

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра электроники, колебаний и волн

Обобщенная синхронизация в связанных нелинейных системах

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студентки __4__ курса _____421__ группы
Направления 03.03.03 Радиофизика
факультета нелинейных процессов
Елиной Елены Андреевны

Научный руководитель
к.ф.-м.н., доцент

дата, подпись

О.И. Москаленко

Заведующий кафедрой
член-корр. РАН, профессор

дата, подпись

Д.И. Трубецков

Саратов 2017 год

Введение

Хаотическая синхронизация представляет собой одно из важнейших нелинейных явлений, привлекающих к себе пристальное внимание исследователей [1]. Этот феномен интересен тем, что он имеет очень важное как теоретическое, так и прикладное значение, например, в задачах скрытой передачи информации, при исследовании динамики биологических и физиологических систем, при управлении хаосом в системах сверхвысокочастотной электроники [2,3].

В настоящее время известно несколько различных типов хаотической синхронизации: фазовая синхронизация [4], обобщенная синхронизация [5], полная синхронизация [6] и синхронизация с запаздыванием [7]. Известно также, что эти типы синхронного поведения могут рассматриваться как различные проявления одного и того же режима, известного как синхронизация временных масштабов [8].

Каждый из вышеперечисленных типов хаотической синхронизации характеризуется своими особенностями и способами диагностики, при этом режим обобщенной синхронизации выделяется среди других известных типов синхронного поведения. Этот режим изначально был введен в рассмотрение только для системы двух однонаправлено связанных хаотических осцилляторов [5]. Позднее явление обобщенной синхронизации было расширено на взаимно связанные системы и сети связанных нелинейных элементов [9].

В настоящее время режим обобщенной синхронизации активно исследуется: предложены методы диагностики этого режима, выявлены механизмы его возникновения в системах с различным типом связи, обнаружены особенности поведения границы возникновения синхронного режима при изменении управляющих параметров, исследовано влияние шума на обобщенную синхронизацию и ее взаимосвязь с другими типами синхронного поведения, найдены области практического применения этого

режима. Тем не менее, несмотря на наличие достаточно большого числа работ, посвященных данной тематике, ряд вопросов, связанных с исследованием обобщенной синхронизации, остается до сих пор открытым. Целью дипломной работы является изучить два метода диагностики режима обобщенной синхронизации: метод вспомогательной системы и метод ближайших соседей.

Обобщенная синхронизация в системах с однонаправленной связью

Для однонаправлено связанных хаотических осцилляторов режим обобщенной синхронизации означает, что между состояниями этих систем, ведущей $x_d(t)$ и ведомой $x_r(t)$, существует некоторая функциональная зависимость $F[\bullet]$, такая, что после завершения переходного процесса устанавливается функциональное соотношение $x_r(t)=F[x_d(t)]$ [5]. Сам вид данной зависимости $F[\bullet]$ может быть достаточно сложным, в том числе фрактальным, а процедура ее нахождения не совсем простой. Выделяют сильную и слабую обобщенную синхронизацию [10]. При этом следует отметить, что в качестве взаимодействующих осцилляторов могут выступать две разные динамические системы, в том числе и с различной размерностью фазового пространства.

Существует несколько методов диагностирования режима обобщенной синхронизации хаотических осцилляторов, среди которых наибольшее распространение получили метод ближайших соседей [5], метод вспомогательной системы [11], метод расчета условных ляпуновских экспонент [10] и метод, основанный на анализе спектрального состава сигнала [12]. Рассмотрим два из них (метод вспомогательной системы и метод ближайших соседей) на примере двух однонаправленно связанных осцилляторов Рёсслера:

$$\begin{aligned} \dot{x}_d &= -\omega_d y_d - z_d, & \dot{x}_r &= -\omega_r y_r - z_r + \varepsilon(x_d - x_r), \\ \dot{y}_d &= \omega_d x_d + a y_d, & \dot{y}_r &= \omega_r x_r + a y_r, \\ \dot{z}_d &= p + z_d(x_d - c), & \dot{z}_r &= p + z_r(x_r - c), \end{aligned}$$

где параметр ε характеризует величину связи между осцилляторами. Значения управляющих параметров были выбраны следующими: $a = 0.15$, $p = 0.2$, $c = 10.0$. Параметр ω_r , характеризующий собственную частоту колебаний ведомой системы, фиксировался $\omega_r = 0.95$, а аналогичный параметр ведущей системы принимал либо значение $\omega_d = 0.99$ (случай большой расстройки), либо $\omega_d = 0.93$ (случай малой расстройки) [13].

Анализ режима обобщенной синхронизации при помощи метода вспомогательной системы

Рассмотрим сначала результаты применения метода вспомогательной системы. Суть данного метода заключается в следующем [11]: вместе с ведомой системой $x_r(t)$ рассматривается вспомогательная система $x_a(t)$, идентичная ведомой системе по значениям управляющих параметров, но стартовая с других начальных условий, но лежащих в бассейне притяжения того же хаотического аттрактора. При отсутствии режима обобщенной синхронизации между взаимодействующими системами состояния ведомой $x_r(t)$ и вспомогательной $x_a(t)$ систем принадлежат одному и тому же хаотическому аттрактору, но являются различными. В режиме обобщенной синхронизации в силу выполнения соотношений $x_r(t) = F[x_d(t)]$ и, соответственно, $x_a(t) = F[x_d(t)]$ после завершения переходного процесса состояния ведомой и вспомогательной систем должны стать идентичными $x_r(t) \equiv x_a(t)$. Иными словами, эквивалентность состояний ведомой и вспомогательной систем после переходного процесса является критерием наличия обобщенной синхронизации между ведущим и ведомым осцилляторами.

