Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математического обеспечения

вычислительных комплексов и информационных систем

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ КОМБИНИРОВАННЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАЮЩИМИ ЗВЕНЬЯМИ

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студента 4 курса 441группы
специальности 02.03.03 — Математическое обеспечение и
администрирование информационных систем
факультета КНиИТ
Рябова Андрея Андреевича

Научный руководитель , д. ф.-м. н. ___________ Д. К. Андрейченко

Заведующий кафедрой МОВКИС, д. ф.-м. н. ___________ Д. К. Андрейченко

Саратов 2017 год

ВВЕДЕНИЕ

Комбинированные динамические системы (КДС) представляют собой математические модели ряда современных технических систем в форме связанных посредством граничных условий и условий связи систем обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных при соответствующих начальных условиях. Управляемые КДС зависят от параметров обратных связей. Учет характерного времени запаздывания, например, в ракетных двигателях приводит к тому, что модельные уравнения движения КДС содержат обыкновенные дифференциальные уравнения с запаздывающими аргументами. Это не приводит к каким-либо затруднениям при исследовании устойчивости и параметрическом синтезе управляемых КДС, и с теоретической точки зрения не должно препятствовать возможности распараллеливания параметрического синтеза. С другой стороны, дискретизация по независимым пространственным переменным модельных уравнений движения КДС в данном случае приводит к «жёстким» системам обыкновенных дифференциальных уравнений достаточно большой размерности. Наряду с достаточно большим количеством программных свободно распространяемых реализаций «жёстко устойчивых» методов численного интегрирования следует отметить крайне ограниченное число их (свободно распространяемых и коммерческих) аналогов для обыкновенных дифференциальных уравнений с запаздывающими аргументами. В частности, стандартные функции для численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом имеются в широко распространённом пакете MATLAB. Вместе с тем, по соображениям производительности в подобных случаях требуется интеграция пакета MATLAB с программным обеспечением, разработанным на основе языка C++.

В ранних работах уже был выполнен параметрический синтез газореактивной системы стабилизации спутника с учётом упругих деформаций в его конструкции. Вместе с тем, не была исследована возможность распараллеливания параметрического синтеза. Также не рассматривалась задача о влиянии типовых нелинейностей на переходные процессы в газореактивной системе стабилизации.

Целью данной работы является исследование возможности и эффективности распараллеливания на основе создания и управления наборами задач применительно к задачам параметрического синтеза газореактивных систем стабилизации спутников с выносными двигателями на упруго деформируемых элементах стержнях, а также исследование возможности стабилизации исходной системы с относительно малой нелинейностью на основе параметрического синтеза по линеаризованной модели.

Данная выпускная квалификационная работа состоит из трёх глав:

1) Методы теории комбинированных динамических систем

2) Параллельный алгоритм параметрического синтеза управляемых комбинированных динамических систем

3) Моделирование выходных вектор-функций в нелинейных КДС с запаздывающими звеньями

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Методы теории комбинированных динамических систем. В данной работе будут рассматриваются КДС с сосредоточенными входными и выходными вектор-функциями. Схема такой системы представлена на рисунке 1. Описать её можно следующими уравнениями:

$$\dot{y} = f(x, y, h);$$
$$\dot{u} = F(u, x, y, \dot{y}),\ r \in \Omega;$$
$$G(u, y)|_{S} = 0;$$
$$h = \int_S H(u) dS;$$
$$y(0) = y0, u(r, 0) = u0(r).$$

