

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

**Влияние шума на формирование пространственных структур в ансамбле
нелокально связанных осцилляторов с удвоениями периода**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 421 группы
направления 03.03.03 «Радиофизика»
физического факультета
Дмитриева Артема Сергеевича

Научный руководитель

ассистент, к.ф.-м.н.

А.В. Слепнев

Зав. кафедрой

д.ф.-м.н., профессор

В.С. Анищенко

Саратов 2017 год

ВВЕДЕНИЕ

В современной нелинейной динамике одной из важных задач является исследование поведения ансамблей осцилляторов. О динамике связанных систем известно достаточно мало, чего нельзя сказать об изолированных нелинейных системах. В связанных системах большую роль играет тип взаимодействия. Системы в которых присутствует локальная связь, представляющие собой сети дифференциальных систем или дискретных отображений хорошо изучены. В то же время в системах с нелокальной связью найдено множество различных режимов. Хорошим примером являются сети фазовых осцилляторов (моделей Курамото) или хаотических отображений.

Рождение пространственных структур в ансамблях нелокально связанных нелинейных осцилляторов является важным вопросом современной теории колебаний и волн. Долгое время во всех изученных случаях система вела себя или целиком некогерентно, или целиком когерентно. В 2002 году было обнаружено, что возможно и иное состояние: в цепочке фазовых осцилляторов, показывающих синхронные колебания, присутствовал кластер элементов с несинхронной динамикой [1]. Существование областей пространственной когерентности и некогерентности в системе стали называть химерным состоянием. На данный момент этот эффект был обнаружен в ансамблях дискретных отображений [2], непрерывных во времени хаотических осцилляторов [3], осцилляторов Ван дер Поля [4], моделей популяционной динамики [5], автономных булевых сетей [6].

Анализ химерных состояний (или химер) в ансамблях осцилляторов вызывает большой интерес, обусловленный тем, что в реальных системах наблюдаются состояния, свойства которых соответствуют химерам. В качестве реальных систем выступают объекты биологической, химической, электронной природы.

Целью данной выпускной квалификационной работы является исследование влияния шума на формирование пространственных структур в ансамбле нелокально связанных осцилляторов с удвоениями периода.

В цепочках осцилляторов в зависимости от начальных условий могут наблюдаться когерентные колебания, некогерентные и химерные состояния. В работе будут рассмотрены несколько режимов работы системы с различными начальными условиями. В качестве источника внешнего воздействия выбран белый шум, под действием которого установившийся режим колебаний будет полностью подавляться (при больших интенсивностях шума) или же будет наблюдаться возникновение химерного состояния.

В рамках данной работы были поставлены и выполнены следующие задачи:

1) Используя средства языка С написать программу, позволяющую наблюдать за развитием системы во времени с возможностью воздействовать на неё шумом.

2) Воспроизвести режимы, полученные ранее: устойчивые колебания и химерные состояния в ансамблях осцилляторов.

3) Исследовать воспроизведенные режимы под воздействием шума, пронаблюдать за изменениями в системе.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Краткие теоретические сведения. В данной работе исследуется шумовое воздействие на ансамбль отображений с удвоениями периода. В качестве такой системы будем использовать кольцо нелокально связанных осцилляторов с инерционной нелинейностью (генератор Анищенко-Астахова). Схема генератора и ее особенности подробно изучаются в [7, 8]. Исследуемая модель описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = mx_i + y_i + x_i z_i + \frac{\sigma}{2P} \sum_{j=i-P}^{i+P} (x_j - x_i), \\ \dot{y}_i = -x_i + \frac{\sigma}{2P} \sum_{j=i-P}^{i+P} (y_j - y_i), \\ \dot{z}_i = -gz_i + \frac{g}{2} x_i (x_i + |x_i|), \end{cases} \quad (1)$$

где x_i, y_i, z_i — динамические переменные, описывающие состояние i -го осциллятора, i — номер элемента, m и g — управляющие параметры, σ — параметр управляющий силой связи, P — количество соседей слева и справа от каждого осциллятора. Будем изучать динамику кольца, состоящего из $N = 100$ элементов. Выберем радиус связи $r = P / N = 0.25$ и зафиксируем параметры системы при значениях $m = 1.49$ и $g = 0.2$, которые приводят к режиму динамического хаоса.