На рисунках 1-2 приведены плоскости состояний ведущей и ведомой систем Ресслера (верхние рисунки), а также ведомой и вспомогательной систем (нижние рисунки) при $\omega_d = 0.99$ и двух различных значениях параметра связи. Рисунок 1 соответствует случаю слабой связи ($\varepsilon = 0.07$). В данном случае все точки на плоскостях состояний взаимодействующих систем оказываются разбросанными случайным образом как по плоскости (x_d, x_r) , так и плоскости (x_r, x_a) , что свидетельствует об отсутствии режимов и полной, и обобщенной синхронизации. При увеличении параметра связи ($\varepsilon = 0.12$, рисунок 2) точки на плоскости (x_r, x_a) начинают выстраиваться вдоль главной диагонали, что соответствует идентичности состояний ведомой и вспомогательной систем, а следовательно, наличию режима обобщенной синхронизации, в то время как на плоскости (x_d, x_r) образуется структура, напоминающая хаотический аттрактор. Данная структура отражает наличие функциональной связи между состояниями взаимодействующих систем, причем это функциональное соотношение является фрактальным. Иными словами, при $\varepsilon = 0.12$ в системе двух однонаправленно связанных осцилляторов Ресслера реализуется режим слабой обобщенной синхронизации.

Аналогичная ситуация наблюдается в исследуемой системе при $\omega_d = 0.93$, однако, критическое значение параметра связи, соответствующее установлению синхронного режима, сдвигается в данном случае в сторону больших значений. При этом, разброс точек на плоскостях состояний взаимодействующих систем оказывается менее сильным по сравнению со случаем относительно большой расстройки.

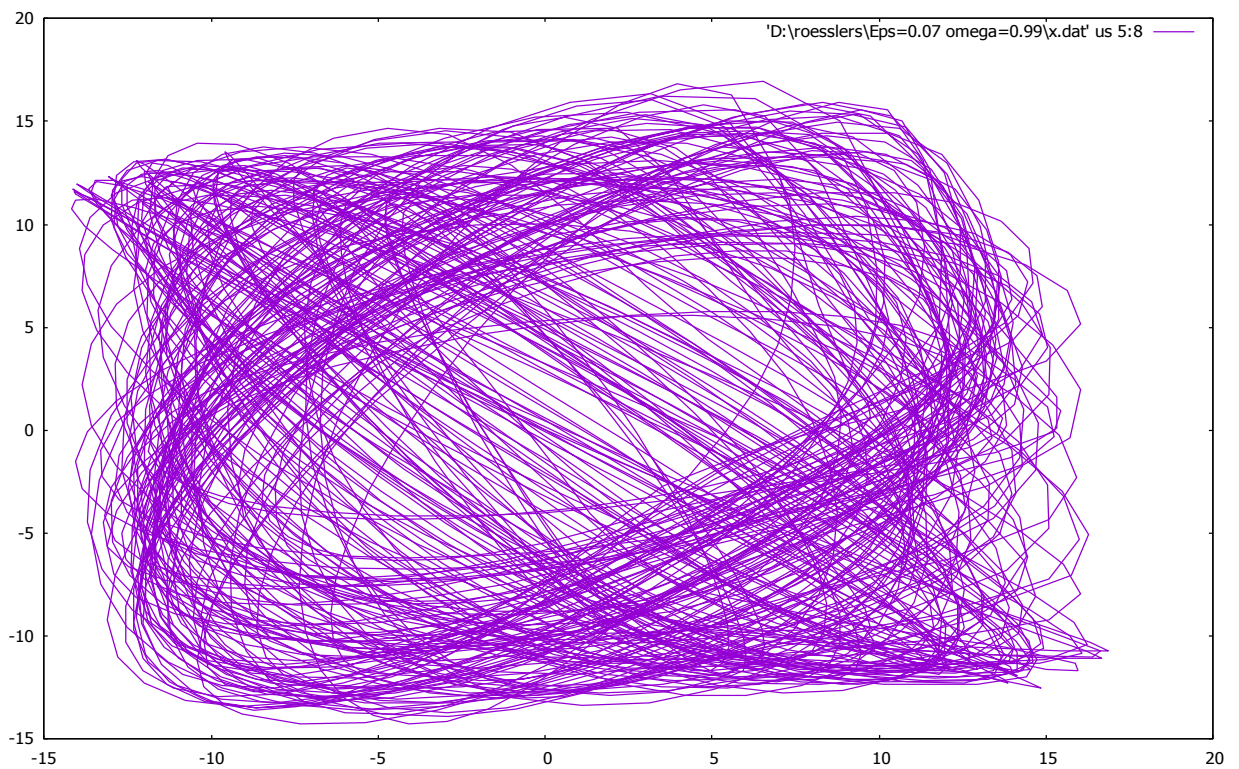
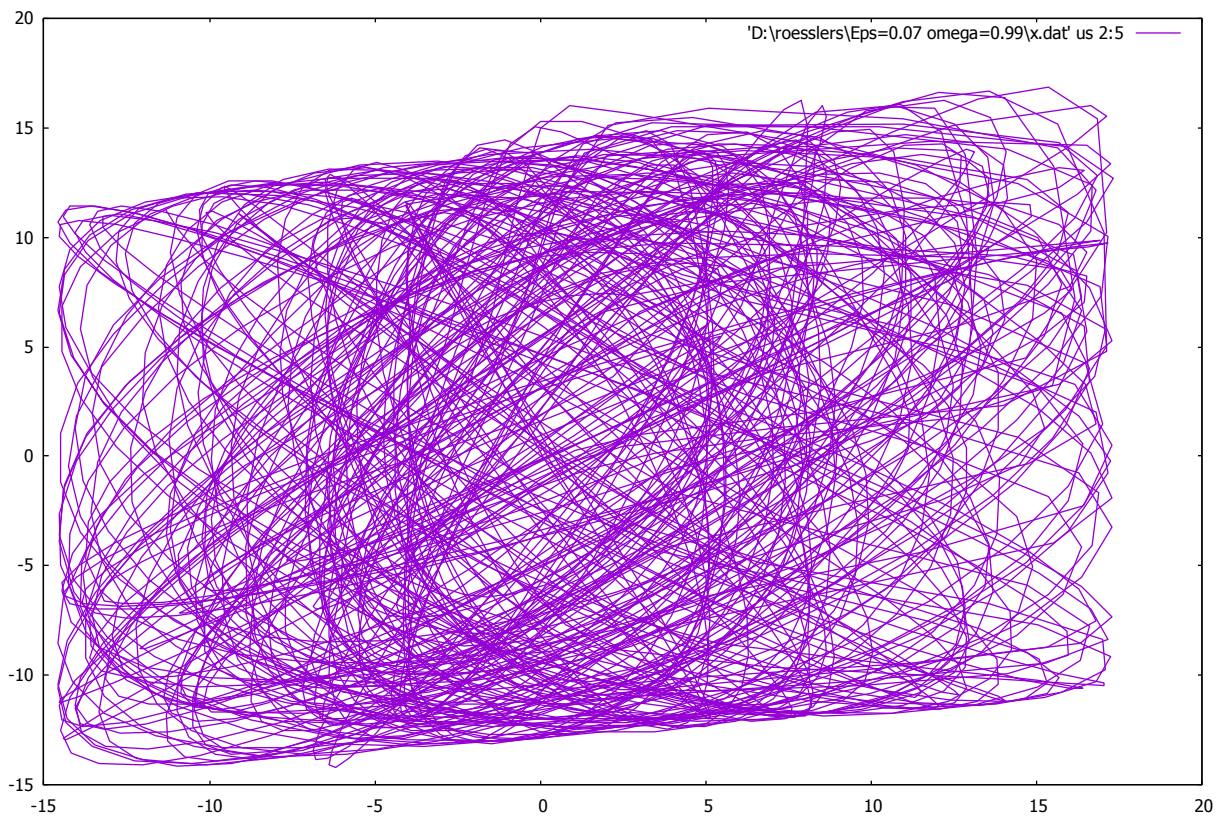


