

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

**Анализ механизмов образования и характеристик химерных состояний в
одномерных ансамблях не локально связанных дискретных систем**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 421 группы
направления 03.03.03 «Радиофизика»
физического факультета
Богомолова Сергея Алексеевича

Научный руководитель

Заслуженный деятель науки РФ

д.ф.-м.н., профессор

В.С. Анищенко

Зав. кафедрой

д.ф.-м.н., профессор

В.С. Анищенко

Саратов 2017

ВВЕДЕНИЕ

В греческой мифологии, химера была жестоким, огнедышащим гибридом льва, козы и змеи. Однако в области нелинейной динамики слово “химера” было взято для обозначения удивительного математического гибрида, состояния смешанного синхронного и асинхронного поведения в сетях одинаковых связанных осцилляторов. Около 10 лет назад, считалось, что динамика сетей идентичных связанных осцилляторов не интересная. Так как связанные не одинаковые осцилляторы, как известно, обладают сложными явлениями, включая захват частоты, фазовой синхронизацией, частотой синхронизацией, идентичные осцилляторы должны либо синхронизироваться по фазе либо быть полностью десинхронизованы. Затем, в ноябре 2002 года, японский физик Йошики Курамото и его коллега Dorjsuren Battogtokh показали, что принятое убеждение ошибочно [1]. В ходе исследования колец идентичных осцилляторов с нелокальной связью, они обнаружили нечто удивительное: с определенными начальными условиями, осцилляторы, которые были одинаково связаны с их соседями и имеющие одинаковую собственную частоту, могли вести себя по-разному относительно друг друга. То есть, некоторые осцилляторы могли синхронизироваться пока другие оставались в режиме не когерентности [1]. Это не было временным переходным состоянием в результате асимметричных начальных условий, а было стабильное, постоянное явление объединения некоторых кластеров синхронного состояния с другими кластерами несинхронного состояния. Стив Строгац позже предложил называть этот эффект “химерным состоянием” из-за сходства с мифологическим греческим зверем, составленным из несовместимых частей.

Химерами называют кластеры осцилляторов с несинхронной динамикой в локализованных областях пространства, в то время как все другие осцилляторы демонстрируют когерентную (синхронную) динамику [2-4].

В рамках данной выпускной квалификационной работы рассмотрена следующая задача: Исследуется динамика кольца не локально связанных логистических отображений. При фиксированном радиусе связи, меняя силу связи, анализируется механизм возникновения и характеристики химерных состояний.

Целью данной курсовой работы является численный анализ механизмов возникновения химерных состояний в кольце нелокально связанных логистических отображений, описание их характеристик и формулировка основных условий их возникновения.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

1 Краткие теоретические сведения. 1.1 Химеры в пространственных сетях. К настоящему времени, химеры были зарегистрированы в одномерном кольце осцилляторов [1, 5, 6, 7], двух- и трех-сетевых кластерах [8, 9], и осцилляторах, расположенных вдоль бесконечной плоскости [10, 11, 12], тора [13, 14] и сферы [15]. В зависимости от топологии, существуют два различных класса состояний химер: пятна и спирали. В пятнах химеры, синхронные, осцилляторы находятся вблизи границы области некогерентности и с одной и той же фазой (и, обычно, все синхронные осцилляторы с одной и фазой, создают монохроматическое "пятно»). Подобные пятна возникают в каждой изучаемой системе за исключением бесконечной плоскости. На плоскости, любое конечное размером пятно будет представлять собой малую часть области, и, можно утверждать, будет незначительным. В данный момент пятна с бесконечным размером не найдены.

1.2 Химеры в произвольных сетях. Недавно, понятие химерного состояния было расширено к сетям, без ясной пространственной конфигурации. До сих пор, свидетельство для химерного состояния на этих сетях в значительной степени численное. Shanahan рассматривал сеть, состоящую из восьми объединений 32 осцилляторов. Осцилляторы были соединены с другими

осцилляторами в пределах одного объединения и, соединены случайно с 32 осцилляторами из других объединений. Он наблюдал колебания как внутренней, так и парной синхронизации в объединениях, напоминающий химерное состояние. Laing проанализировал системы с двумя кластерами со случайно удаленными связями. Он отметил, что химерные состояния устойчивы к малым структурным возмущениям, но диапазоны значений параметров, в которых они существуют, становятся все более узким, когда количество отсутствующих связей возрастает [16].

