

Министерство образования и науки Российской Федерации  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра нелинейной физики

**Оценка степени перемежающейся фазовой синхронизации по  
временным рядам: модельные и реальные нейрофизиологические  
системы**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки \_\_4\_\_ курса \_\_411\_\_ группы  
направления 03.03.01 «Прикладные математика и физика»

факультета нелинейных процессов

Колосковой Анастасии Дмитриевны

Научный руководитель  
доцент, к.ф.-м.н.

\_\_\_\_\_

О.И.Москаленко

Зав. кафедрой нелинейной физики  
профессор, д.ф.-м.н.

\_\_\_\_\_

Н.М.Рыскин

Саратов 2017 год

## ВВЕДЕНИЕ

Перемежающееся поведение наблюдается в системах различных областей и является универсальным феноменом. Например, перемежаемость характерна при переходе от периодических колебаний к хаотическим [1]. Также рассматриваемый предмет изучения тесным образом связан с широким классом явлений, называемых синхронизацией [2-5]. Перемежающееся поведение встречается вблизи границ различных типов хаотической синхронизации [6]. Особенно часто встречается перемежающаяся фазовая синхронизация [7,8]. Аналогичный тип поведения наблюдается в неавтономных периодических осцилляторах, находящихся под внешним шумовым воздействием, а также в реальных системах, например, в нейрофизиологических - при развитии эпилептической активности у человека и животных [9,10].

Существует множество методов для анализа перемежающегося поведения как в случае заданного оператора эволюции [11], так и без него [12,13]. Однако, каждый из них имеет свои недостатки, в первую очередь, высокую чувствительность к шумам и ошибкам, для преодоления которых предлагаются новые методы и алгоритмы.

Целью бакалаврской работы является разработка нового метода для оценки степени режима перемежающейся фазовой синхронизации на основе расчета условного нулевого показателя Ляпунова взаимодействующих систем по временному ряду и его применение для реальных нейрофизиологических данных.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- апробация метода на квадратичном отображении с гауссовским шумом и расчет показателя Ляпунова классическим методом и исследуемым (для оценки точности метода);
- установление взаимосвязи между параметром шума  $D$  и остальными управляющими параметрами системы;

- применение модифицированного метода для исследования перемежающегося поведения в реальных системах: к сигналам электроэнцефалограмм (ЭЭГ) человека, страдающего эпилепсией; а также к ЭЭГ крыс линии WAG/Rij в случае влияния лекарственного препарата клонидин (способствует усилению эпилептических приступов в течение первых 6-12 часов, но не оказывает влияния на продолжительность пик-волновых разрядов) и без него;
- оценка степени перемежающегося поведения различных типов динамики головного мозга крысы и человека между собой.

Структура бакалаврской работы следующая. Глава 1 содержит теоретические данные по фазовой и перемежающейся фазовой хаотической синхронизации. Глава 2 представляет собой краткий обзор методов оценки степени синхронизации, основанных на расчете показателей Ляпунова в случае известного оператора эволюции (раздел 2.1) и по временному ряду (раздел 2.2). Глава 3 посвящена описанию разработанного метода и его применению к модельной системе (для проверки его эффективной работы). Глава 4 описывает модификацию метода и представляет результаты его применения к электроэнцефалограммам крыс линии WAG/Rij (раздел 4.1) и данным электроэнцефалограмм человека, страдающего эпилепсией (раздел 4.2). Экспериментальные данные были получены специалистами-нейрофизиологами в Радбаут университете Наймегена (Нидерланды) в лаборатории профессора Ж. ван Люжетаалар и в Институте высшей нервной деятельности и нейрофизиологии РАН под руководством д.б.н. Е.Ю.Ситниковой. В Заключение сформулированы основные результаты и выводы.

## КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении описывается актуальность работы, отмечается широкое распространение явления перемежаемости в системах различной природы. Происходит постановка основных задач, решение которых является целью данной работы.

Глава 1 посвящена теоретическим основам по фазовой и перемежающейся фазовой синхронизации, необходимым для реализации метода.

