

Министерство образования и науки Российской Федерации  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГО-  
СУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

*Кафедра компьютерной физики и метаматериалов  
на базе Саратовского филиала Института  
радиотехники и электроники  
имени В.А. Котельникова РАН*

**Бездисперсионные импульсы Эйри  
при распространении в оптических волокнах**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ  
студента 4 курса, 431 группы  
направления 03.03.02 «Физика» физического факультета  
Барановского Владислава Алексеевича

Научный руководитель

доцент, к.ф.-м.н.

А.И. Конюхов

---

25.05.2017

Заведующий кафедрой

д. ф.-м. н., профессор

В.М. Аникин

---

25.05.2017

Саратов 2017

## **Введение**

**Актуальность проблемы.** Волновые пакеты Эйри впервые были введены в контексте квантовой механики. Такие пакеты являются решением уравнения Шредингера. Пакет Эйри сохраняет свою форму. Однако такие пакеты, как и бесселевы пучки, физически не реализуемы, поскольку их полная энергия является бесконечной. Усечение пучков Бесселя уже давно является стратегией использования так называемых недифрагирующих пучков, однако это решение до недавнего времени не применялось к пучкам Эйри. Экспериментально усечённые пучки Эйри можно создать, применив кубическую фазовую маску для гауссова пучка. Свойства пучков Эйри сохранять свою форму вызвали большой интерес, применимые к нескольким областям исследования и в настоящее время являются темой исследований для многих исследовательских групп. Пространственно-усеченные пучки Эйри были применены для создания изогнутых плазменных каналов, очистки частиц, маршрутизации плазменной энергии и способны восстанавливаться из пространственных омрачений благодаря их механизму перераспределения энергии, что делает их полезными для получения изображений в рассеивающих средах.

**Цель работы -** изучение поведения ограниченных импульсов Эйри при их распространении в оптических волокнах.

### **Задачи работы**

1. Изучить параболическое волновое уравнение.
2. Изучить оптические импульсы и пучки Эйри.
3. Изучить модель распространение импульсов в одномодовых волокнах.
4. Смоделировать влияние дисперсии на распространение ограниченных импульсов Эйри

5. Смоделировать взаимодействие импульсов в условиях керровской нелинейности.

6. Смоделировать преобразование импульсов Эйри в оптические солитоны.

**Структура и объём работы.** Выпускная квалификационная работа состоит из введения, трёх глав, результатов расчётов, заключения и списка используемой источников. Общий объём работы составляет 51 страницы, 22 рисунков.

### Краткое содержание работы

**Введение** обосновывает актуальность работы, обсуждается научная новизна и практическая значимость импульсов Эйри.

**В первой главе** описывается вывод параболического волнового уравнения и методы его решения.

Большинство нелинейных эффектов в волоконных световодах изучаются с использованием импульсов длительностью от 10 нс до 10 фс. Когда такие импульсы распространяются в световоде, на их форму и спектр влияют как дисперсионные, так и нелинейные эффекты. И в первом разделе выводится основное уравнение, описывающее распространение оптических импульсов в волоконных световодах, как в нелинейной среде с дисперсией.

Для коротких импульсов, с длительностью менее 1 пс, уравнение Шредингера может быть дополнено слагаемыми, описывающими поглощение, дисперсию третьего порядка, самоукручение, вынужденное комбинационное рассеяние:

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \alpha/2 A + i/2 \beta_{12} (\partial^2 A)/(\partial T^2) - 1/6 \beta_{13} (\partial^3 A)/(\partial T^3) = i\gamma[|A|^2 A + 2i/w_1 \partial/\partial T (|A|^2 A) - T_1 A] \quad (1)$$

Уравнение распространения (1) —нелинейное дифференциальное уравнение с частными производными, которое вообще говоря, нельзя решить аналитически, за исключением некоторых частных случаев, когда для реше-

ния применим метод обратной задачи рассеяния. Потому часто для изучения нелинейных эффектов в световодах необходимо численное моделирование. Для этой цели можно использовать множество численных методов, которые можно отнести к одному из двух классов: 1) разностные методы и 2) псевдоспектральные методы. Вообще говоря, псевдоспектральные методы на порядок или даже более быстрее при той же точности счета. Одним из наиболее широко используемых методов решения задачи распространения импульсов в нелинейной среде с дисперсией является Фурье-метод расщепления по физическим факторам. Относительно большая скорость счета этим методом по сравнению с большинством методов конечных разностей достигается благодаря использованию алгоритма быстрого Фурье-преобразования. Во втором разделе кратко описывается Фурье-метод с расщеплением по физическим факторам, а также его применение для задачи распространения импульсов в волоконном световоде.

**В второй главе** описываются пакеты Эйри, их классическая механика и их движение в изменяющемся во времени пространственно однородной форме.