Ранее в работах по химерам уже были получены начальные условия, при которых в ансамбле осцилляторов, описанном выше, возникают химерные состояния [9, 10]. В данном исследовании использованы несколько таких режимов.

Результаты проведенных исследований. Среди всех исследованных режимов интерес представляет только один, результаты по которому приведены ниже.

В регулярном режиме незадолго до рождения амплитудной химеры под воздействием шума осцилляторы с номерами 43 и 44 начинают

демонстрировать асинхронные колебания, что свидетельствует о возникновении химерного состояния. На пространственно-временных профилях видно как при интенсивности шума $D = 0.0000075$ возникает голова амплитудной химеры (Рисунок 1). При дальнейшем увеличении интенсивности структура достигает наиболее развитого состояния (Рисунок 2) и далее разрушается, подобно предыдущим режимам (Рисунок 3).

Рассмотрим девиацию динамической переменной x_i в моменты формирования амплитудной химеры (Рисунок 4) и наибольшего её развития (Рисунок 5).

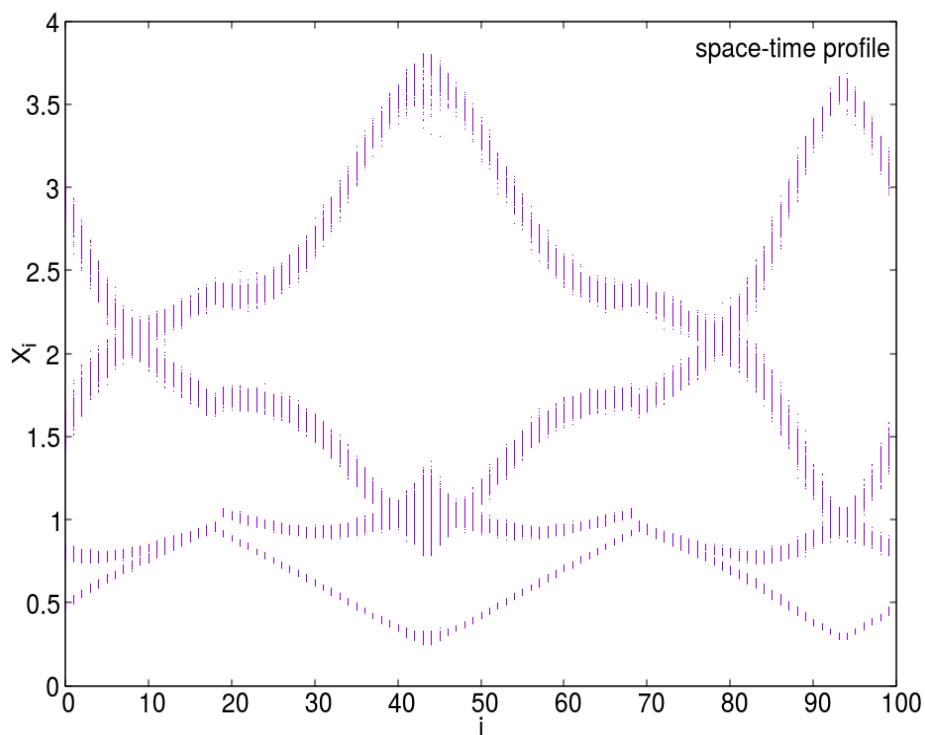


Рисунок 1 – Пространственно-временной профиль x_i при интенсивности шума $D = 0.0000075$.