В начале главы 2 объясняется причина выбора в качестве критерия оценки именно показателя Ляпунова. Обосновывается необходимость в разработке нового метода для анализа перемежающегося поведения из-за недостатков существующих методов.

Далее следует обзор существующих методов расчета данной величины: в разделе 2.1 по заданному оператору эволюции (алгоритм Бенетина и ортогонализация Грамма-Шмидта), а в разделе 2.2 по единственной доступной характеристике – временной реализации системы (алгоритмы Вольфа, Экмана и Розенштейна).

В главе 3 излагается метод, основанный на апробации квадратичного отображения с управляющими параметрами  $\Omega, \varepsilon$  и гауссовским шумом  $\xi_n$  [14]:

$$x_{n+1} = x_n + \Omega x_n^2 - \varepsilon + \xi_n, \quad (1)$$

где переменная  $x$  является аналогом разности фаз между системами. Расчетная формула для нулевого показателя Ляпунова:

$$\Lambda = \int_{x_1}^{x_2} \rho(x) \ln |1 + 2\Omega x| dx, \quad (2)$$

где  $\rho(x)$  – плотность вероятности, определяемая выражением

$$\rho(x) = A \exp \left[ -\frac{2}{D} \left( \varepsilon x - \frac{\Omega x^3}{3} \right) \right], \quad (3)$$

$A$  – коэффициент нормировки,  $D$  – интенсивность шумового воздействия.

Алгоритм вычисления нулевого показателя Ляпунова сводится к аппроксимации численно полученного распределения разности фаз взаимодействующих систем аналитической закономерностью (3), поиску параметров аппроксимации  $\Omega, D, \varepsilon$  и  $A_i$  и вычислению показателя Ляпунова по формуле (2).

Получены результаты для квадратичного отображения. Показатель Ляпунова  $\Lambda = -0.0572$  для системы (1) с хорошей степенью точностью совпадает с показателем, рассчитанным по стандартной формуле для одномерных отображений. Полученное распределение плотности вероятности разности фаз и его аппроксимация закономерностью (3) приведены на рисунке 1.