Рисунок 1 – Плоскости (x_d, x_r) (верх) и (x_r, x_a) (низ), характеризующие состояния взаимодействующих систем Ресслера, при $\varepsilon = 0.07$ и $\omega_d = 0.99$. Режим обобщенной синхронизации отсутствует.

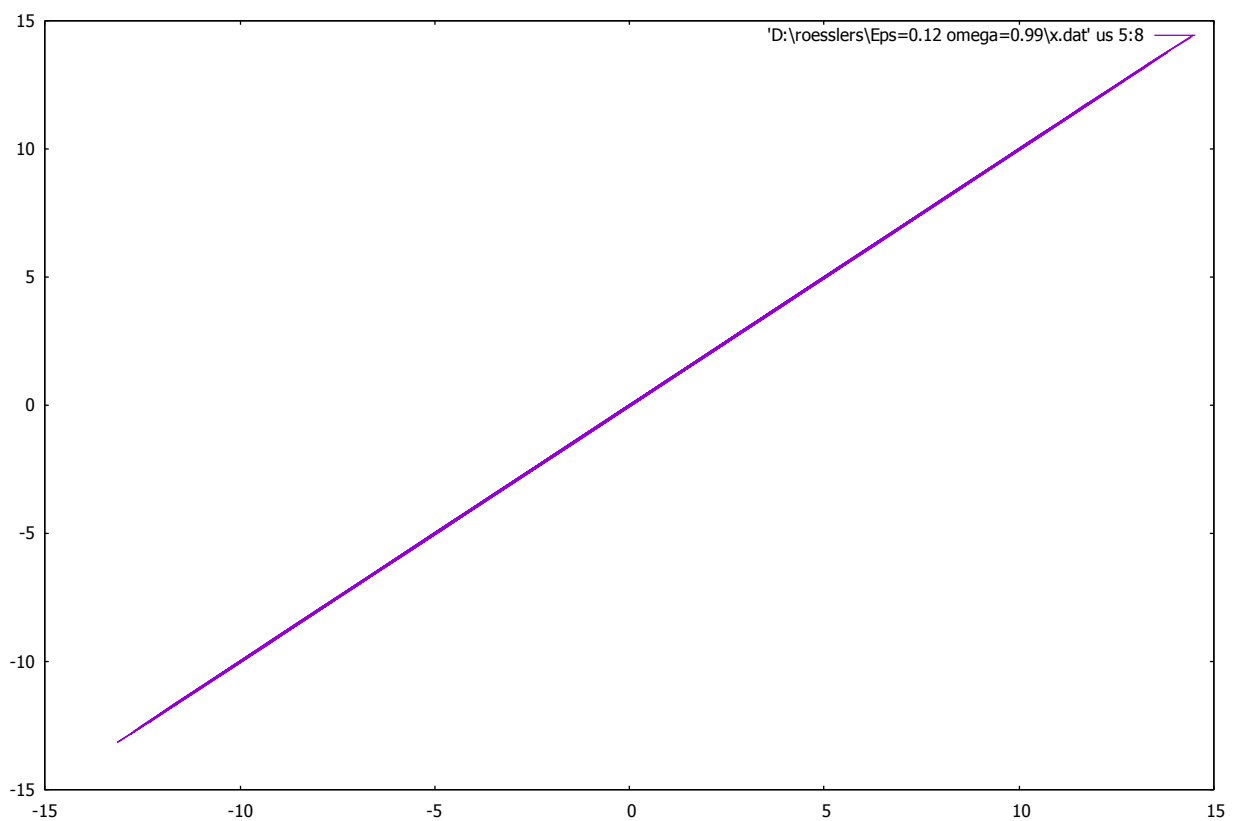
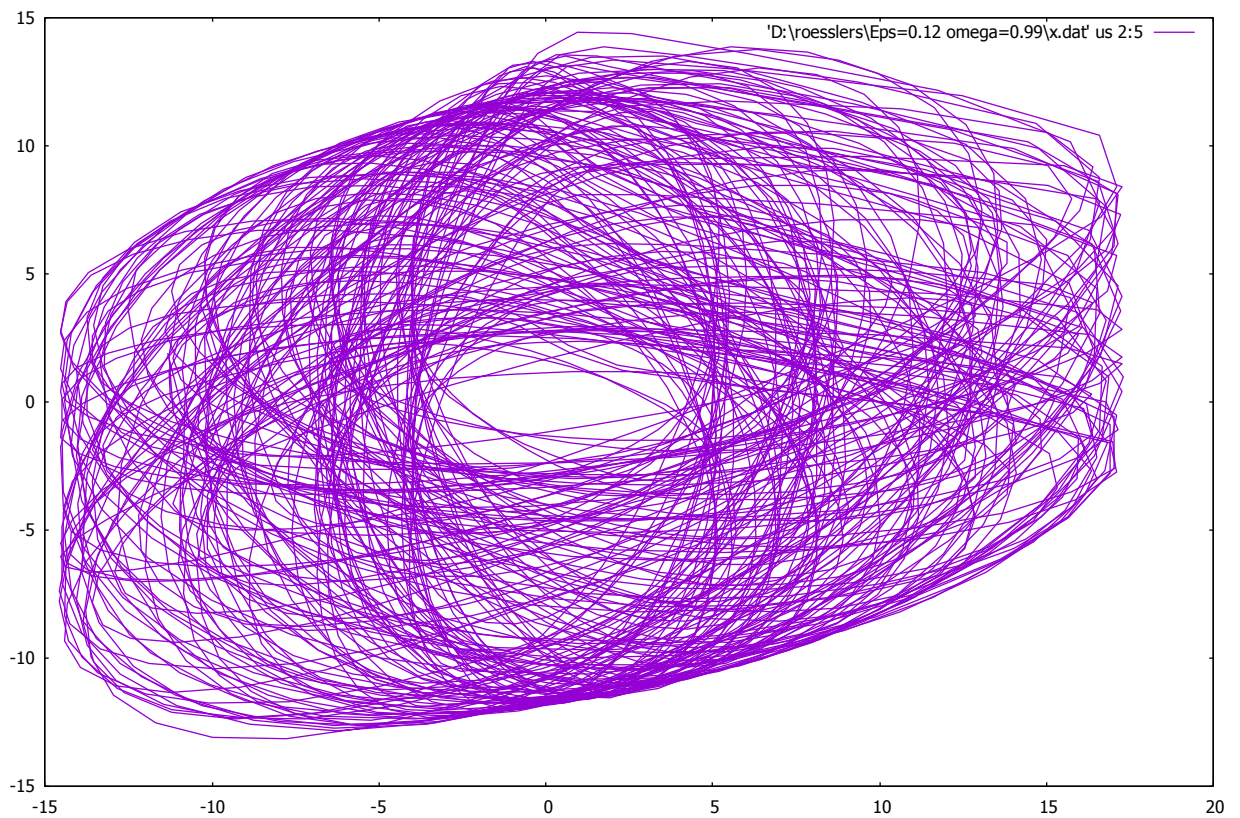