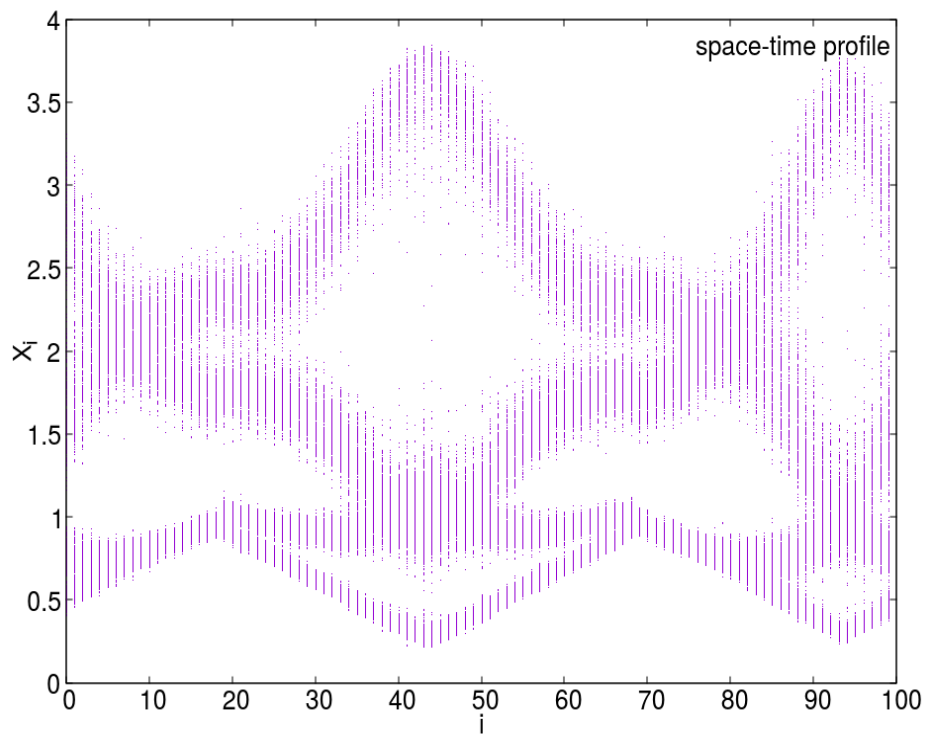


Рисунок 2 – Пространственно-временной профиль x_i при интенсивности шума $D = 0.0001$.

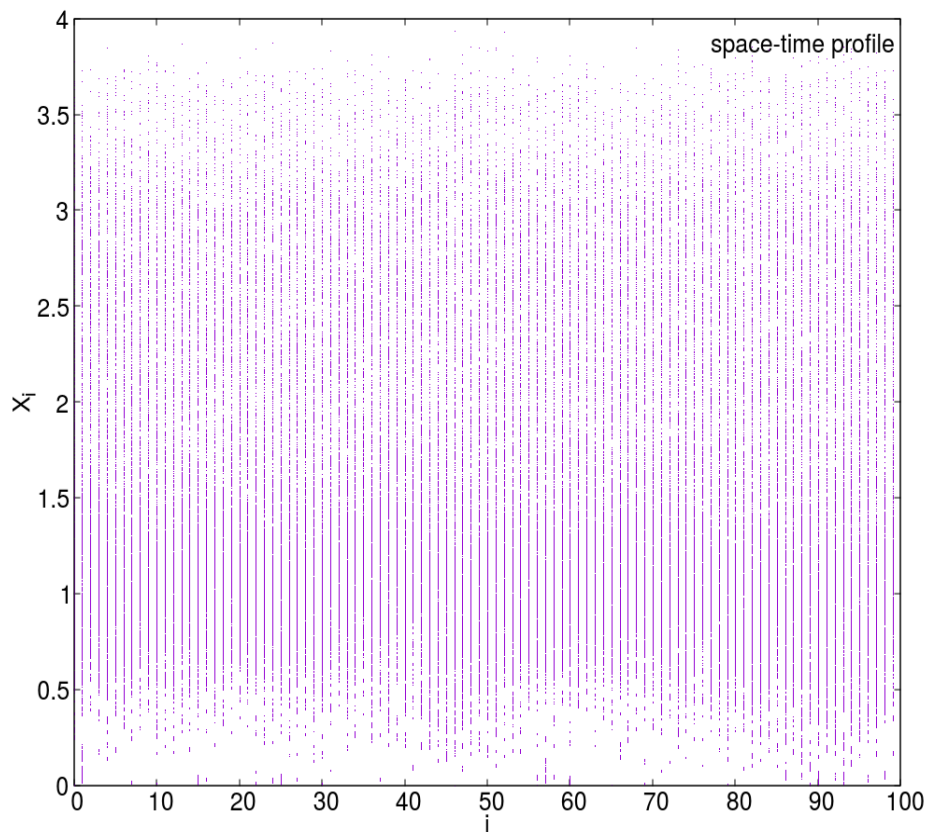


Рисунок 3 – Пространственно-временной профиль x_i при интенсивности шума $D = 0.01$.