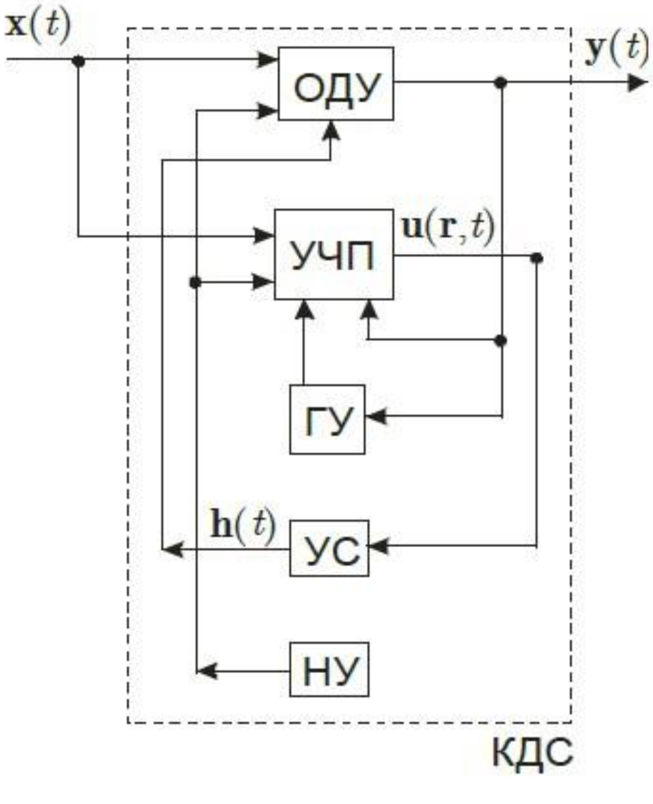

Рисунок 1 – Структурная схема КДС

Преобразования позволяют свести динамическую модель КДС к матрице передаточных функций $\Phi(\lambda) = [\Phi_{kj}(\lambda)], k = 1,2, \dots, N_y, j = 1,2, \dots, N_x$, причём

$$\tilde{y}(\lambda) = \Phi(\lambda)\,\tilde{x}(\lambda),$$

$$\Phi(\lambda) = \left[\Phi_{kj}(\lambda)\right] = \left[Q_{kj}(\lambda)/D(\lambda)\right] = [\lambda\mathrm{E} - \mathrm{C} - \mathrm{AC}(\lambda)]^{-1}[\mathrm{B} + \mathrm{AB}(\lambda)]$$

$$k = 1,2,\dots,N_y, j = 1,2,\dots,N_x,$$

где

$$D(\lambda) = \det(\lambda\mathrm{E} - \mathrm{C} - \mathrm{AC}(\lambda)),$$

$$A = \frac{\partial f(x_0,y_0,h_0)}{\partial \mathrm{h}},$$

$$B = \frac{\partial f(x_0,y_0,h_0)}{\partial \mathrm{x}},$$

$$C = \frac{\partial f(x_0,y_0,h_0)}{\partial \mathrm{y}}.$$

В некоторых случаях требуется учитывать конечное время запаздывания в системе управления. При создании управляющих сил и моментов газореактивными двигателями требуется учитывать некоторое время τ, которое тратится на запуск реактивного двигателя. В модельных уравнениях данных физических систем содержатся обыкновенные дифференциальные уравнения с запаздывающими аргументами. В стационарной системе характерное время запаздывания τ может зависеть от величин x и y, однако прямой зависимости от времени t нет.

В системе с запаздывающими аргументами матрица передаточных функций принимает вид

$$\Phi(\lambda) = \left[\Phi_{kj}(\lambda)\right] = \left[Q_{kj}(\lambda)/D(\lambda)\right] = \frac{\mathrm{B}+\mathrm{AB}(\lambda)}{\lambda\mathrm{E}-\mathrm{C}-C_\tau e^{-\tau_0\lambda}-\mathrm{AC}(\lambda)}, k = 1,2,\dots,N_y, j = 1,2,\dots,N_x,$$

где

$$D(\lambda) = \det(\lambda\mathrm{E} - \mathrm{C} - C_\tau e^{-\tau_0\lambda} - \mathrm{AC}(\lambda)).$$

Существует зависимость модельных уравнений управляемых КДС от так называемых параметров обратных связей $p = (p_1, p_2, \dots, p_{N_p})^T \in R^{N_p}$. Они в свою очередь принадлежат так называемому пространству обратных связей. В данном случае динамическая модель линейной или же линеаризированной КДС определяется матрицей передаточных функций

$$\Phi(\lambda, p) = \left[\Phi_{kj}(\lambda, p)\right] = \left[Q_{kj}(\lambda, p)/D(\lambda, p)\right].$$

Областью устойчивости является такое открытое множество в пространстве параметров обратных связей $\Omega_{st} \in R^{N_p}$, при котором КДС устойчива если $p \in \Omega_{st}$ и неустойчива если $p \notin \widetilde{\Omega_{st}}$. Следовательно, границей области устойчивости является $N-1$ – мерное многообразие $\partial\widetilde{\Omega_{st}}$, находящееся в пространстве параметров обратных связей.

