

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

**Построение карт динамических режимов трёхмерных
дискретных осцилляторов**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 421 группы
направления 03.03.03 «Радиофизика»
физического факультета
Степанова Станислава Валерьевича

Научный руководитель

к.ф.-м.н., доцент

_____ Г.И. Стрелкова

Зав. кафедрой

д.ф.-м.н., профессор

_____ В.С. Анищенко

Саратов 2017

ВВЕДЕНИЕ

Динамические системы с дискретным временем или дискретные отображения представляют собой обширный класс модельных систем, которые описывают многие реальные системы и процессы. Исследованиям динамики подобных систем уделяется большое внимание и посвящено достаточно много литературы [1-7]. Объяснение этому довольно простое. Многие реальные процессы могут быть описаны с помощью разностных уравнений или дискретных отображений, то есть изменение состояния объекта или процесса во времени рассматривается в определенные (дискретные) моменты времени. Если использовать метод сечения Пуанкаре, то от любой динамической системы с непрерывным временем можно перейти к соответствующему дискретному отображению. Однако обратное утверждение неверно. Именно этот факт и приводит к богатой динамике и свойствам дискретных отображений. Кроме того, в силу своей простоты дискретные отображения оказываются более доступными и понятными для изучения, как в теоретическом плане, так и при компьютерном моделировании, чем дифференциальные системы. При этом они демонстрируют множество принципиальных и фундаментальных свойств, присущих многим реальным системам [1-8].

Существует достаточно простой способ построения отображений, использующий свойства осцилляторов. Этот метод называется *методом искусственной дискретизации* [5]. Динамика полученных отображений, так называемых дискретных осцилляторов, демонстрирует основные свойства осциллятора-прототипа, а также оказывается намного богаче.

Целью настоящей выпускной квалификационной работы является построение карт динамических режимов и их описание для трёхмерных дискретных систем с помощью программного комплекса Discrete Solver. Для достижения поставленной цели работы сформулированы следующие задачи:

1. Ознакомиться с программным комплексом Discrete Solver 1.0 и изучить все его возможности для исследования динамики дискретных динамических систем.
2. Используя программный комплекс Discrete Solver 1.0, построить карты динамических режимов для
 - 1) трехмерного отображения Рихтера,
 - 2) дискретного осциллятора Ресслера,
 - 3) дискретного осциллятора с инерционной нелинейностью Анищенко-Астахова.

1. Программный комплекс для исследования динамики дискретных отображений

Для выполнения выпускной квалификационной работы мы используем программный комплекс Discrete solver 1.0, разработанный магистрантом кафедры радиофизики и нелинейной динамики М.О. Клименко [15]. Для того чтобы начать работу с программой Discrete solver 1.0, нужно её запустить, дважды нажав на исполняемом файле Discrete solver.exe. После запуска программы перед нами появится основное окно программы (рисунок 1.1).