Рисунок 2 – Плоскости (x_d, x_r) (верх) и (x_r, x_a) (низ), характеризующие состояния взаимодействующих систем Ресслера, при $\varepsilon = 0.12$ и $\omega_d = 0.99$. Режим обобщенной синхронизации наблюдается.

Анализ режима обобщенной синхронизации при помощи метода ближайших соседей

Перейдем к анализу режима обобщенной синхронизации в системе двух одинаково связанных осцилляторов Ресслера при помощи метода ближайших соседей. Согласно данному методу, наличие функциональной зависимости $F[\bullet]$ между состояниями ведущей и ведомой систем заключается в том, что два близких состояния в фазовом пространстве ведомого осциллятора соответствует двум близким состояниям в пространстве ведущей системы [5] (см. рисунок 3).

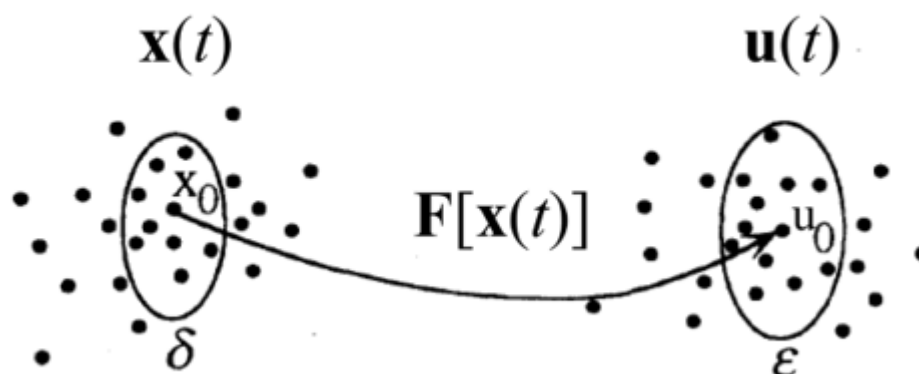


Рисунок 3 – Иллюстрация метода ближайших соседей (из работы [5])

Для того чтобы проверить наличие функциональной связи между состояниями взаимодействующих систем, необходимо задать несколько опорных точек \mathbf{x}_0 в фазовом пространстве ведущей системы, найти их ближайших соседей (таких, что $\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0\| < \delta$) и проанализировать, каким образом будут вести себя образы этих ближайших соседей \mathbf{u}_i в фазовом пространстве ведомой системы. Если образы будут оставаться близкими друг к другу, независимо от выбора опорного состояния, то можно говорить о наличии обобщенной синхронизации в исследуемой системе. В отсутствие обобщенной синхронизации образы ближайших соседей будут разбросаны случайным образом по всему аттрактору ведомой системы (асинхронный

режим), либо сгруппированы в ограниченной области аттрактора достаточно большого радиуса (режим фазовой синхронизации).

Результаты применения метода ближайших соседей к исследуемой системе иллюстрируют рисунки 4-5 ($\omega_d = 0.93$) и рисунки 6-7 ($\omega_d = 0.99$). В каждом случае (верхние рисунки) в фазовом пространстве ведущей системы были случайным образом выбраны три опорные точки, располагающиеся в различных областях аттрактора, и найдены их ближайшие соседи (показаны цветами). Нижние рисунки иллюстрируют поведение образов этих ближайших соседей в фазовом пространстве ведомой системы. На рисунках 4 и 6 режим обобщенной синхронизации отсутствует (образы ближайших соседей распределены случайно (рисунок 6) или сгруппированы в ограниченной области аттрактора (рисунок 4)). На рисунках 5 и 7 режим обобщенной синхронизации наблюдается, однако, его диагностирование возможно только в случае относительно слабой расстройки (рисунок 5). В данном случае образы ближайших соседей ведут себя точно также, как и сами ближайшие соседи, то есть остаются близкими друг к другу. В случае большой расстройки (рисунок 7) ввиду потери фазовой когерентности хаотическим аттрактором ведомой системы детектирование обобщенной синхронизации при помощи метода ближайших соседей оказывается затруднительным.