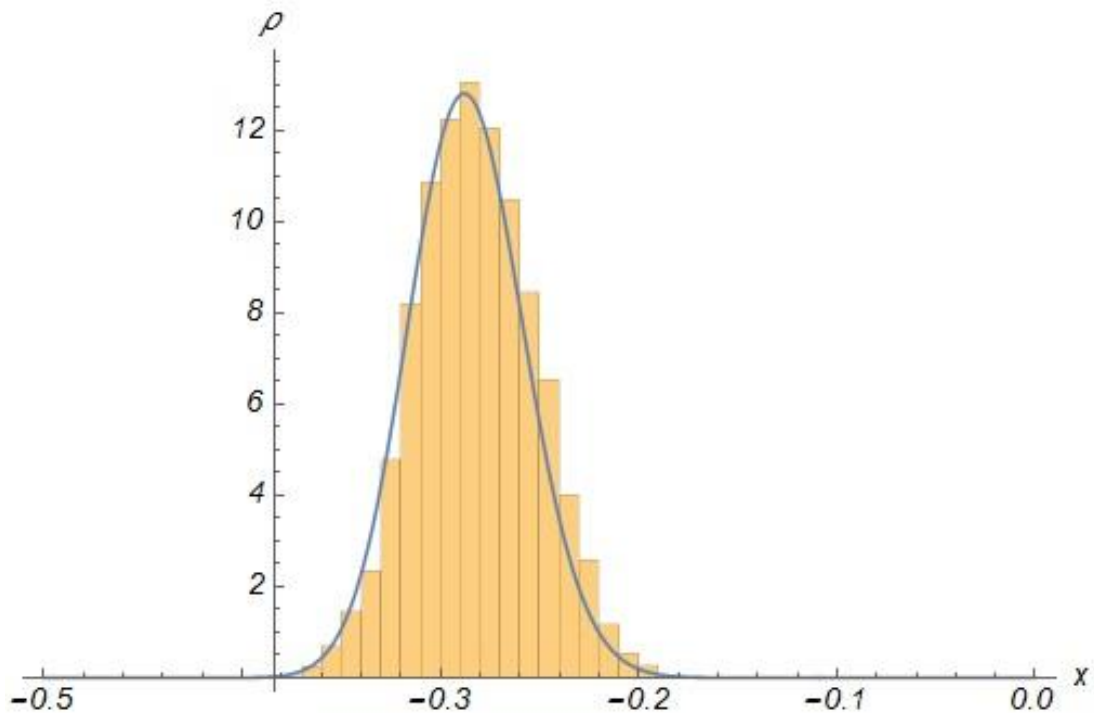


Рисунок 1– Распределение плотности вероятности  $\rho(x)$ , полученное для квадратичного отображения (гистограмма) и его аппроксимация закономерностью (3)

В главе 4 проводится модификация метода на случай реальных систем, где наблюдается перемежающееся поведение, описанное в главе 1. А именно устанавливается взаимосвязь между параметром  $D$  и остальными

управляющими параметрами системы с помощью сопоставления разложений в ряд Тейлора до второго порядка малости аналитических выражений (3) и

$$\rho_G(x) = A_G \exp[-2B(x - K)^2], \quad (4)$$

определяющего нормальное распределение плотности вероятности (где  $K$  и  $B$  – аналоги математического ожидания и дисперсии,  $A_G$  – нормировочный множитель), в следующем виде:

$$D = \frac{\sqrt{\varepsilon\Omega}}{B}. \quad (6)$$

В рамках настоящего исследования в пунктах 4.1 и 4.2 были изучены реальные экспериментальные данные нейрофизиологической природы - сигналы электроэнцефалограмм (ЭЭГ), снятые с различных областей головного мозга крысы линии WAG/Rij и человека, страдающего эпилепсией соответственно.

В разделе 4.1 рассматривается разность фаз двух каналов головного мозга крысы линии WAG/Rij в течение пик-волновых разрядов. Исследуется крыса в двух состояниях: под влиянием лекарственного препарата клонидин (способствует усилению эпилептических приступов в течение первых 6-12 часов, но не оказывает влияния на продолжительность пик-волновых разрядов) и без него. Обнаружено, что степень синхронизма пик-волновых разрядов более высокая у крыс под действием лекарства. Оба показателя оказались отрицательными, а их отношения оказалось равным  $\Lambda_1/\Lambda_2 = 0.64495$ . Получены графики зависимости нулевого показателя Ляпунова от номера пик-волнового разряда, представленные на рисунке 4. Из них следует, что искомая величина остается постоянной независимо от номера  $N$  до момента введения препарата клонидин. Однако, одно из его фармакологических действий заключается в увеличении продолжительности эпилептических приступов, а, следовательно, увеличивается длина пик-волновых разрядов (ламинарных участков). Таким образом показатель Ляпунова должен становиться более отрицательным и оставаться

постоянным в течение действия препарата, что и наблюдается на нижнем графике рисунка 4.