Под параметрическим синтезом понимается нахождение таких значений параметров обратных связей $\mathrm{p} = (\mathrm{p}_1, \mathrm{p}_2, \ldots, p_{N_p})T \in \mathbb{R}^{N_p}$, при которых переходные процессы затухают как можно быстрее. Для выполнения параметрического синтеза не обязательно знать о конфигурации области устойчивости Ω_{st}. Единственным требованием является принадлежность параметров обратных связей области устоячивости.

Ставится задача о движении спутника, модель которого изображена на рисунке 2.

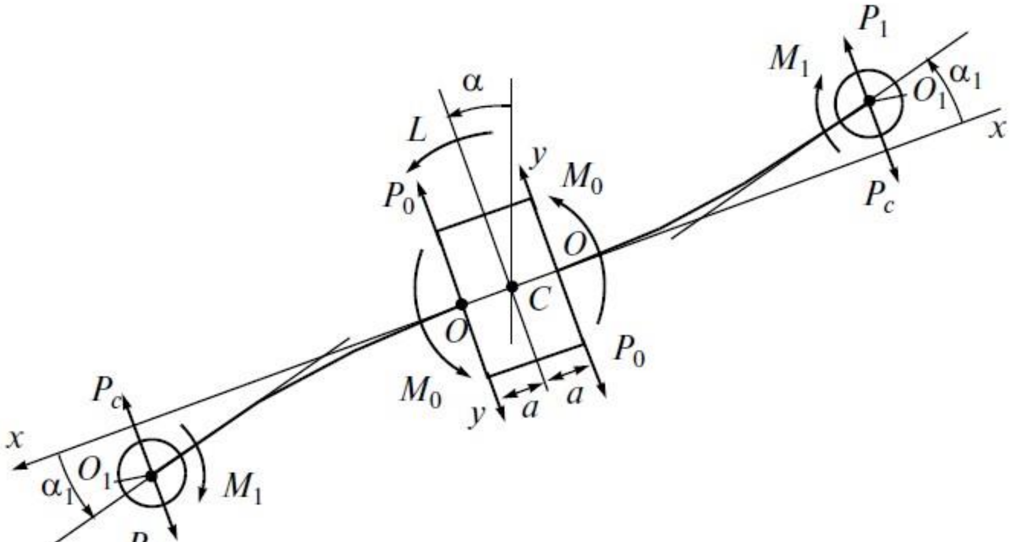

Рисунок 2

Система, описывающая его движение, устойчива, если

$$\underset{0 \le \omega < \infty}{\Delta} argD(i\omega) = 7\pi/2.$$

Параллельный алгоритм параметрического синтеза управляемых комбинированных динамических систем. Распараллеливание параметрического синтеза происходит во время минимизации выражения

$$F(p) = \begin{cases} [C_0 + \|R_A(\omega,p)\|^{-2}] \int_0^{\infty} f(\omega,p)d\omega, p \in \Omega_{st} \\ \infty, p \notin \Omega_{st} \end{cases}$$

Где

$$f(\omega,p) = \begin{matrix} \|R_A(\omega,p) - R_A(0,p)R_A^*(\omega)\|^2 + \\ +c_1\left\|R_A'(\omega,p) - R_A(0,p){R_A^*}'(\omega)\right\|^2 + \cdot \\ +c_2\|R_A''(\omega,p) - R_A(0,p)R_A^{*\prime\prime}(\omega)\|^2 \end{matrix}$$

В данном случае распараллеливание возможно в трёх вариантах:

1) вычисление подынтегрального выражения $f(\omega,p)$ при фиксированном значении ω требует решения некоторой вспомогательной линейной краевой задачи, которую возможно распараллелить

2) возможно распараллелить операцию численного интегрирования

3) вычисления при минимизации целевой функции $F(p)$ могут быть распараллелены.

В первом случае распараллеливание принесёт ощутимый выигрыш в скорости только для достаточно сложных математических моделей элементов КДС с распределенными по пространству параметрами. В третьем заметный результат будет лишь при большом числе параметров. Подынтегральное выражение же может быть разбито на любое число слагаемых, которые можно вычислять независимо друг от друга. Следовательно, можно распределить их вычисление по процессорам.