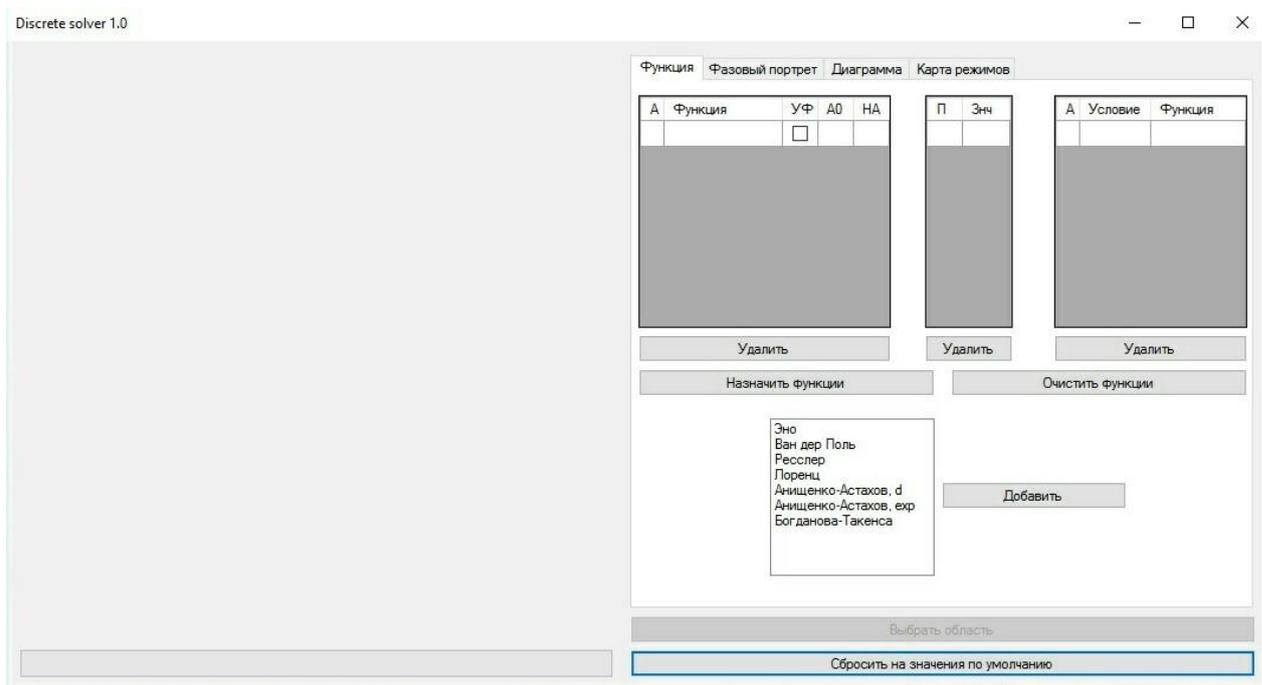


Рисунок 1.1 – Главное диалоговое окно программы Discrete solver 1.0

Данная программа позволяет провести достаточно детальное исследование различных: построить фазовый портрет режима динамики исследуемой системы, рассчитать и построить однопараметрическую или фазопараметрическую бифуркационную диаграмму, рассчитать и построить карты динамических режимов исследуемой системы.

2. Построение карт динамических режимов для отображения Рихтера, Ресслера, генератора Анищенко-Астахова

2.1 Карты режимов динамики отображения Рихтера

Для получения более полной картины динамических режимов, наблюдаемых в отображении Рихтера (2.1), построим численно соответствующую карту динамических режимов. Для этого мы используем программу *Discrete Solver*, кратко описанную в разделе 1 настоящей работы. Для того чтобы программа поняла модель Рихтера (2.1), запишем её в понятном для программы виде:

$$x = a - (y * y) + b * z$$

$$y = x \tag{1.1}$$

$$z = y$$

На рисунках 2.1 и 2.2 приведены карты динамических режимов отображения Рихтера (2.1). Используя цветовую палитру, представленную справа от карты, мы можем легко определить тип и период режима, который существует в системе в определенном диапазоне изменения параметров. Цифры в цветных прямоугольниках обозначают период соответствующего периодического движения.