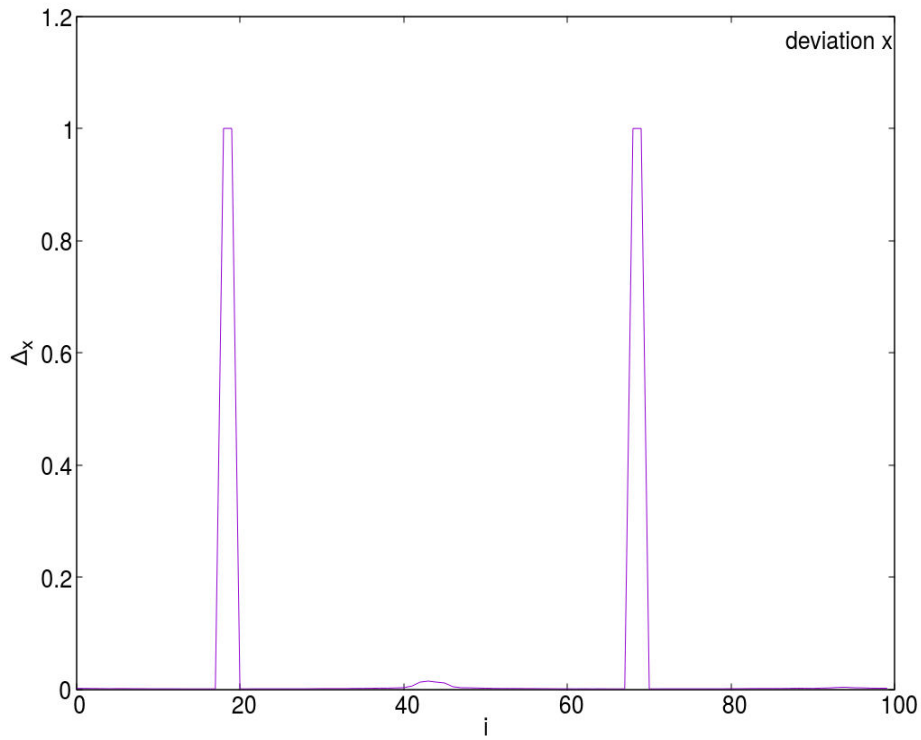


Рисунок 4 – Девиация x_i при интенсивности шума $D = 0.0000075$.

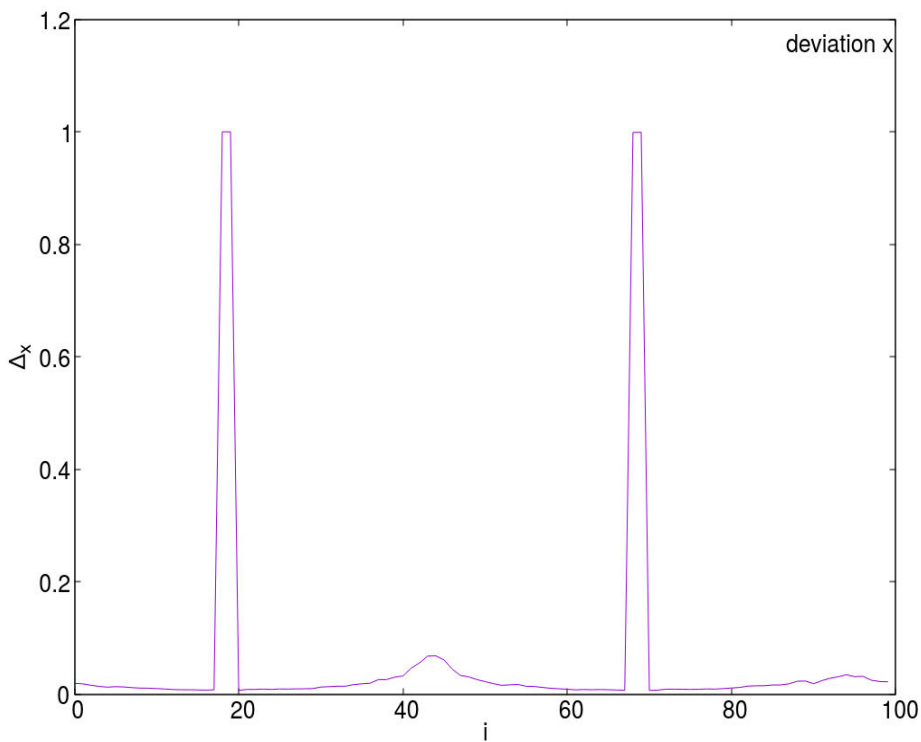


Рисунок 5 – Девиация x_i при интенсивности шума $D = 0.0001$.