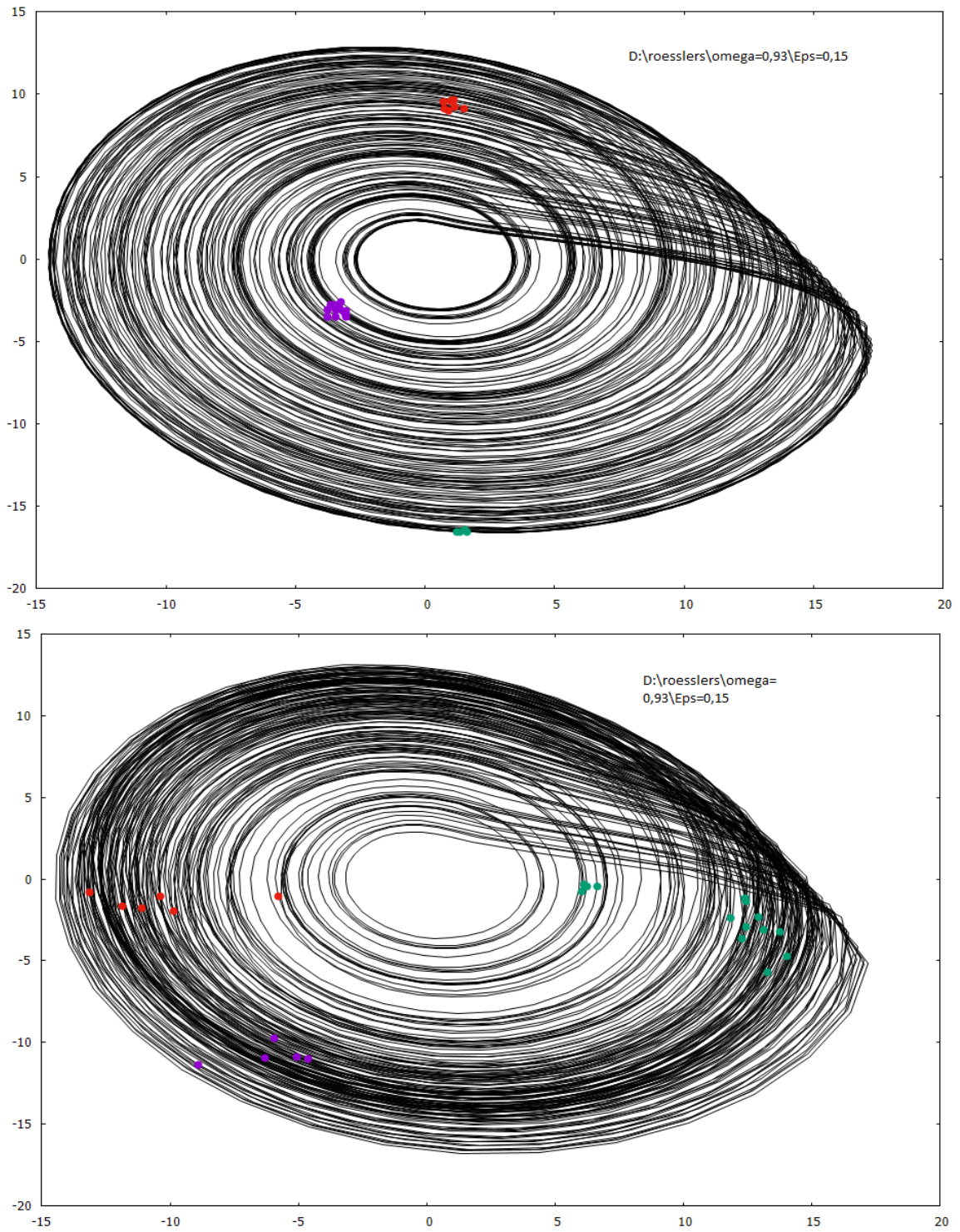


Рисунок 4 – Фазовые портреты ведущей (верх) и ведомой (низ) систем Ресслера при $\omega_d = 0.93$ и $\varepsilon = 0.15$. На верхнем рисунке показаны три случайно выбранные точки и их ближайшие соседи. Нижние рисунки иллюстрируют их образы в фазовом пространстве ведомой системы. Режим обобщенной синхронизации отсутствует