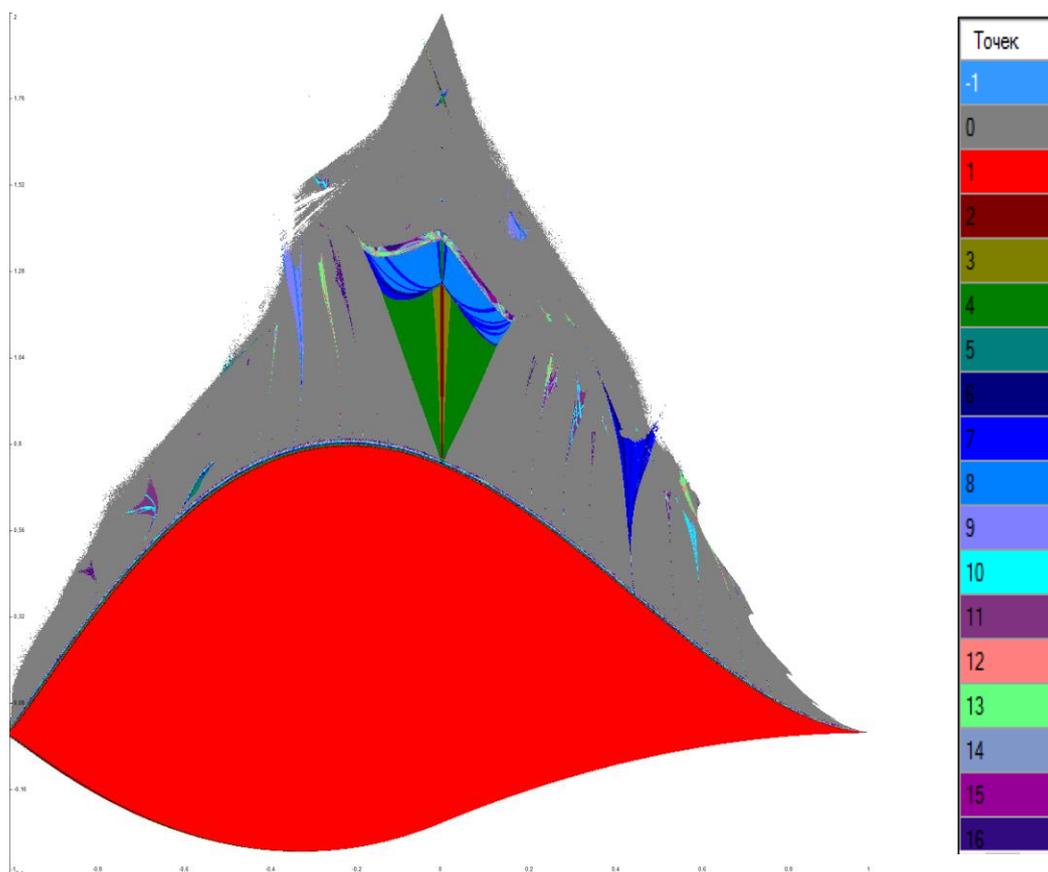


Рисунок 1 – Карта динамических режимов отображения Рихтера (2.1)
(период установления - 600 точек)

Рассмотрим рисунок 2.2. Большую часть карты на данном рисунке занимает область красного цвета, которая соответствует реализации цикла периода 1 в отображении Рихтера. Данная область ограничивается сверху линией бифуркации Неймарка-Сакера, которая является границей между областью устойчивости неподвижной точки и областью непериодических режимов. На данную бифуркационную линию опираются многочисленные области синхронизации (резонансов). Самая большая область синхронизации отвечает периоду 4.

2.2 Построение карты динамических режимов для дискретного осциллятора Ресслера

Наиболее популярным примером трехмерной потоковой системы является классическая модель Ресслера, которая описывается

системой дифференциальных уравнений третьего порядка [1-4]:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -y - z, \\ \dot{y} &= x + ay, \\ \dot{z} &= b + (x - r)z.\end{aligned}\tag{1.2}$$

Здесь x , y , z – динамические переменные, a , b , r – параметры. Таким образом, осциллятор Ресслера – это трехмерная трехпараметрическая система.