Первоначально пакеты Эйри были рассмотрены в квантовой механике. Все выводы, полученные для пакетов Эйри, являются справедливыми как для лазерных пучков, так и для лазерных импульсов, поскольку все эти явления описываются одним и тем же уравнением Шредингера. Во второй главе рассматриваются свойства пакетов Эйри, используя запись уравнение Шредингера для квантовой механики. Волновой пакет для частицы с массой  $m$  изменяется в соответствии с уравнением Шредингера

$$\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} = i\hbar \frac{\partial A}{\partial t} \quad (2)$$

Дисперсия в уравнении Шредингера, описываемая слагаемым  $(\partial^2 A / \partial x^2)$ , предполагает, что по мере своего распространения в свободном пространстве все волновые пакеты должны менять свою форму. Однако существуют решения, для которых волновой пакет  $A(x, t)$ , плотность вероятности которого

$|A(x,t)|^2$  не только не меняет свою форму, но и продолжает ускоряться. Так же во главе рассмотрим такие пакеты в формулировке, принятой для квантовой механики.

Для световых импульсов, распространяющихся в оптическом волокне справедливо аналогичное уравнение:

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} A = i\gamma |A|^2 A \quad (3)$$

При  $t = 0$  этот волновой пакет выражается

$$A(x, 0) = Ai \left( B \frac{x}{\hbar^{2/3}} \right) \quad (4)$$

где  $B$  - произвольная постоянная (для удобства взята положительно) и  $Ai$  означает функцию Эйри.

Общее решение (2) выражается через

$$A(x, t) = Ai \left[ \frac{B}{\hbar^{2/3} \left( x - \frac{B^3 t^2}{4m^2} \right)} \right] e^{i \left( \frac{B^3 t}{2m\hbar} \right) \left[ x - \left( \frac{B^3 t^2}{6m^2} \right) \right]} \quad (5)$$

Это легко подтверждается прямой заменой и использованием функции Эйри в дифференциальном уравнении (2). Так же мы можем использовать решение (5) для плоских волн, используя интегральное выражение функции Эйри:

$$A(x, t) = \frac{\hbar^{2/3}}{2\pi B} \int_{-\infty}^{\infty} dk e^{i \left( kx - \frac{\hbar k^2 t}{2m} + \hbar^2 k^3 \frac{t^3}{3B} \right)}$$

Из уравнения (5) понятно, что и в самом деле распространяется без изменения формы и ускоряется со скоростью  $\frac{B^3 t^2}{2m^2}$ . Эти свойства пакета Эйри будут рассмотрены во главе. Оба свойства имеют классическое происхождение и иллюстрируют тот факт, что функции квантовой волны отвечают не отдельным классическим частицам, а семействам частиц. В пакете Эйри ускоряется не любая отдельная частица, а огибающая группы частиц. Классический анализ траекторий показывает, что свойство нераспространения пакета

та Эйри - уникально (в отличие от обычной плоской волны, для которой  $|A|^2$  независимо от  $x$ ).

Во втором разделе показано, что пакеты Эйри продолжают распространяться с сохранением своей формы, даже при воздействии внешней силы  $F(t)$ , как постоянной, так и периодической.

**В третьей главе** рассмотрено распространение пакетов (импульсов) Эйри в одномодовых оптических волокнах. В данном случае, классическое уравнение Шредингера (2) должно быть дополнено слагаемым, описывающим высокочастотную керровскую нелинейность. Также могут быть добавлены слагаемые, отвечающие за дисперсию высших порядков, поглощение, и т.д. (3), (1). Рассмотрены нелинейные эффекты, проявляющиеся при распространении импульсов в оптических волокнах. Во многих нелинейных системах стационарное волновое состояние оказывается неустойчивым: совместное действие нелинейных и дисперсионных эффектов приводит к его модуляции. Такое явление, называемое модуляционной неустойчивостью, которое исследовалось в самых разных областях физики: гидродинамике, нелинейной оптике, физике плазмы. Что касается волоконной оптики, то для наблюдения модуляционной неустойчивости требуется отрицательная дисперсия; сам эффект проявляется как распад непрерывной или квазинепрерывной периодической волны на последовательность сверхкоротких импульсов. Отрицательная дисперсия необходима и для существования оптических солитонов.

Второй раздел посвящён фундаментальным солитонам и солитонам высших порядков

$$i \frac{\partial A}{\partial z} = \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} - \gamma |A|^2 A \quad (6)$$

Нелинейное уравнение Шредингера (НУШ) (6) принадлежит к специальному классу уравнений, которые можно точно решить, используя метод обратной задачи рассеяния (ОЗР). Этот метод был открыт Гарднером. Захаров и Шабат использовали его для решения НУШ; данный метод стал важ-

ным инструментом в математической физике. Метод ОЗР по духу похож на метод преобразования Фурье, который обычно используют для решения нелинейных уравнений в частных производных. Этот подход состоит в определении подходящей задачи рассеяния, потенциал которой и есть искомое решение. И этот метод кратко описывается во втором разделе, как решения для уравнения (6).

