающей электрическое и магнитное поле через известные функции координат и времени (или в виде сходящихся рядов по этим функциям) найти не удастся и приходится ее решать численными (приближенными) методами [9]. Для численного решения задачи необходимо перейти от непрерывных функций к дискретным и от функциональных уравнений к системе алгебраических

уравнений, приближающейся к исходным уравнениям [10]. Раздел содержит несколько подразделов.

В подразделе «Аппроксимация уравнений Максвелла конечными разностями» рассматриваются уравнения, полученные подстановкой материальных уравнений в изотропной, недисперсионной, линейной среде в уравнения Максвелла, записанные в дифференциальной форме, в отсутствие токов и свободных зарядов:

$$\begin{aligned}\nabla \times \vec{H} &= \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{E} &= -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t},\end{aligned}$$

их конечно-разностная аппроксимация и получение значений составляющих поля в следующий момент времени по известным значениям в предыдущие моменты:

$$\begin{aligned}\vec{H}\Big|_{t+\frac{\Delta t}{2}} &= \vec{H}\Big|_{t-\frac{\Delta t}{2}} - \frac{\Delta t}{\mu} (\nabla \times \vec{E}\Big|_t) \\ \vec{E}\Big|_{t+\Delta t} &= \vec{E}\Big|_t + \frac{\Delta t}{\varepsilon} (\nabla \times \vec{H}\Big|_{t+\frac{\Delta t}{2}}).\end{aligned}$$

В подразделе «Дискретизация уравнений Максвелла в декартовых координатах» рассматривается дискретизация уравнений Максвелла в декартовых координатах, в результате которой получается две независимых аналогичных подсистемы. Взята одна из них, например,  $E_y/H_x$ , для которой выражены значения составляющих поля в следующий момент времени:

$$\begin{aligned}\tilde{H}_x^k\Big|_{t+\frac{\Delta t}{2}} &= \tilde{H}_x^k\Big|_{t-\frac{\Delta t}{2}} + \frac{c_0 \Delta t}{\mu_{xx}^k} \left( \frac{E_y^{k+1}\Big|_t - E_y^k\Big|_t}{\Delta z} \right), \\ E_y^k\Big|_{t+\Delta t} &= E_y^k\Big|_t + \frac{c_0 \Delta t}{\varepsilon_{yy}^k} \left( \frac{\tilde{H}_x^k\Big|_{t+\frac{\Delta t}{2}} - \tilde{H}_x^{k-1}\Big|_{t+\frac{\Delta t}{2}}}{\Delta z} \right).\end{aligned}$$

Таким образом, получена явная разностная схема второго порядка точности по шагу временной  $\Delta t$  и пространственной  $\Delta z$  дискретизации.

Также рассмотрен критерий устойчивости Куранта-Фридрихса-Леви [12], который связывает шаги по пространственным координатам и по времени.

*Подраздел «Реализация одномерного FDTD-метода в MATLAB»* включает в себя общую информацию реализации одномерного FDTD-метода в MATLAB [12-15], а также блок-схему FDTD метода для вычислительной схемы  $E_y/H_x$ , поглощающих граничных условий, источника излучения с применением обработки данных на основе преобразования Фурье и графических функций для визуализации получаемых результатов.

**Третий раздел «Распространение электромагнитных волн в FDTDpro»** посвящен программному продукту FDTDpro и работе с ним для получения картин распространения электромагнитных сигналов.

В *подразделе «Программа FDTDpro и примеры»* описывается распространение импульсов в диполе Герца и в полосковой линии в режиме холостого хода и короткого замыкания.

В *подразделе «Распространение электромагнитной волны через диэлектрическую пластину с антиотражающими покрытиями»* с использованием FDTDpro была смоделирована волноведущая система с диэлектрическими вставками и получены картины распространения электромагнитных волн, на которых можно наблюдать, что прошедший сигнал в присутствии антиотражающих слоев имеет амплитуду почти на 3 порядка больше, чем без антиотражающих слоев. В результате были сделаны выводы, что при отсутствии антиотражающих слоев большая часть электромагнитной волны отражается от объекта, но благодаря антиотражающим слоям ситуация изменяется в обратную сторону: большая часть электромагнитной волны проходит через объект, а лишь некоторая часть отражается от него, таким образом, антиотражающие слои выполняют свою функцию.

В *подразделе «Распространение электромагнитной волны через полосно-заграждающий фильтр»* с использованием FDTDpro была

смоделирована волноведущая система с объектом, обладающим многослойной диэлектрической структурой [20], и получены картины распространения электромагнитных волн, на которых можно наблюдать, что для определенной длины волны амплитуда отраженного сигнала больше амплитуды прошедшего, что соответствует полосно-заграждающему фильтру.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В работе рассмотрен метод конечных разностей во временной области (FDTD) численного решения системы уравнений Максвелла при распространении волны в одномерном случае. Написана программа на языке MATLAB, в которой моделируется распространение электромагнитных волн с помощью метода FDTD, метода идеально согласованных слоев (PML) для реализации граничных условий и метода общего и рассеянного полей (TF-SF) для возбуждения источника поля.