1.3 Устойчивость химерных состояний. С бесконечным числом элементов ансамбля, химерное состояние, как известно, будет устойчивым [17]. Тем не менее, для конечных сетей осцилляторов, численные эксперименты показывают, что химера это фактически долгоживущие переходные процессы. Чтобы показать это, Маттиас Вольфрум и Олег Омельченко рассматривали кольцо осцилляторов с конечным радиусом связи R . Они вычислили спектр Ляпуновских показателей системы и показали, что он соответствует слабо хаотической траектории. Время жизни этого переходного процесса растет экспоненциально с увеличением размера системы. Омельченко также обнаружил, что некогерентные области в этих системах могут дрейфовать, когда число генераторов становится небольшим. Существует численное доказательство того, что эти выводы применимы и к другим связанным системам [18, 19].

1.3 Области применения. 1.3.1 Однополушарный сон. Многие виды, включая различные виды млекопитающих и птиц, участвуют в однополушарном медленоволновом сне. По существу, это означает, что одно полушарие мозга, неактивно, а другое остается активным. Нейронные активности, наблюдаемые в электроэнцефалограммах при этом состоянии, показывают высокую амплитуду и низкочастотную электрическую активность в спящем полушарии [20]. Химерное состояние, наблюдаемые в работе [8], можно интерпретировать как модель когерентного колебания в

одном полушарии и некогерентного в другом. Как правило, эти активные модели переключаются между полушариями с течением времени.

1.2.2 Фибрилляция желудочков. Фибрилляция желудочков является одним из основных причин внезапной сердечной смерти у людей. Это явление возникает в результате потери координации в сокращениях мышц в сердце. Во время фибрилляции, могут образоваться спиральные узоры [21, 22, 23]. В центре этих вращающихся моделей, фазовые сингулярности и динамика остаются неясными. Сокращения вблизи этой сингулярности могут быть несинхронными. Эти типы моделей также наблюдаются в связанных осцилляторах, расположенных на поверхности сферы. Таким образом, спиральную волну химеры можно рассматривать в качестве образца, образованной сокращениями сердца во время желудочковой аритмии.

1.2.3 Энергосистема. Энергосистема США состоит из многих генераторов производящих мощность на частоте около 60 Гц. В идеальных условиях, генераторы синхронизируются. Синхронизация энергосистемы часто изучается с использованием модели Курамото, как описано в работе [24]. Анализ этих моделей показывает, что различные возмущения в сетях могут привести к полной или частичной десинхронизации, что может привести к отключению электроэнергии. Знание о возможности химерных состояний в распределительных сетях и химерных состояний в бассейнах притяжения может быть полезным для поддержания стабильной и надежной синхронизации.

1.2.4 Социальные системы. Химераподобные состояния возможны также в социальных системах. Gon'alez-Avella и др. рассмотрели модель распространения социальных и культурных тенденций. Они отмечают, что связанные популяции могут демонстрировать химерные состояния как модели, в которых одна популяция согласованная, а второй популяция остается несогласованной.

1.3 Анализируемая модель. Впервые механизмы рождения и классификации химерные состояния получили в статье [25], в которой описывалось, что для

рождения химерных состояний необходимо и достаточно соблюдение двух условий, а именно формирование вертикального фронта и хаотизация колебаний во всех элементах ансамбля. Так же было выделено два типа химерных состояний, одно из которых есть случайное чередование между синфазными и сдвинутыми по фазе колебаниями, а другое есть усиленная хаотизация амплитуд колебаний парциальных осцилляторов и наличие асинхронной хаотической динамики [25-32].

Было рассмотрено кольцо связанных логистических отображений, описываемое уравнением (1).

$$x_i^{t+1} = f(x_i^t) + \frac{\sigma}{2P} \sum_{j=i-P}^{i+P} [f(x_j^t) - f(x_i^t)], \quad (1)$$

где x_i – вещественная динамическая переменная, $i = 1, 2, \dots, N$ – порядковый номер замкнутых в кольцо парциальных осцилляторов, t – дискретное время, σ – коэффициент связи, P – число соседних осцилляторов слева и справа от i -го осциллятора, $r = P/N$ – радиус связи, $f(x_i) = ax_i(1 - x_i)$ для любого i -го осциллятора.

2. Динамика не локально связанных дискретных осцилляторов в виде идентичных логистических отображений. Рассмотрим кольцо связанных логистических отображений, описываемое уравнением (1). Положим $r = 0.15$ и исследуем динамику системы при вариации параметра σ . В силу идентичности парциальных элементов и кольцевой симметрии системы (1) случай одинаковых начальных условий всегда будет соответствовать режиму полной синхронизации всех элементов ансамбля. Поэтому в данных исследованиях начальные условия x выбирались случайным образом распределенные в интервале $0 < x_i^0 < 1.0$, $i = 1, 2, \dots, 1000$.

$$F(\sigma, r, x_i^t) = \frac{\sigma}{2P} \sum_{j=i-P}^{i+P} [f(x_j^t) - f(x_i^t)], \quad (3)$$

Назовем функцию $F(\sigma, r, x_i^t)$ функцией связи.