На рисунках, хорошо видно, что с увеличением интенсивности шума девиация плавно нарастает в области кластера некогерентности, что характерно для амплитудной химеры.

Также были получены временные реализации для данного режима.

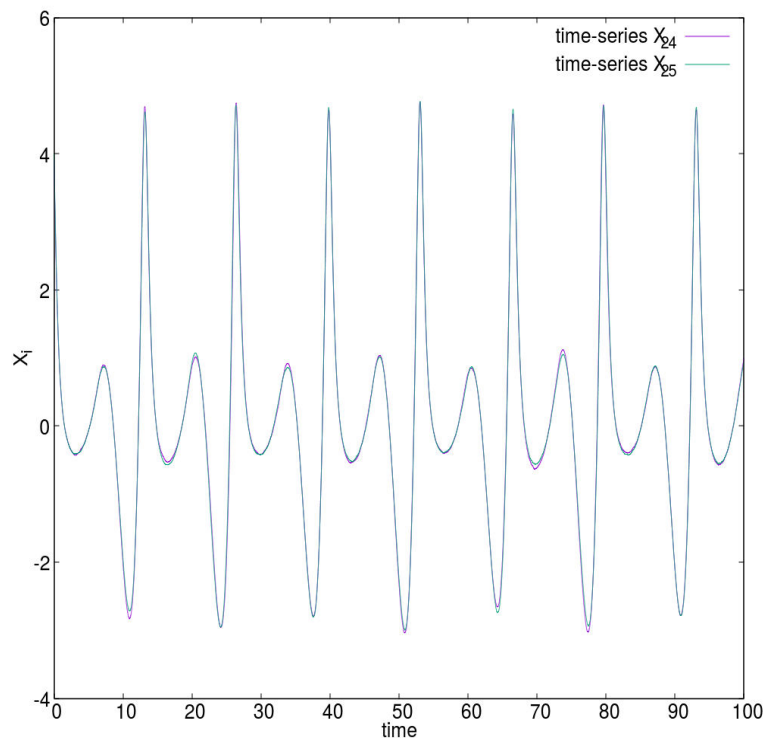


Рисунок 6 – Временные реализации для осцилляторов с номерами 24 и 25 при интенсивности шума $D = 0.0001$.

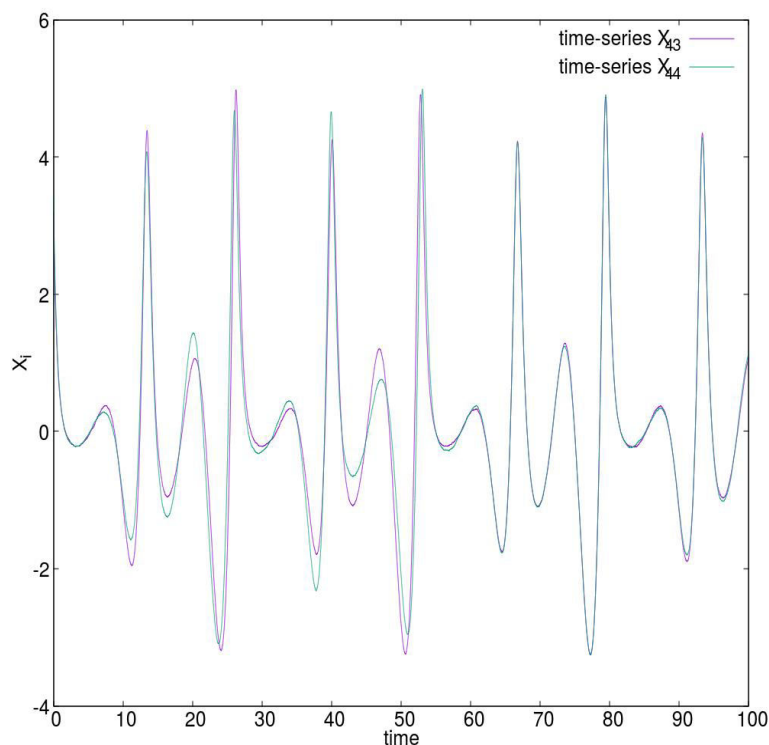


Рисунок 7 – Временные реализации для осцилляторов с номерами 43 и 44 при интенсивности шума $D = 0.0001$.