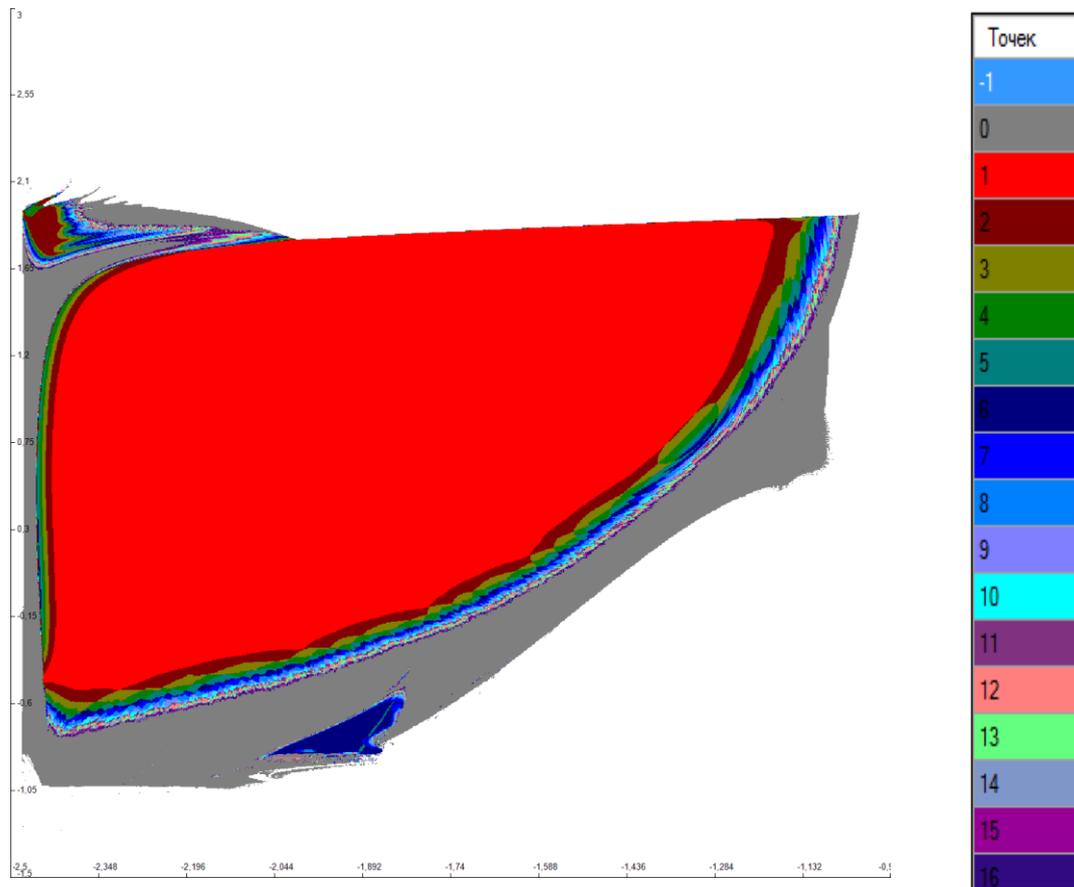


Рисунок 2 - Карта динамических режимов дискретного осциллятора Ресслера (3.7): параметр дискретизации $\varepsilon = 1$, $b = 0.2$

Большую часть карты динамических режимов, показанной на рисунке 2, занимает область существования по параметрам цикла периода 1 или неподвижной точки (область красного цвета). Можно видеть, что практически по всему периметру данной области наблюдаются бифуркации удвоения периода цикла и реализуются

циклы периода 2, 4, 8, 16.

В нижней части карты можно видеть область синхронизации, возникающую на основе неподвижной точки системы. В верхней части карты (рисунок 2) области синхронизации формируются на основе цикла периода 2. Таким образом, цикл периода 2 претерпевает бифуркацию Неймарка-Сакера.

2.3 Построение карт динамических режимов для дискретного осциллятора с инерционной нелинейностью (Анищенко-Астахова)

Генератор Анищенко–Астахова [1-3] является одной из базовых моделей детерминированного хаоса. Данная модель базируется на классических схемах генератора Теодорчика и описывает реальную радиофизическую модель генератора с инерционной нелинейностью (ГИН).

Применяя метод искусственной, получаем следующую систему уравнений, которая описывает *дискретный осциллятор Анищенко-Астахова*:

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + \varepsilon(mx_n + y_n - x_n z_n) \\ y_{n+1} = y_n - \varepsilon x_n \\ z_{n+1} = z_n - \varepsilon g(z_n - \phi(x)); \phi(x) = e^* - 1. \end{cases}$$

(1.3)

Построим карты динамических режимов для дискретного осциллятора Анищенко-Астахова на плоскости параметров (m, g) для различных значений параметра дискретизации ε .