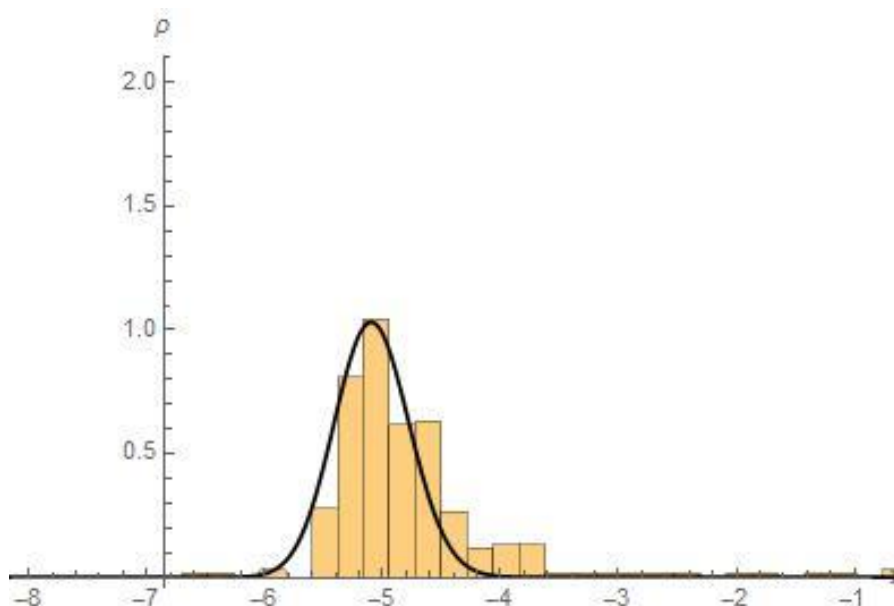


Рисунок 2- Распределение плотности вероятности  $\rho(x)$ , полученное для пиковых разрядов (гистограмма), и его аппроксимация закономерностью (3) без лекарств

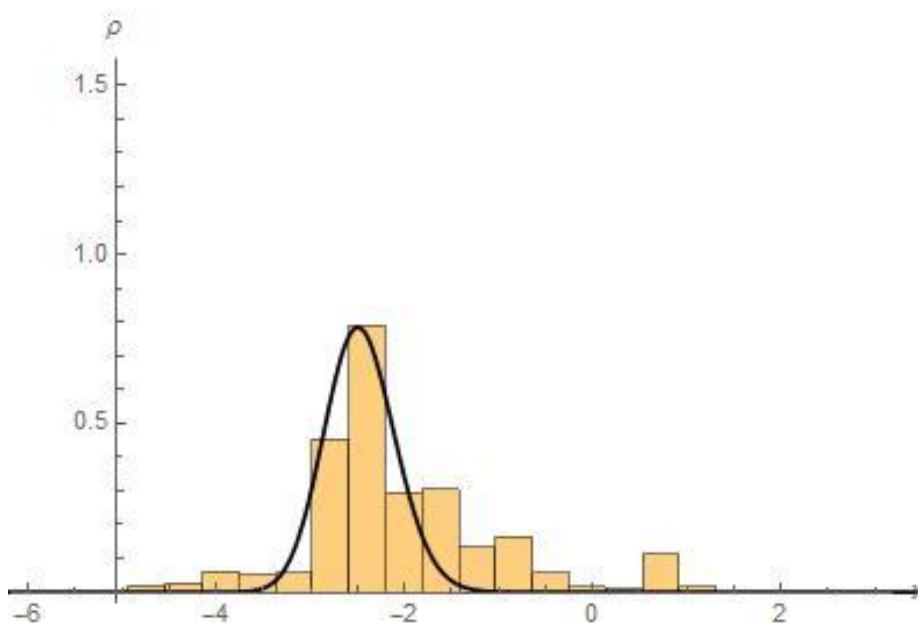


Рисунок 3- Распределение плотности вероятности  $\rho(x)$ , полученное для пиковых разрядов (гистограмма), и его аппроксимация закономерностью (3) под действием лекарства клонидин