Производится численный анализ характеристик функции связи (2) при изменении коэффициента связи $0.515 < \sigma < 0.25$. Для каждого

порциального элемента $1 \leq i \leq 1000$ выводились на график 100 последних итераций x_i^t и $F(x_i)$ ($180600 \leq t \leq 180700$). Этот метод позволил диагностировать тип колебаний (периодический или хаотический), определять период колебаний и режимы синхронизации (десинхронизации) элементов ансамбля. Будем называть данную графическую иллюстрацию "пространственно-временным профилем". При необходимости изображались и мгновенные профили при фиксации номера итерации $t = const$ (snapshot).

Функция связи является периодической и с уменьшением σ от 0.515 до 0.39 демонстрирует каскад бифуркаций удвоения периода (циклы периода 2, 4, 8 и 16).

В критической точке $\sigma \approx 0.36$ картина резко меняется. Функция связи претерпевает переход в хаотический режим, а профиль отражает появление двух областей некогерентной динамики, то есть рождаются области химерных состояний.

3. Характерные режимы.

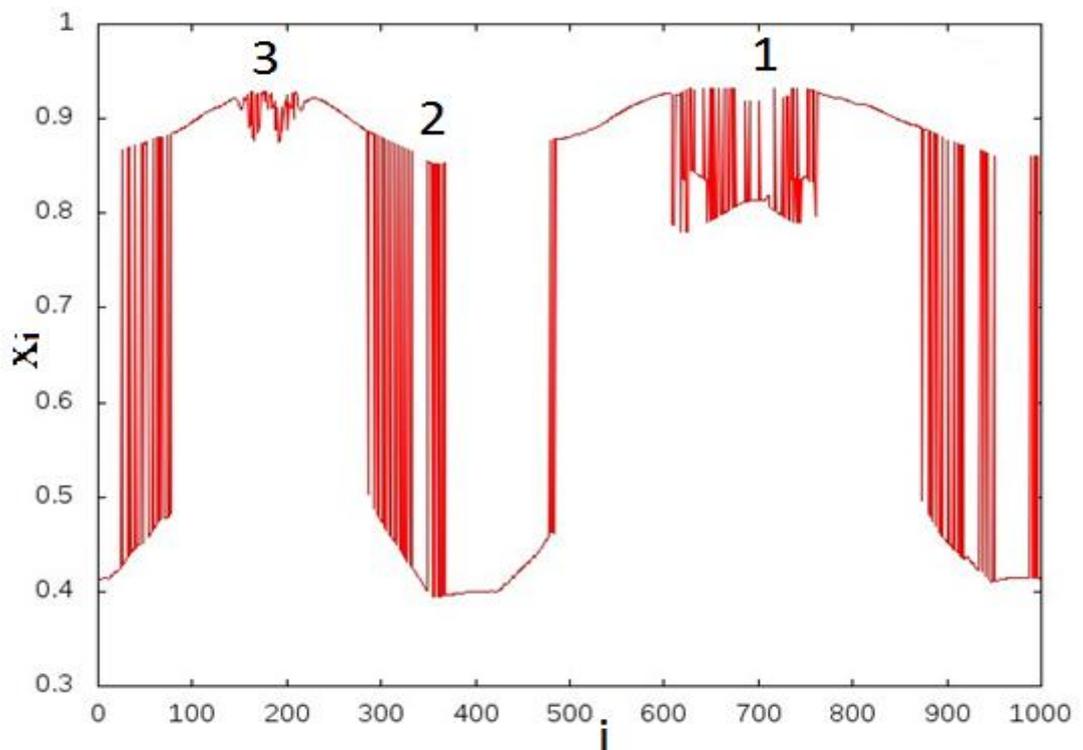


Рисунок 1 - Snapshot (a) динамики связанных логистических отображений (1).

Сила связи выбрана $\sigma = 0.25$. Другие параметры, как и на рисунке 3.

Выявлено наличие трех областей отличающихся от области когерентной динамики. Вторая область представляет из себя фазовую химеру, где два соседних осциллятора отстают друг от друга на одну итерацию.