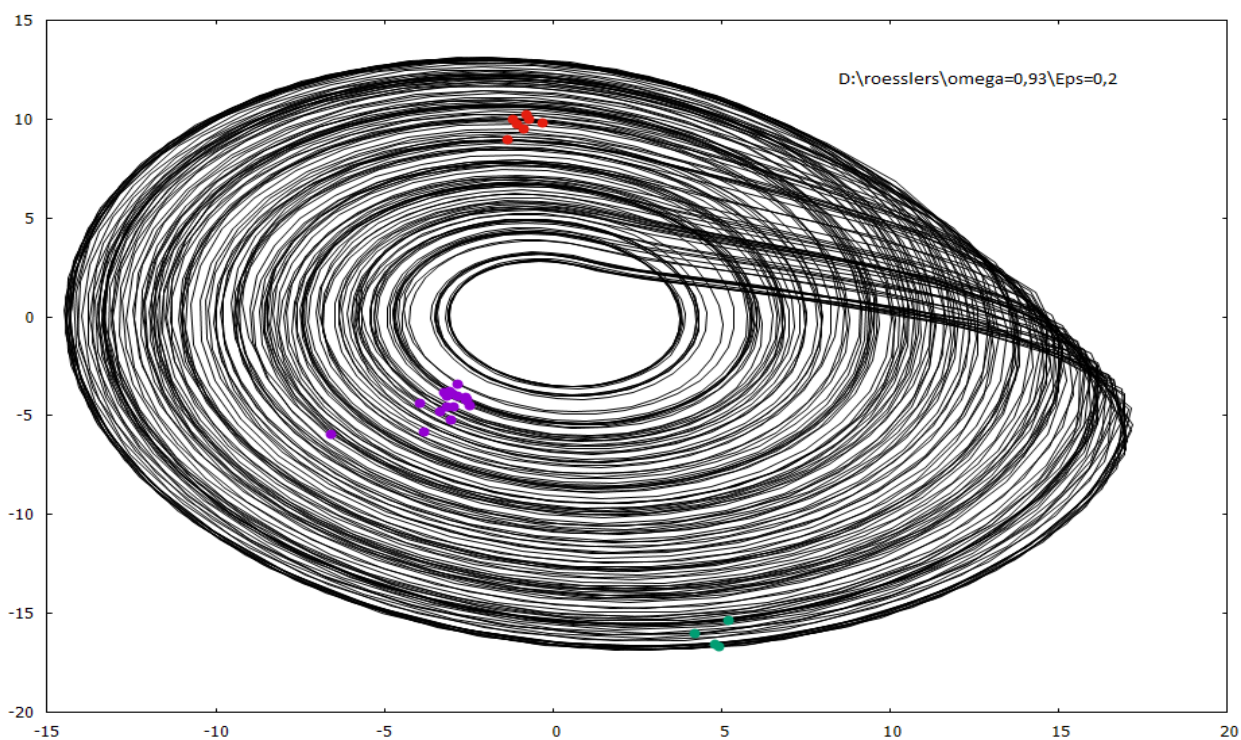
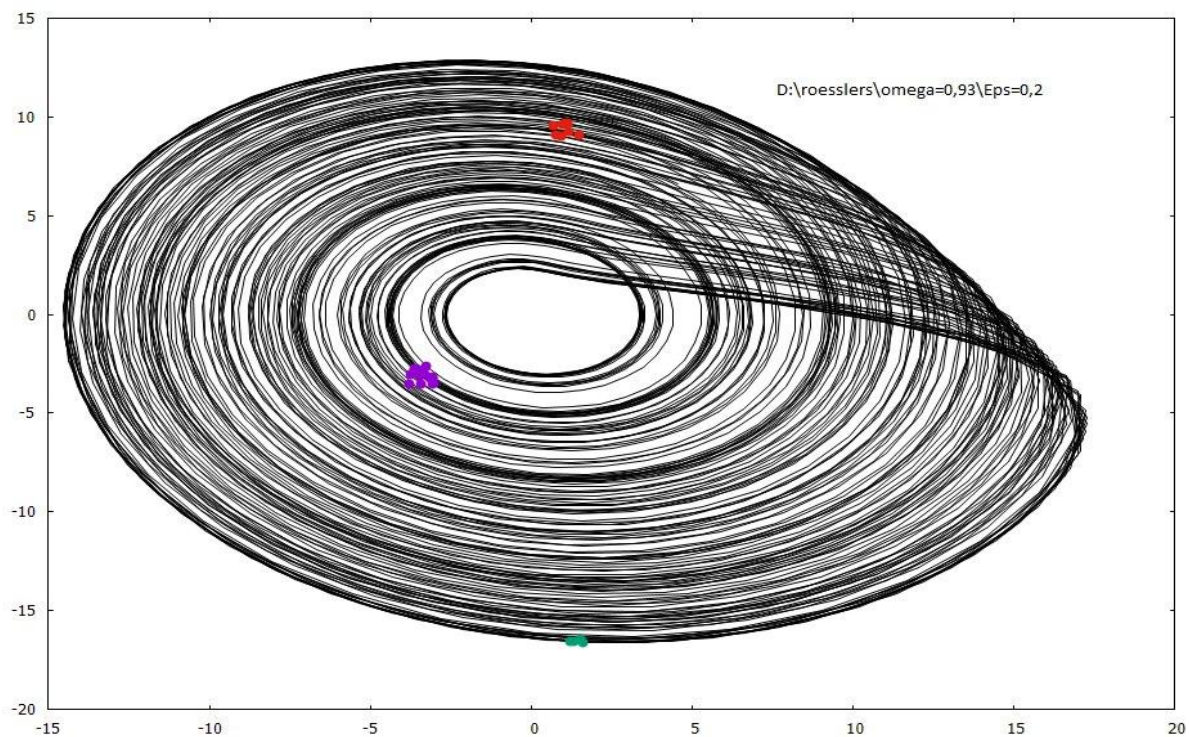


Рисунок 5 – Фазовые портреты ведущей (верх) и ведомой (низ) систем Ресслера при $\omega_d = 0.93$ и $\varepsilon = 0.2$. На верхнем рисунке показаны три случайно выбранные точки и их ближайшие соседи. Нижние рисунки иллюстрируют их образы в фазовом пространстве ведомой системы. Режим обобщенной синхронизации наблюдается