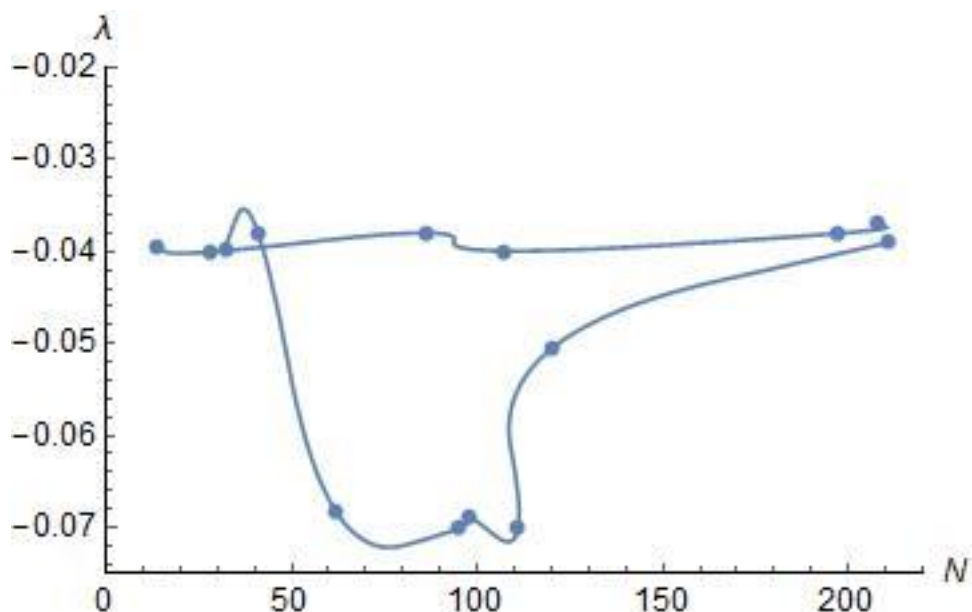


Рисунок 4 –Зависимости нулевого условного показателя Ляпунова от номера пик-волнового разряда на ЭЭГ крысы линии WAG/Rij в случае воздействия лекарственных препаратов и в их отсутствии

В разделе 4.2 метод применяется к сигналам электроэнцефалограмм (ЭЭГ) человека, страдающего эпилепсией. Отдельно анализируются участки ЭЭГ (пик-волновые разряды), соответствующие приступам эпилепсии, и синхронные участки фоновой активности головного мозга. Полученные распределения плотности вероятности разности фаз и их аппроксимация закономерностью (3) приведены на рисунках 5(пик-волновые разряды) и 6 (синхронные участки фоновой активности), соответственно. В первом случае были получены параметры аппроксимации  $B \approx 56.70$ ,  $D \approx 0.182$ ,  $\varepsilon \approx 0.468$ ,  $A \approx 1.917 \times 10^{-38}$ ,  $\Omega \approx 0.4$ , во втором случае  $-B \approx 2.30$ ,  $D \approx 0.182$ ,  $\varepsilon \approx 0.441$ ,  $A \approx 0.384$ ,  $\Omega \approx 0.4$ . Показатели Ляпунова в обоих случаях оказываются отрицательными, а их отношение друг к другу оказывается равным  $\Lambda_1/\Lambda_2 \approx 1.12$ , что говорит о более высокой степени синхронизма пик-волновых разрядов по сравнению с участками фоновой активности головного мозга человека [15].



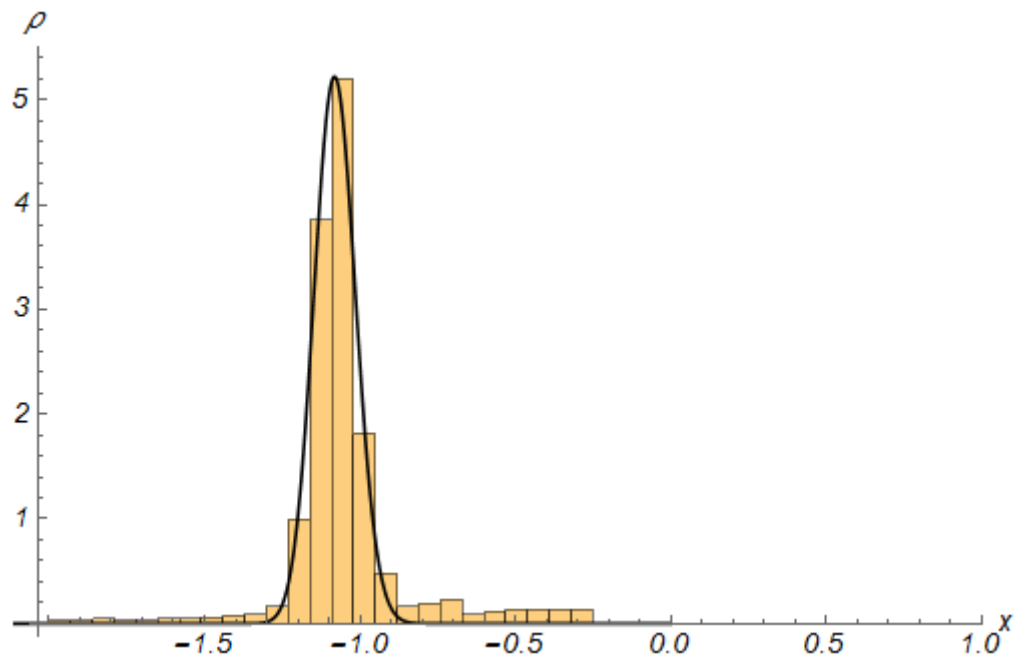


Рисунок 5- Распределение плотности вероятности  $\rho(x)$ , полученное для пиковых разрядов (гистограмма), и его аппроксимация закономерностью (3)