## Заключение

В работе рассмотрены, пакеты Эйри и их свойства. Свойства являются нетривиальной иллюстрацией факта, что волновая функция согласовывается с семейством частиц, а не с отдельной частицей.

Так же рассмотрены, основные уравнения распространения (параболическое волновое уравнение) и методы их решения, явление, называемое модуляционной неустойчивостью и фундаментальные солитоны и солитоны высших порядков.

Особое внимание в работе уделяется нелинейному уравнению Шредингера принадлежащее к специальному классу уравнений, которые можно точно решить, используя метод обратной задачи рассеяния. Это метод по духу похож на метод преобразования Фурье, который обычно используют для решения нелинейных уравнений в частных производных.

В конце была проделана практическая работа, которая заключалась в рассмотрении импульсов Эйри и их свойств. В ней показано, что ограниченные импульсы Эйри при достаточной интенсивности могут приводить к образованию солитонов, так же на ограниченных дистанциях распространения импульсы Эйри сохраняют свою форму, а на больших дистанциях преобладает дисперсионное расплывание, что приводит к значительному искажению данного импульса.

## Список использованных источников

1. Rudnick A., Marom D.M. Airy-soliton interactions in Kerr media // *Opt. Express* 19, 25570–25582 (2011).
2. Майер А.А. // *Квант. электрон.* 1984. Т. 11, с. 157.
3. Lattes A. et al. // *IEEE J. Quantum Electron.*, 1983. Vol. QE-19, p.1718.
4. Wabnitz S. et al. // *Appl. Phys. Lett.* 1986. Vol. 49, p.838.
5. Агравал Г. П. *Нелинейная волоконная оптика* / пер. с англ. С.В. Черникова и др., под ред.: П. В. Мамышева. М.: Мир, 1996. 323 с.
6. Ахманов С. А., Выслоух В.А., Чиркин А.С. *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов.* М.: Наука. Гл. ред. физ. -мат. лит., 1988. 312 с.
7. Reekie L., et al. // *Electron. Lett.* 1987. Vol. 23, p. 1076.
8. Hill K.O. et al. // *Appl. Phys. Lett.* 1978. Vol. 32, p. 647.
9. Farries M.C., Morkel P.R., Townsend J.E. // *Electron, Lett.* 1988. 24, p. 709 (1988).
10. Hanna D.C. et al. // *Electron. Lett.*, 1988. Vol. 24, p. 1111.
11. Kawasaki B.S. et al. // *Opt, Lett.* 1978. Vol. 3, p. 66.
12. Weiss G.H., Maradudin A.A. // *J. Math Phys.* 1962. Vol. 3, p. 771.
13. Fleck J.A., Morris J.R., Feit M.D. // *Apl. Phys.* 1976. Vol. 10, p. 129.
14. Messiah A. *Quantum Mechanics.* Amsterdam : North-Holland. 1961. Vol. 1. Pp. 216-222.
15. Abramowitz M., Stegun I. A., *Handbook of Mathematical Functions* Washington, D.C.: U.S. National Bureau of Standards, 1964. Pp. 446-448.
16. Berry M. V., Balazs N. L. Nonspreading wave packets // *Am. J. Phys.* 1979. Vol. 47, iss. 3, p.264–267.
17. Dirac P. A.M., *The Principles of Quantifill Mechanics.* 3rd cd. New York : Oxford University, 1947.
18. Feynman R.P., Hibbs A. R. *Quantum Mechanics and Path Integrals.* New York : McGraw-Hill., 1965.
19. Silberberg S.R., Stegeman G.I. // *Appl. Phys. Lett.* 1983.. Vol. 50, p. 801 (1983).
20. Trillo S. et al. // *Opt. Lett.* 1988. Vol. 13, p. 672.
21. Islam M.N., Dijali S.P., Gordon J.P. // *Opt. Lett.*, 1988. Vol. 13, p. 518.
22. Desurvire E., Simpson J.R., Becker P.C. // *Opt. Lett.*, 1987. Vol. 12, p. 888.

23. Jauncey I.M. et al. // Electron. Lett. 1986. Vol. 22, p. 198.
24. Liu K. et al. // Electron Lett. 1988. Vol. 24, p. 838.
25. Brierley M.C., France P. W., Miliar C.A. // Electron. Lett., 1988. Vol. 24. P. 539.
26. Esterowitz: E., Allen R., Aggarwal I. // Electron. Lett, 1988. Vol. 24, p. 1104.
27. Brierley M. C, Miliar C. A. // Electron. Lett., 1987. Vol. 23, p. 816; 1988. Vol. 24, p. 438.
28. Sysoliatin A. A., Dianov E. M., Konyukhov A. I., Melnikov L. A., Stasyuk V. A., Soliton Splitting in a Dispersion-Oscillating Fiber. // Laser Physics. 2007. V. 17. P. 1306-1310.