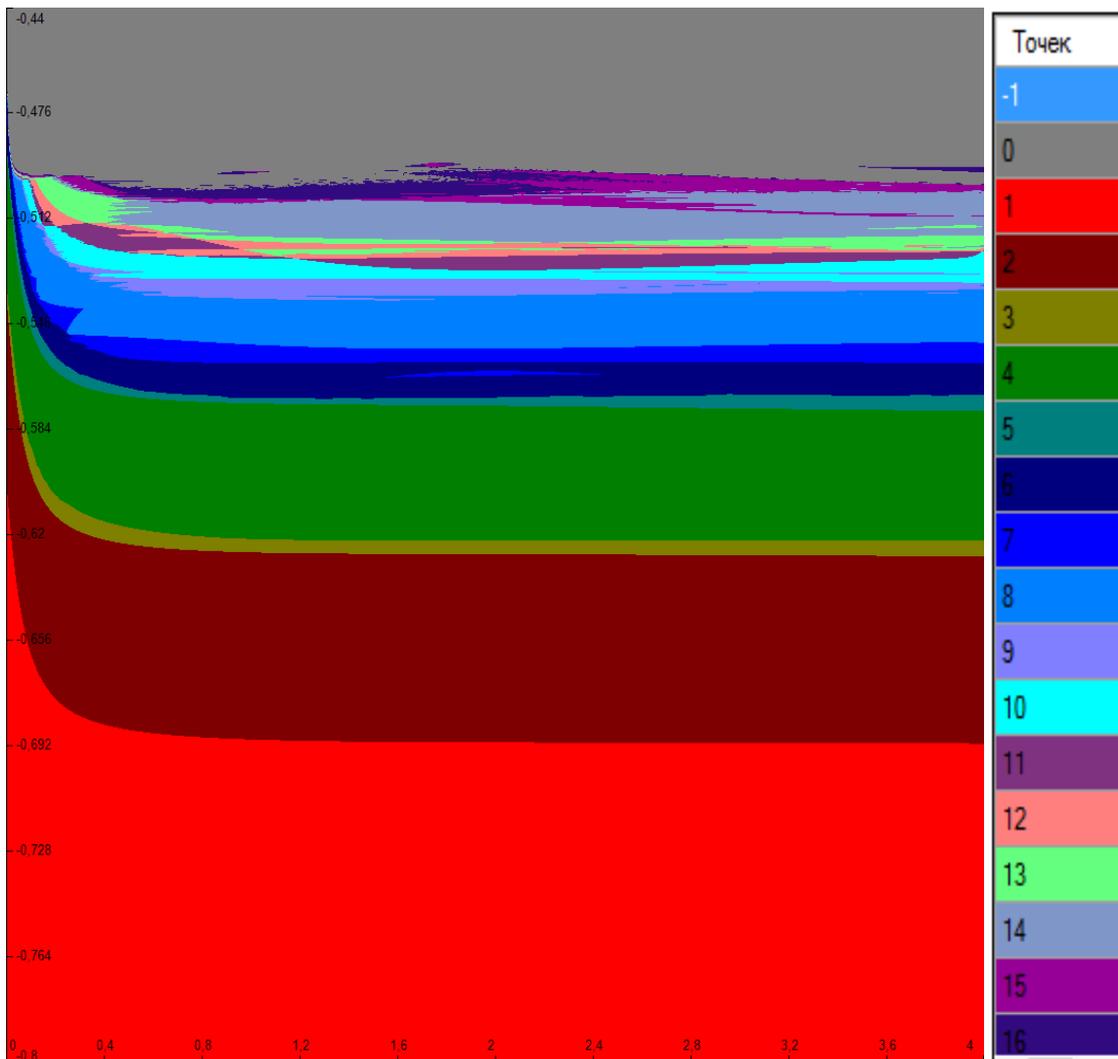


Рисунок 3 - Карта динамических режимов дискретного осциллятора Анищенко-Астахова (1.3) для параметров $0 < g < 4$, $-0,8 < m < -0,5$, $\varepsilon = 0.5$

Из рисунка 3 видно, что на всей области изменения параметра g в дискретном осцилляторе наблюдаются почти равномерные переходы к циклам удвоенного периода и затем к хаосу при увеличении параметра m . Таким образом, происходят последовательные бифуркации удвоения периода цикла и переход к хаосу. Причем стоит отметить, что в дискретном осцилляторе Анищенко-Астахова (1.3) данная эволюция наблюдается в области отрицательных значений параметра m .

Далее в нашей работе мы решили выяснить, как будет влиять на тонкую структуру карты режимов изменение величины переходного процесса.