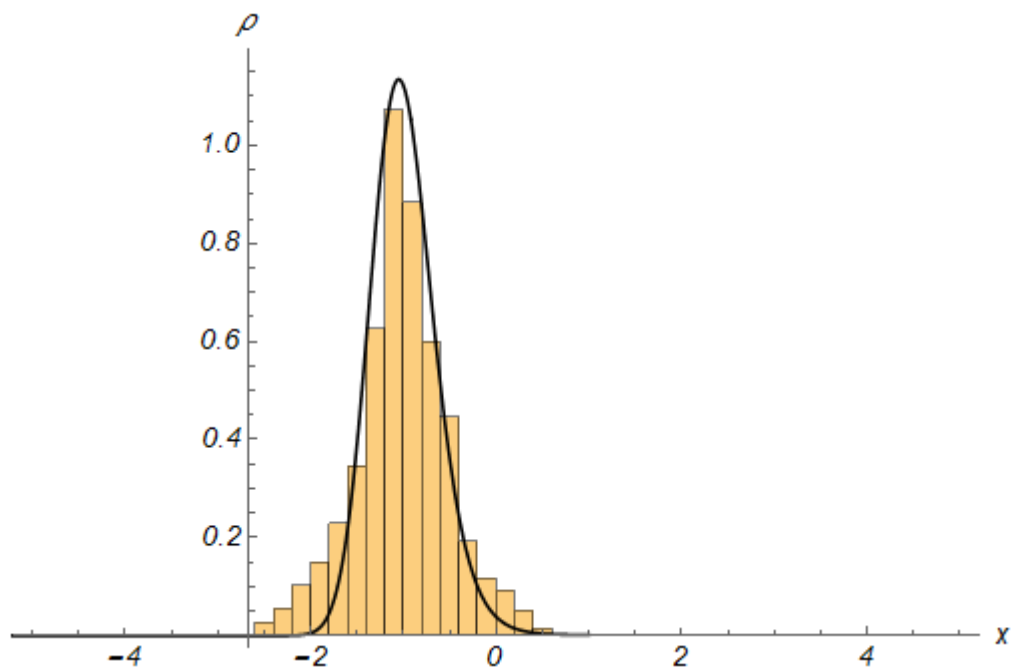


Рисунок 6- Распределение плотности вероятности  $\rho(x)$ , полученное по участкам фоновой активности головного мозга человека (гистограмма), и его аппроксимация закономерностью (3)

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в настоящей бакалаврской работе был представлен новейший метод и его модификация для оценки степени синхронности режимов фазовой синхронизации и перемежающейся фазовой синхронизации по временному ряду, основанный на вычислении условного нулевого показателя Ляпунова. Установлено, что представленный способ расчета показателя Ляпунова возможен в любой системе, где наблюдается перемежаемость на границе фазовой синхронизации (перемежаемость типа I в присутствии шума или типа «игольного ушка»).

Был также произведен краткий обзор существующих методов для расчета показателей Ляпунова по заданному оператору эволюции (алгоритм Бенетина и ортогонализация Грамма-Шмидта) и по временной реализации (метод Вольфа, Экмана и Розенштейна). Показано, что, несмотря на довольно точные результаты, получаемые с помощью данных способов, не всегда удается рассчитать именно нулевой показатель Ляпунова.

Предложенный метод был изучен на модельной системе (квадратичное отображение в присутствии шума). Численное значение показателя Ляпунова при расчете с помощью известного алгоритма и рассматриваемого метода совпало с хорошей степенью точности, что позволило применить этот метод для оценки степени синхронности в реальных системах.