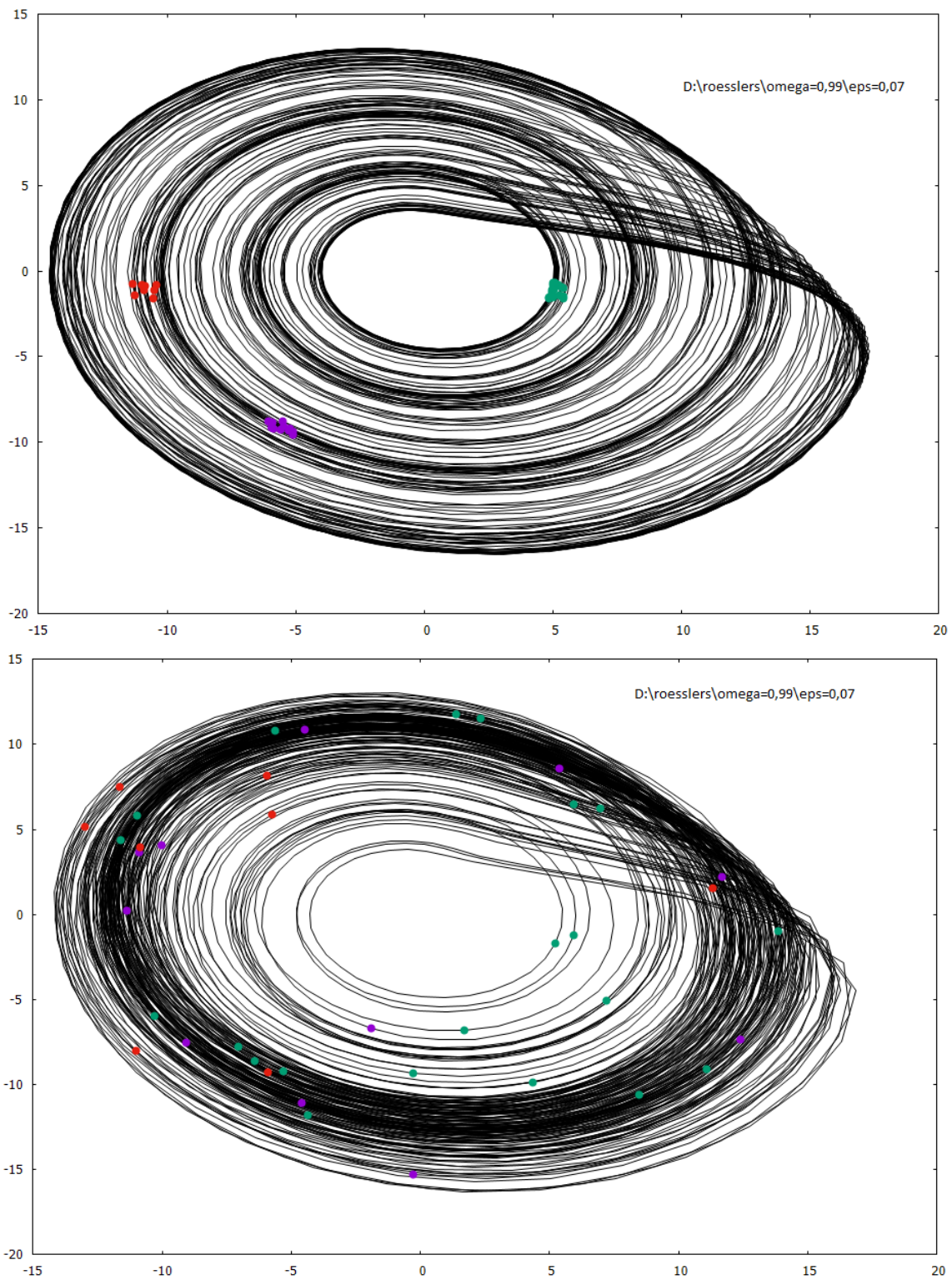


Рисунок 6 – Фазовые портреты ведущей (верх) и ведомой (низ) систем Ресслера при $\omega_d = 0.99$ и $\varepsilon = 0.07$. На верхнем рисунке показаны три случайно выбранные точки и их ближайшие соседи. Нижние рисунки иллюстрируют их образы в фазовом пространстве ведомой системы. Режим обобщенной синхронизации отсутствует

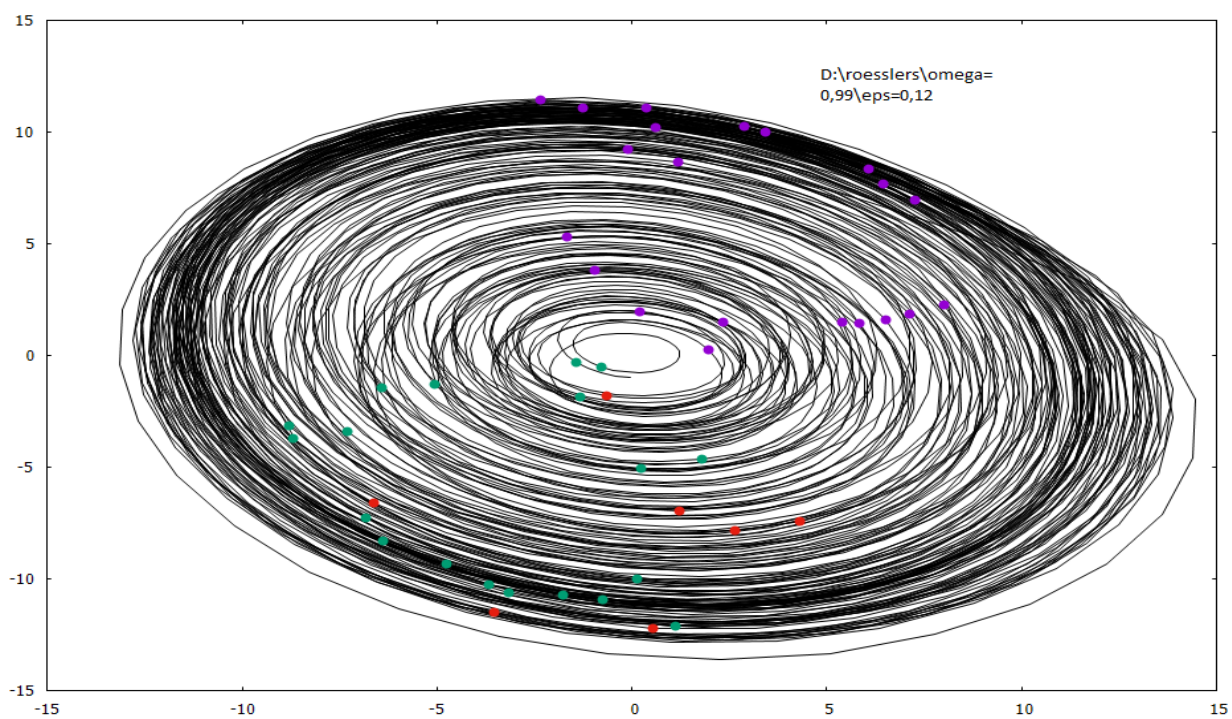
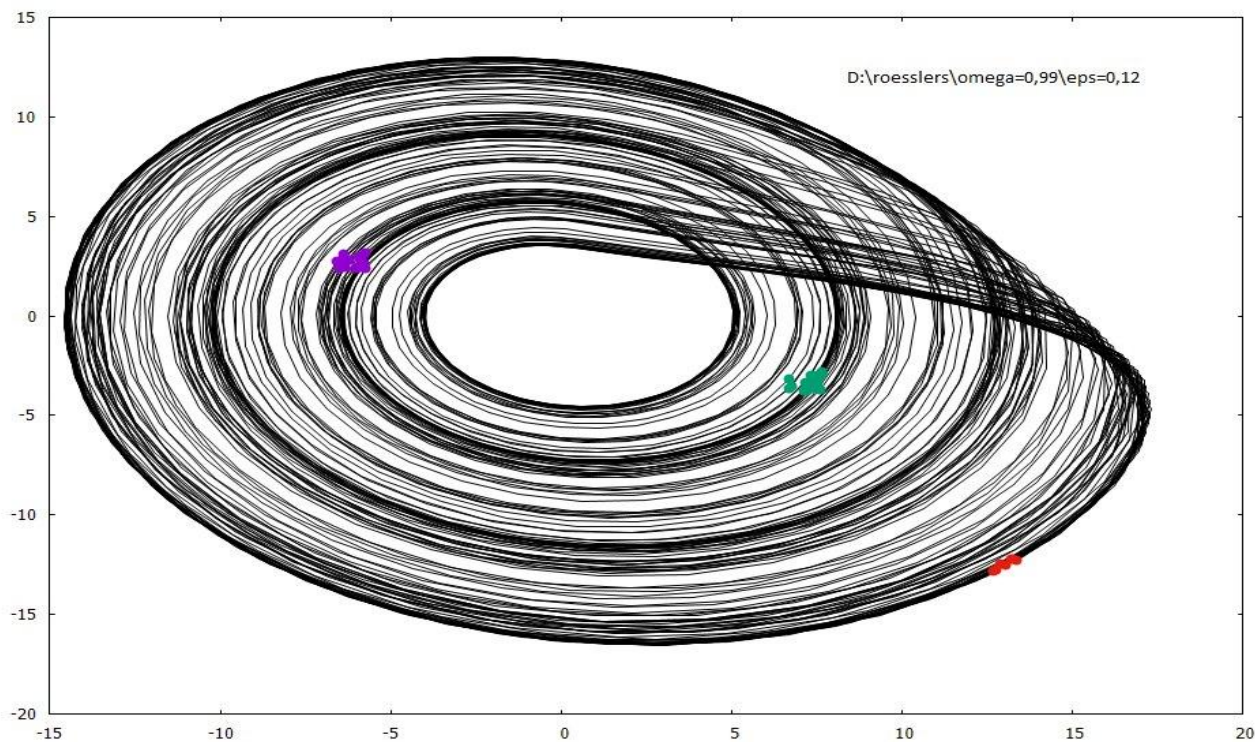