Для распараллеливания задачи используется механизм OpenMP. Написание параллельной программы состоит из трёх этапов:

1. Разбиение задачи на подзадачи. В идеальной ситуации они работают независимо друг от друга. Необходимость обмена данными между подзадачами является трудоёмкой операцией и требует синхронизации потоков.

2. Написание программы с использованием той или иной библиотеки. Выбор библиотеки зависит от платформы выполнения, требований к производительности, структуры задачи.

3. Распределение задач по процессорам. В некоторых случаях возможно оставить это на усмотрение среды, в которой выполняется параллельная программа.

Программирование с использованием OpenMP происходит путём вставки директив компилятора в места, предназначенные для выполнения в параллельном режиме. Эти директивы интерпретируются компилятором, который вставляет в соответствующие места вызовы библиотечных функций для распараллеливания кода.

Распараллеливание данной задачи приводит к ускорению параметрического синтеза примерно в 3,5 раза.

Моделирование выходных вектор-функций в нелинейных КДС с запаздывающими звеньями. Для вычисления нелинейной версии задачи используется пакет MATLAB. Это инструмент, предназначенный для решения разнообразных вычислительных задач, располагающий большим набором современных численных методов. В комплект системы MATLAB входят библиотеки для высокопроизводительных вычислений, такие как BLAS или UMFPACK. Для ускорения работы в MATLAB используется система прекомпиляции. При первом вызове функции интерпретатор транслирует её в целевой код, а при повторном вызове трансляции не происходит.

зачастую приходится совмещать часть программы, написанную на внутреннем языке MATLAB, с реализацией стандартными средствами C/C++. Это может происходить по соображениям производительности, либо же при использовании уже существующих программных продуктов. Типичный пример такого использования — моделирование выходных функций нелинейной КДС с учётом времени запаздывания.

Для совмещения возможны два варианта:

1) Использование интерпретатором MATLAB бинарных модулей, находящихся в разделяемых библиотеках, написанных на C/C++. Подключение таких библиотек происходит на основе стандарта MATLAB External API Interfaces, или же MEX-интерфейсов.

2) Для подключения оттранслированных интерпретатором функций MATLAB к разработанным на C/C++ программным продуктам используется компонент MATLAB Compiler.

В данной работе требуется сочетание обоих подходов.

Подключение функции к интерпретатору MATLAB осуществляется путём реализации функции mexFunction, заданной в файле mex.h, и сборкой бинарного mex-файла.

Компиляция и сборка модуля в формате разделяемой библиотеки для подключения функций к проекту Visual C++ выполняется командой

```
mcc -W cpplib:DDE_Solv -T link:lib DDE_Solv.m
DDE_Eval.m
```

Эта команда может быть выполнена как в командной строке, так и в среде MATLAB. Стоит отметить, что MEX-файлы, используемые в функциях модуля, должны быть собраны на момент выполнения этой команды и размещены в одной папке с транслируемыми функциями MATLAB. Прототипы функций, вызываемых из созданной таким образом библиотеки, генерируются компилятором автоматически.

Из представленных результатов видно, что при умеренных значениях параметра нелинейности разница между ошибкой системы стабилизации, найденной в линейной и нелинейной моделях, является незначительной. Следовательно, найденные в линейной модели значения параметров обратных связей подходят для использования и в нелинейной.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из проведённых исследований можно сделать следующие выводы:

1) Из исследования параллельного алгоритма параметрического синтеза, связанного с созданием наборов задач и управлением ими, видно, что он значительно сокращает характерное время выполнения параметрического синтеза.

2) Программная реализация параллельного алгоритма параметрического синтеза на процессорах с общей памятью позволяет использовать OpenMP для контроля над набором задач.

3) Численное моделирование переходных процессов с запаздывающими звеньями в нелинейных КДС возможно реализовать при помощи стандартных функций MATLAB. Они используются для проведения численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений с запаздывающими аргументами. Их подключение к написанному на C++ проекту происходит при помощи пакета расширения MATLAB Compiler.

4) Системы с относительно слабой нелинейностью, использующие параметрический синтез по линеаризированной модели успешно стабилизуются.