В качестве исследуемых объектов были выбраны экспериментальные данные нейрофизиологической природы – сигналы электроэнцефалограмм (ЭЭГ), снятые с головного мозга крысы линии WAG/Rij и человека, страдающего эпилепсией. Выявлена степень перемежающейся фазовой синхронизации крысы линии WAG/Rij без лекарств и под действием препарата клонидин. Продемонстрированы законы изменения показателя Ляпунова в обоих рассматриваемых случаях. Обнаружено, что пик-волновые разряды лучше синхронизированы под действием лекарства. Проанализированы аналогичные результаты для ЭЭГ головного мозга

человека, страдающего эпилепсией. Установлено, что пик-волновые разряды обладают более высокой степенью синхронизма, чем участки фоновой активности.

Результаты выполнения данной работы подтверждают эффективность метода, который может оказать существенное влияние на дальнейшее развитие научного направления, связанного с разработкой методов анализа синхронного поведения взаимодействующих систем по временным рядам, и их применением к реальным системам радиофизической и физиологической природы. Внедрение новых методов исследования различных типов динамики головного мозга имеет важное фундаментальное и прикладное значение. В области нейрофизиологической медицины рассматриваемый метод может найти применение для диагностики различных заболеваний нервной системы.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Manneville P., Pomeau Y., Different ways to turbulence in dissipative dynamical systems, *Physica D* 1 (2) (1980).
2. Блехман И.И., Синхронизация динамических систем, М.:Наука,1971.
3. Блехман И.И., Синхронизация в природе и технике, М.:Наука, 1981.
4. Пиковский А.С., Розенблюм М.Г., Куртс Ю., Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление, М.:Техносфера,2003.
5. Анищенко В.С., Астахов В.В., Вадивасова Т.Е.и др., Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах, М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003.
6. Короновский А.А., Москаленко О.И., Пономаренко В.И., Прохоров М.Д., Храмов А.Е. Синхронизация хаоса: фундаментальные подходы и практические приложения. Саратов: Издательство Саратовского университета, 2015. 384 с.Глава 3.
7. Pikovsky A.S., Osipov G.V., Rosenblum M.G., Zaks M., Kurths J., Attractor-Repeller Collision and Eyelet Intermittency at the Transition to Phase Synchronization, *Phys. Rev. Lett.* 79 (1) (1997) 47-50.
8. Hramov A.E., Koronovskii A.A., Kurovskaya M.K., Zero Lyapunov exponent in the vicinity of the saddle-node bifurcation point in the presence of noise, *Phys. Rev. E.* 78 (2008) 036212
9. Bob P., Palus M., Susta M., Glaslova K., EEG phase synchronization in patients with paranoid schizophrenia, *Neuroscience Letters.* 447 (2008) 73-77
10. Hramov A.E., Koronovskii A.A., Midzyanovskaya I.S., Sitnikova E., Rijn C.M., On-off intermittency in time series of spontaneous paroxysmal activity in rats with genetic absence epilepsy, *Chaos.* 16 (2006) 043111
11. Benettin G., Galgani L., Giorgilli A., Strelcyn J.-M., Lyapunov characteristic exponents for smooth dynamical systems and for Hamiltonian systems: a method for computing all of them. Part 1: Theory. Part 2: Numerical application, *Meccanica.* 15 (1980) 9-30

12. Wolf A., Swift J., Swinney H. L., Vastano J. Determining Lyapunov exponents from a time series, *Physica D.* 16 (1985) 285
13. Москаленко О.И., Павлов А.С., Способ оценки нулевого условного показателя Ляпунова по временному ряду, *Письма в ЖТФ.* 40 (12) (2014) 66-72
14. Moskalenko O.I., Koronovskii A.A., Hramov A.E. Lyapunov exponent corresponding to enslaved phase dynamics: Estimation from time series // *Phys. Rev. E.* 2015. Vol. 92.P. 012913
15. Hramov A.E., Koronovskii A.A., Makarov V.A., Pavlov A.N., Sitnikova E.Yu. *Wavelets in Neuroscience / Springer Heidelberg New York Dordrecht London,* 2015