При интенсивности шума $D = 0.00001$ в начале зарождения амплитудной химеры осцилляторы из области когерентности (с номерами 24 и 25) показывают синфазные колебания. Осцилляторы с номерами 43 и 44 хоть и также демонстрируют синфазные колебания, но в то же время присутствует небольшой разброс по амплитудам. С увеличением интенсивности разброс по амплитудам увеличивается, что свидетельствует о возникновении «головы» амплитудной химеры (Рисунки 6, 7).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе проделанной работы было рассмотрено влияние шума на формирование пространственных структур в ансамблях отображений с удвоением периода на примере осциллятора Анищенко-Астахова.

В первых трех режимах, демонстрирующих фазовые и амплитудные химеры, не было обнаружено явлений, представляющих какой-либо интерес. При достижении некоторого критического значения шума сформировавшиеся пространственные структуры разрушаются.

В четвертом режиме, соответствующем состоянию незадолго до появления амплитудной химеры под влиянием шума начиная с значения интенсивности $D = 0.0000075$ в осцилляторах под номерами 43 и 44 наблюдается хаотизация амплитуд колебаний, что видно на пространственно-временных профилях.

Проведя анализ девиации можно сделать вывод о том, что в рассматриваемой области образуется амплитудная химера, о чем свидетельствует плавное нарастание отклонения в центре кластера некогерентности.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- [1] Kuramoto, Y. Coexistence of Coherence and Incoherence in Nonlocally Coupled Phase Oscillators / Y. Kuramoto, D. Battogtokh // Nonlin. Phen. In Complex Sys. – 2002. – Vol. 5, № 4. – P. 380–385.
- [2] Omelchenko, I. Loss of coherence in dynamical networks: Spatial chaos and chimera states / I. Omelchenko, Yu. Maistrenko, Ph. Hövel, E. Schöll // Phys. Rev. Lett. – 2011. – Vol. 106, № 23. – P. 234102.
- [3] Omelchenko, I. Transition from spatial coherence to incoherence in coupled chaotic systems / I. Omelchenko, B. Riemenschneider, Ph. Hövel, Yu. Maistrenko, E. Schöll // Phys. Rev. E. – 2012. – Vol. 85, №. 2. – P. 026212.

- [4] Omelchenko, I. Robustness of chimera states for coupled FitzHugh –Nagumo oscillators / I. Omelchenko, A. Provata, J. Hizanidis, E. Schöll, Ph. Hövel // Phys. Rev. E. 2015. –Vol. 91, №. 2. – P. 022917.
- [5] Hizanidis, J. Chimera states in population dynamics: Networks with fragmented and hierarchical connectivities / J. Hizanidis, E. Panagakou, I. Omelchenko, E. Schöll, Ph. Hövel, A. Provata // Phys. Rev. E. – 2015. – Vol. 92, №. 1. – P. 012915.
- [6] Rosin, D.P. Synchronization of coupled Boolean phase oscillators Rontani / D.P. Rosin, D. J. Gauthier // Phys. Rev. E. – 2014. – Vol. 89, №. 4. – P. 042907.
- [7] Anishchenko, V. S. Dynamical Chaos: Models and Experiments / V. S. Anishchenko // World Scientific. – 1995. – Vol. 8.
- [8] Anishchenko, V.S. Nonlinear Dynamics of Chaotic and Stochastic Systems: Tutorial and Modern Developments / V. S. Anishchenko, V. Astakhov, A. Neiman, T. E. Vadivasova, L. Schimansky-Geier // Springer. – 2007. – Vol. 8.
- [9] Bogomolov, S. A. Mechanisms of appearance of amplitude and phase chimera states in ensembles of nonlocally coupled chaotic systems / S. A. Bogomolov, A. V. Slepnev, G. I. Strelkova, E. Schöll, V. S. Anishchenko // Commun Nonlinear Sci Numer Simulat. – 2017. – Vol. 43. – P. 25–36.
- [10] Slepnev, A. V. Stationary and non-stationary chimeras in an ensemble of chaotic self-sustained oscillators with inertial nonlinearity / A. V. Slepnev, A. V. Bukh, T. E. Vadivasova // Nonlinear Dynamics. – 2017. – Vol. 88.