Освоено моделирование электромагнитных систем с помощью свободно-распространяемого программного продукта FDTDpro, решающего уравнения Максвелла методом FDTD.

С использованием пакета FDTDpro исследовано прохождение электромагнитных волн через одномерные слоистые структуры при различных параметрах диэлектрических слоев, а именно для диэлектрической пластины с антиотражающими покрытиями и многослойного полосно-заграждающего фильтра.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Ландсберг Г. С. Элементарный учебник физики. Том 2: Электричество и магнетизм. – М.: «Наука», 1971. – 528 с.
2. Ландсберг Г. С. Элементарный учебник физики. Том 3: Колебания, волны. Оптика. Строение атома. – М.: «Наука», 1973. – 640 с.
3. Семенов Н. А. Техническая электродинамика. Учебное пособие для вузов – М.: «Связь», 1973. – 480 с.
4. Татур Т. А. Основы теории электромагнитного поля: Справочн. пособие для электротехн. спец. вузов. – М.: Высш. шк., – 1989. – 271 с.
5. Григорьев А. Д. Методы вычислительной электродинамики – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. – 430 с.
6. Баскаков С. В. Электродинамика и распространение радиоволн: Учеб. пособие для вузов по спец. «Радиотехника». – М.: Высш. шк., 1992. – 416 с.
7. Гольдштейн Л. Д., Зернов Н. В. Электромагнитные поля и волны – М.: Сов. Радио, 1971. – 664 с.
8. Джексон Дж. Классическая электродинамика. Перевод с английского Г. В. Воскресенского и Л. С. Соловьева. Под редакцией Э. Л. Бурштейна. – М.: Мир, 1965. – 703 с.
9. Future data testing department [Электронный ресурс]. URL: <http://www.fdt.org/> (дата обращения 22.05.2017).
10. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. – М.: Наука, 1971. – 553 с.
11. Википедия. Метод конечных разностей во временной области. [Электронный ресурс]. URL: [https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Метод конечных разностей во временной области&stable=1](https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Метод_конечных_разностей_во_временной_области&stable=1) (дата обращения 17.05.2017).
12. Gedney S. D. Introduction to the Finite-difference Time-domain Method for Electromagnetics [Электронный ресурс]. URL: <http://ftp.yazd.ac.ir/FTP/E-Book/Electronic/Communication/field/2011--->

Introduction%20to%20the%20Finite-DifferenceTime-

Domain(FDTD)%20Method%20for%20Electromagnetics.pdf

(дата

обращения: 20.05.2017).

13. Yee K. S. Numerical solution of the initial boundary problems involving Maxwell's equations in isotropic media // IEEE Trans. Antennas Propagat. – 1966. – Vol. 14, no. 3. – Pp. 302-307.
14. Taflove A., Hagness S. C. Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method. – 3 edition. N.-Y.: ARTECH HOUSE INC, 2005. – 1038 pp.
15. Потемкин В. Г. Система MATLAB. Справочное пособие. – М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 1997. – 350 с.
16. Зеленин А. Решение уравнений Максвелла методом FDTD [Электронный ресурс]. URL: <http://zfdtd.narod.ru/index.htm> (дата обращения: 20.05.2017).
17. Gedney S. D. An anisotropic perfectly matched layer absorbing media for the truncation of FDTD lattices // IEEE Trans. Antennas and Propagation. – 1996. – Vol. 44, no. 12. – Pp. 1630-1639.
18. Taflove A., Brodwin M. E. Numerical solution of steady-state electromagnetic scattering problems using the time-dependent Maxwell's equations // IEEE Trans. Microwave Theory Techn. – 1975. – Vol. 23, no. 8. – Pp. 623-630.
19. Аксенчик О. Д., Стародубцев Е. Г. Применение метода рассеянного поля для FDTD-моделирования электромагнитных полей вблизи диэлектрических и металлических наночастиц [Электронный ресурс]. URL: <http://www.computeroptics.smr.ru/КО/PDF/КО37-3/370306.pdf> (дата обращения: 23.05.2017).
20. Дадашзадех Н., Романов О. Г. Отражение оптических импульсов от многослойных диэлектрических структур и микрорезонаторов: численное решение уравнений Максвелла. [Электронный ресурс]. URL: <http://elib.bsu.by/handle/123456789/113644> (дата обращения 22.05.2017).