3.1. Исследование области 1. Результаты вычислений показывают, что колебания одного осциллятора «отстают» от колебаний соседнего осциллятора на одну итерацию, что является характерной особенностью фазовой химеры. Но у этого типа есть несколько характерных отличий от стандартной фазовой химеры, а именно: Этот тип химеры возникает только «в голове» профиля. У этого типа химеры меньшая амплитуда. Был вычислен коэффициент взаимной корреляции, который показал наличие фазовой и амплитудной химеры.

3.2 Исследование области 3. Результаты показали, что данная область представляет собой нестационарный во времени процесс переключения между периодическими и хаотическими колебаниями. Элементы ансамбля в случайный момент времени ведут себя синхронно, затем снова несинхронно. Хаотическая составляющая имеет конечное время жизни и при больших временах исчезает. Расчет КВК свидетельствует о том, что колебания осцилляторов в кластере некоррелированы и, следовательно, некогерентны. Осцилляторы синхронизируются в случайный момент времени, спустя некоторое время вновь колеблются несинхронно.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В выпускной квалификационной работе решалась задача анализа механизмов образования и характеристик химерных состояний в ансамблях не локально связанных логистических отображений. Были проанализированы результаты ранее проведенных исследований в этой области, которые позволили понять основные принципы и методы анализа химерных состояний.

В отличие от предыдущих работ нами впервые была рассмотрена новая область на бифуркационной диаграммы системы (1). Было найдено несколько характерных отличий области с волновым числом $k = 1$, от

области с волновым числом $k = 2$. Так, например, в области с волновым числом $k = 1$ все осцилляторы могут демонстрировать либо в хаотическую, либо периодическую динамику. Осцилляторы в области с волновым числом $k = 2$ могут одновременно находиться как в хаотическом, так и периодическом состоянии, тем самым половина системы всегда находится в когерентном состоянии, а другая половина в некогерентном состоянии.

Так же было обнаружено и проанализировано химерное состояние похожее на фазовую химеру меньшей амплитуды, осцилляторы в этом химерном состоянии отставали друг от друга на одну итерацию, что как раз характерно для фазовой химеры. Был построен график КВК, который показывает, что в этом химерном состоянии действительно присутствует когерентное поведение.

Особое внимание было уделено нестационарному во времени процессу переключения между периодическими и хаотическими колебаниями x_i^t осциллятора с фиксированным номером i . Было установлено, что хаотическая составляющая имеет конечное время жизни и при большом времени исчезает. Был построен график КВК, на котором было видно характерные особенности как амплитудной, так и фазовой химеры. Были проанализированы два соседних осциллятора в этой области. Результаты показали, что соседние осцилляторы в области с нестационарным во времени переключением между периодическими и хаотическими колебаниями в определенные времена демонстрируют синхронное и несинхронное поведение.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Yoshiki Kuramoto and Dorjsuren Battogtokh. Coexistence of coherence and incoherence in nonlocally coupled phase oscillators. *Nonlinear Phenom. Complex Syst.*, 4:380–385, 2002.
2. Panaggio M.J., Abrams D.M. // *Nonlinearity*. 2015. V. 28. P. R67

3. Abrams D.M., Strogatz S.H. // *Phys. Rev. Lett.* 2004. V. 93. N 17. P. 174102.
4. Omel'chenko O.E., Maistrenko Y., Tass P.A. // *Phys. Rev. Lett.* 2008. V. 100. N 4. P. 044105.
5. Daniel M Abrams and Steven H Strogatz. Chimera states for coupled oscillators. *Phys. Rev. Lett.*, 93:174102, 2004.
6. Yuri L. Maistrenko, Anna Vasylenko, Oleksandr Sudakov, Roman Levchenko, and Volodymyr L.
7. Maistrenko. Cascades of multi-headed chimera states for coupled phase oscillators. arXiv:1402.1363, 2014.
8. Daniel M Abrams, Rennie Mirollo, Steven H Strogatz, and Daniel A Wiley. Solvable model for chimera states of coupled oscillators. *Phys. Rev. Lett.*, 101:084103, 2008.
9. Erik A. Martens. Chimeras in a network of three oscillator populations with varying network topology. *Chaos*, 20(4):043122, 2010.
10. Yoshiki Kuramoto and Shin-ichiro Shima. Rotating spirals without phase singularity in reaction- diffusion systems. *Prog. Theor. Phys. Supp.*, 150:115–125, 2003.
11. Shin-ichiro Shima and Yoshiki Kuramoto. Rotating spiral waves with phase-randomized core in nonlocally coupled oscillators. *Phys. Rev. E*, 69:036213, 2004.
12. Erik A. Martens, Carlo R. Laing, and Steven H. Strogatz. Solvable model of spiral wave chimeras. *Phys. Rev. Lett.*, 104:044101, 2010.
13. Oleh E Omel'chenko, Matthias Wolfrum, Serhiy Yanchuk, Yuri L Maistrenko, and Oleksandr Sudakov. Stationary patterns of coherence and incoherence in two-dimensional arrays of non-locally-coupled phase oscillators. *Phys. Rev. E*, 85:036210, 2012.
14. Mark J. Panaggio and Daniel M. Abrams. Chimera states on a flat torus. *Phys. Rev. Lett.*, 110:094102, 2013.