Рисунок 7– Фазовые портреты ведущей (верх) и ведомой (низ) систем Ресслера при $\omega_d = 0.99$ и $\varepsilon = 0.12$. На верхнем рисунке показаны три случайно выбранные точки и их ближайшие соседи. Нижние рисунки иллюстрируют

их образы в фазовом пространстве ведомой системы. Режим обобщенной синхронизации не диагностируется.

Заключение

Таким образом, проанализирована возможность возникновения режима обобщенной синхронизации в двух однонаправленно связанных системах Ресслера при помощи метода вспомогательной системы и метода ближайших соседей. Рассмотрены случаи относительно большой и относительно слабой расстройки между системами и проведено сравнение между ними. Показано, что метод ближайших соседей для диагностики обобщенной синхронизации является недостаточно точным, так как в отличие от метода вспомогательной системы не позволяет точно определить порог возникновения синхронного режима, а в случае относительно большой расстройки делает его диагностику вовсе невозможной.

Список литературы

- 1 Пиковский А., Розенблум М., Куртс Ю. Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление. М.: Техносфера, 2003.
- 2 Sitnikova E.Yu., Hramov A.E., Grubov V.V., Koronovskii A.A. Rhythmic activity in EEG and sleep in rats with absence epilepsy. *Brain research bulletin*. 120, (2016) 106-116
- 3 Короновский А.А., Москаленко О.И., Храмов А.Е. О применении хаотической синхронизации для скрытой передачи информации. *УФН*. 179, 12 (2009) 1281-1310
- 4 Анищенко В.С., Постнов, Д.Э. Эффект захвата фазовой частоты хаотических колебаний. Синхронизация странных аттракторов. *Письма в ЖТФ*. 14, 6 (1988) 569-572
- 5 Rulkov N. F., Sushchik M. M., Tsimring L. S., Abarbanel H. D.I. Generalized synchronization of chaos in directionally coupled chaotic systems. *Phys. Rev. E*. 51 (2) (1995) 980-994
- 6 Pecora L. M., Carroll T. L. Synchronization in chaotic systems. *Phys. Rev. Lett*. 64 (8) (1990) 821-824
- 7 Rosenblum M. G., Pikovsky A. S., Kurths J. From phase to lag synchronization in coupled chaotic oscillators. *Phys. Rev. Lett*. 78 (22) (1997) 4193-4196
- 8 Hramov A.E., Koronovskii A.A. An approach to chaotic synchronization. *CHAOS*. 14, 3 (2004) 603-610
- 9 Moskalenko O.I., Koronovskii A.A., Hramov A.E., Boccaletti S. Generalized synchronization in mutually coupled oscillators and complex networks. *Phys. Rev. E*. 86, (2012) 036216
- 10 Pyragas K. Weak and strong synchronization of chaos. *Phys. Rev. E*. 54 (5) (1996) R4508-R4511

- 11 Abarbanel H. D.I., Rulkov N. F., Sushchik M. M. Generalized synchronization of chaos: The auxiliary system approach. *Phys. Rev. E.* 53 (5) (1996) 4528-4535
- 12 Dmitriev B.S., Hramov A.E., Koronovskii A.A., Starodubov A.V., Trubetskov D.I., Zharkov Yu.D. First Experimental Observation of Generalized Synchronization Phenomena in Microwave Oscillators. *Phys. Rev. Lett.* 102, (2009) 074101
- 13 Hramov A.E., Koronovskii A.A., Moskalenko O.I. Generalized synchronization onset. *Europhysics Letters.* 72, 6 (2005) 901-907