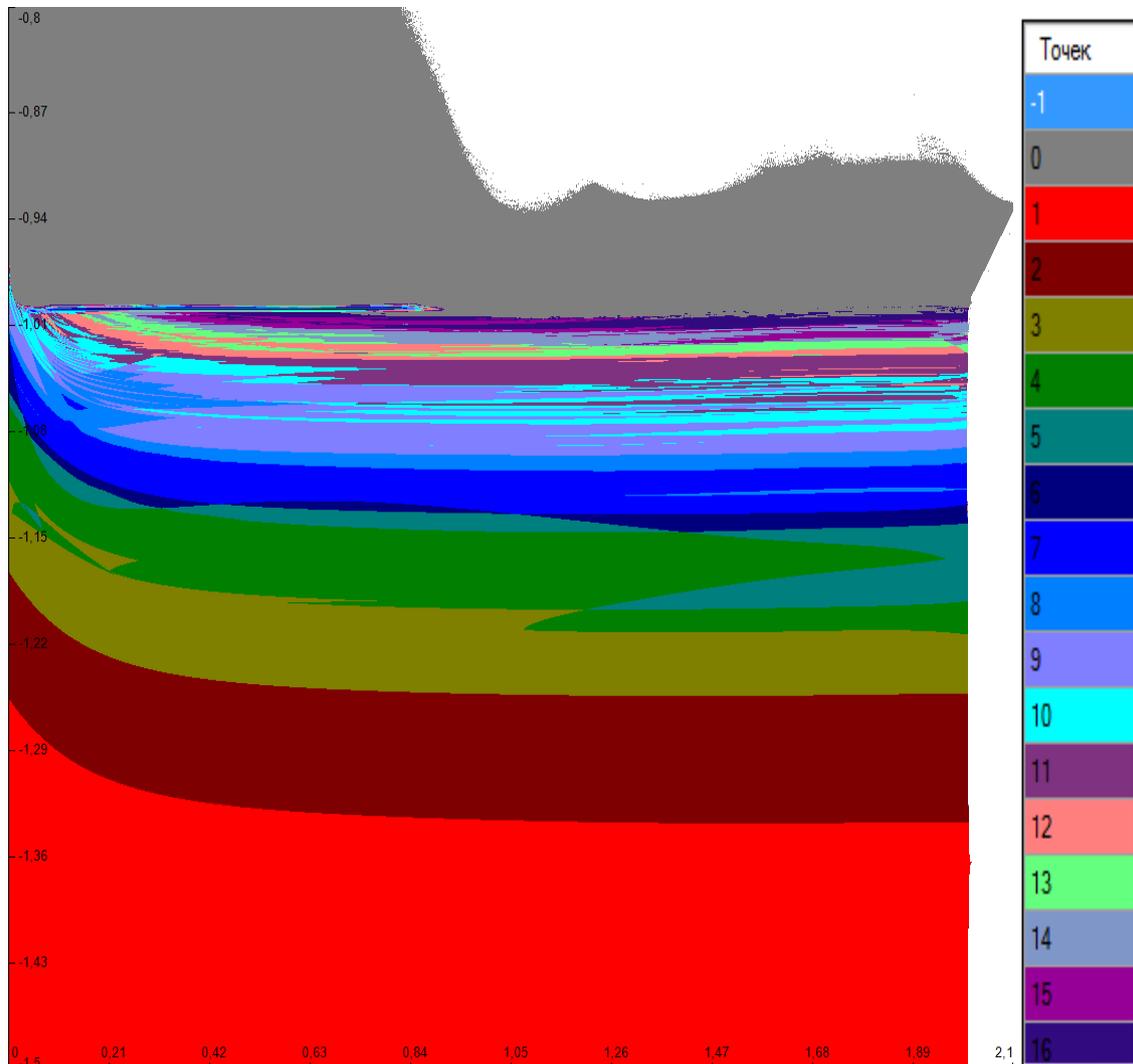


Рисунок 3.6 - Карта динамических режимов дискретного осциллятора Анищенко-Астахова (3.12) для параметров $0 < g < 2$; $-1.108 < t < -0.8$; $\varepsilon = 1$ (переходный период – 10 итераций)

Выяснилось, что при увеличении длительности переходного процесса (периода установления) на карте динамических режимов можно видеть появление новых областей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате выполнения выпускной квалификационной работы был подробно изучен программный комплекс Discrete solver 1.0, который служит для исследования дискретных отображений различной размерности. Данный комплекс позволяет в реальном времени строить фазовые портреты режимов функционирования изучаемой дискретной динамической системы, однопараметрическую (фазопараметрическую) бифуркационную диаграмму и карту динамических режимов. При выполнении работы было проведено детальное аналитическое и численное исследование (построена карта динамических режимов) для трехмерного отображения Рихтера. С использованием метода искусственной дискретизации были выведены уравнения для дискретных осцилляторов Ресслера и Анищенко-Астахова и были построены карты динамических режимов для этих дискретных систем.

Построение общих картин динамических режимов, реализуемых в указанных системах, и их исследование позволят использовать эти дискретные отображения в качестве индивидуальных элементов ансамблей связанных элементов с различными типами связи, и будут способствовать более ясному и наглядному описанию различных типов режимов, которые могут наблюдаться в ансамблях и сетях взаимодействующих элементов.