15. Mark J. Panaggio and Daniel M. Abrams. Chimera states on a sphere. Manuscript in preparation, 2014.
16. Carlo R. Laing, Karthikeyan Rajendran, and Ioannis G. Kevrekidis. Chimeras in random non-complete networks of phase oscillators. *Chaos*, 22(1):013132, 2012.
17. O E Omel'chenko. Coherence–incoherence patterns in a ring of non-locally coupled phase oscillators. *Nonlinearity*, 26(9):2469, 2013.
18. Matthias Wolfrum, Oleh E Omelchenko, Serhiy Yanchuk, and Yuri L Maistrenko. Spectral properties of chimera states. *Chaos*, 21(1):013112, 2011.
19. Oleh E. Omel'chenko, Matthias Wolfrum, and Yuri L. Maistrenko. Chimera states as chaotic spatiotemporal patterns. *Phys. Rev. E*, 81:065201, 2010.
20. Niels C Rattenborg, Charles J Amlaner, and Steven L Lima. Behavioral, neurophysiological and evolutionary perspectives on unihemispheric sleep. *Neurosci. Biobehav. R.*, 24(8):817–842, 2000.
21. Jorge M Davidenko, Arcady V Pertsov, Remy Salomonsz, William Baxter, and José Jalife. Stationary and drifting spiral waves of excitation in isolated cardiac muscle. *Nature*, 355(6358):349–351, 1992.
22. Alexandre V. Panfilov. Spiral breakup as a model of ventricular fibrillation. *Chaos*, 8(1):57–64, 1998.
23. Arthur T Winfree. Sudden cardiac death: A problem in topology. *Sci. Am.*, 248:144–161, 1983.
24. Giovanni Filatrella, Arne Hejde Nielsen, and Niels Falsig Pedersen. Analysis of a power grid using a kuramoto-like model. *Eur. Phys. J. B*, 61(4):485–491, 2008.
25. S. A. Bogomolov, G. I. Strelkova, E. Schöll, V. S. Anishchenko. Mechanisms of Appearance of Amplitude and Phase Chimera States in a Ring of Nonlocally Coupled Chaotic Systems (2016)

26. Т. Е. Вадивасова, Г. И. Стрелкова, С. А. Богомолов, В.С. Анищенко. Корреляционные характеристики фазовых и амплитудных химерных состояний в ансамбле нелокально связанных отображений. Письма в ЖТФ, 2017, том 43, вып. 2
27. Bogomolov S.A., Slepnev A.V., Strelkova G.I. et al. // Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat. 2017. V. 43. P. 25–36.
28. Vadivasova T.E., Strelkova G.I., Bogomolov S.A., Anishchenko V.S. Correlation analysis of the coherence-incoherence transition in a ring of nonlocally coupled logistic maps // Chaos. — 2016. — V. 26. — P. 093108.
29. Bogomolov S.A., Strelkova G.I., Scholl E., Anishchenko V.S. Amplitude and phase chimeras in an ensemble of chaotic oscillators // Technical Physics Letters. — 2016. — V. 42, No. 7. — P. 765–768.
30. Богомолов С.А., Стрелкова Г.И., Scholl E., Анищенко В.С. Амплитудные и фазовые химеры в ансамбле хаотических осцилляторов // Письма в ЖТФ. — 2016. — Т. 42, Вып. 14. — С. 103–110.
31. Vadivasova, T.E.; Strelkova, G.I.; Bogomolov, S.A.; Anishchenko, V.S. Correlation characteristics of phase and amplitude chimeras in an ensemble of nonlocally coupled maps // Technical Physics Letters. - 2017. - V. 43, I. 1. - P. 118-121. 10.1134/S1063785017010278
32. Anishchenko V.S., Bogomolov S.A., Scholl E., Strelkova G. Amplitude and Phase Chimera States in a Ring of Nonlocally Coupled Chaotic Systems // In: Book of Abstracts of Int. Conf. Dynamics Days 2016, Corfu, Greece, June 6-10, 2016. P. 103.