

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра физики открытых систем

**ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЛЕКТИВНОЙ ДИНАМИКИ В РЕШЕТКАХ И
СЕТЯХ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С РАЗЛИЧНОЙ ТОПОЛОГИЕЙ**

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студента 2 курса 214 группы
направления 03.04.01 — Прикладные математика и физика
факультета нелинейных процессов
Андреева Андрея Викторовича

Научный руководитель
профессор, д. ф.-м. н.

А. Е. Храмов

Заведующий кафедрой
профессор, д. ф.-м. н.

А. А. Короновский

Саратов 2017

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время задача изучения сетей с различной топологией является перспективной в связи с тем, что с их помощью можно моделировать множество существующих в нашей жизни процессов и объектов [1]. Сети в настоящее время являются неотъемлемой частью нашей жизни. В настоящей работе изучаются сети ридберговских атомов и отображений Рулькова, которые являются модельными системами настоящих нейронов.

Значительный теоретический интерес вызывает задача возникновения хаотической (характеризующейся одним положительным ляпуновским показателем) и гиперхаотической (с двумя и более положительными ляпуновскими показателями) динамики в квантовой системе. Системы с ридберговскими атомами являются перспективными для хранения и передачи информации. В связи с этим является перспективной задачей анализ методик подавления хаотической динамики в таких системах, т.к. хаос может приводить к разрушению хранимой или передаваемой через систему информации.

Интерес к математическому моделированию нейронной синхронизации значительно возрос после нейробиологических экспериментов с двумя электрически связанными нейронами [2], где были обнаружены различные синхронные состояния. Для того, чтобы отразить кооперативную нейронную динамику, были разработаны численные модели, основанные на итерируемых отображениях или дифференциальных уравнениях с различной конфигурацией связи [2]. В зависимости от силы связи и длительности синоптической задержки связанные нейроны генерируют спайковые последовательности, которые происходят в одно и то же время, или демонстрируют пачечную активность с положительными или отрицательными задержками.

Из вышесказанного вытекают **цели** данной работы: исследование динамики в сетях ридберговских атомов на наличие хаотической и гиперхаотической динамики; анализ возможности управления гиперхаосом с помощью параметрического воздействия и обратной связи; исследование динамики в сетях связанных отображений Рулькова.

Для решения данных целей при выполнении выпускной работы были решены следующие **научные задачи**:

- моделирование замкнутых цепочек и квадратных решеток связанных ридберговских атомов;

- расчет спектров показателей Ляпунова и бифуркационных диаграмм для них;
- изучение механизмов перехода к хаосу и гиперхаосу в таких системах;
- расчет спектров условных показателей Ляпунова для цепочек и решеток связанных ридберговских атомов, находящихся под внешним параметрическим воздействием и при наличии в системе внешней обратной связи;
- моделирование отображения Рулькова, цепочки из однонаправленных связанных отображений Рулькова и сетей из отображений Рулькова, связанных каждый с каждым со случайной силой связи;
- изучение влияния таких параметров системы, как число элементов, амплитуда внешнего воздействия и внутреннего шума, на динамику таких систем;
- расчет когерентности, степени синхронизации, характерного времени корреляции и стандартного отклонения амплитуды усредненного сигнала.

Настоящая работа состоит из двух глав:

- **Глава 1** - Исследование систем связанных ридберговских атомов;
- **Глава 2** - Исследование связанных отображений Рулькова.

Результаты выпускной магистерской работы были опубликованы в виде 2 статей, индексируемых в ВАК [3, 4], одной статьи, индексируемой в Scopus [5] и 9 тезисов докладов [6–14].

В ходе выполнения работы были получены 2 свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ.

Основное содержание работы

В главе 1 настоящей работы проводится исследование динамики замкнутых цепочек и решеток ридберговских атомов на наличие хаотических и гиперхаотических режимов колебания

Замкнутая цепочка из N связанных ридберговских атомов описывается следующей системой дифференциальных уравнений: [15]

$$\begin{aligned}\dot{w}_j &= -2\Omega \text{Im} q_j - w_j - 1, j = 1 : N \\ \dot{q}_1 &= i [\Delta - c(w_2 + w_N + 2)] q_1 - \frac{q_1}{2} + i \frac{\Omega}{2} w_1, \\ \dot{q}_k &= i [\Delta - c(w_{k-1} + w_{k+1} + 2)] q_k - \frac{q_k}{2} + i \frac{\Omega}{2} w_k, k = 2 : (N - 1), \\ \dot{q}_N &= i [\Delta - c(w_{N-1} + w_1 + 2)] q_N - \frac{q_N}{2} + i \frac{\Omega}{2} w_N.\end{aligned}\tag{1}$$

где w_j - инверсии, т.е. разности населенностей энергетических уровней атомов; q_j - недиагональные элементы матрицы плотности атома, которая является аналогом волновой функции и служит для описания состояния квантовомеханической системы; $c = 5$ - взаимодействие между атомами; $\Delta = \omega_l - \omega_0$ - отстройка частоты лазера; ω_l от собственной частоты ω_0 ; Ω - частота Раби, которая зависит от интенсивности лазера и отражает частоту, с которой осциллирует населенность возбужденного уровня атомной системы под действием резонансного лазерного излучения.

Для качественного анализа и диагностики режимов колебаний были построены бифуркационные диаграммы и проведен расчет спектров показателей Ляпунова. С их помощью в исследуемой системе было обнаружено наличие хаотической и гиперхаотической динамики. Для цепочки из 5 атомов была построена карта режимов, на которой были изображены области стационарного режима, периодических и квазипериодических колебаний, хаоса и гиперхаоса, характеризующегося двумя положительными показателями Ляпунова.

Был произведен анализ перехода к хаосу и гиперхаосу в исследуемой системе. Было обнаружено, что переход к хаосу осуществляется через каскад бифуркаций удвоений периода, при этом периодическая динамика рождается как окно периодичности в область квазипериодических колебаний.

В ходе работы были рассчитаны спектры пространственных показателей

Ляпунова для цепочек из 2 – 100 атомов. На основе полученных данных была построена интегральная характеристика зависимости максимального числа положительных ляпуновских показателей в области $\Delta \simeq 5$ от числа атомов в цепочке, изображенная на рисунке 1. В соответствии с рисунком 1 виден линейный рост числа положительных показателей с увеличением числа атомов в цепочке при $N > 10$. При малом же числе атомов в цепочке (< 10) данная зависимость является нелинейной, характеризующаяся локальным минимумом при $N = 6$ и максимумом при $N = 5$.

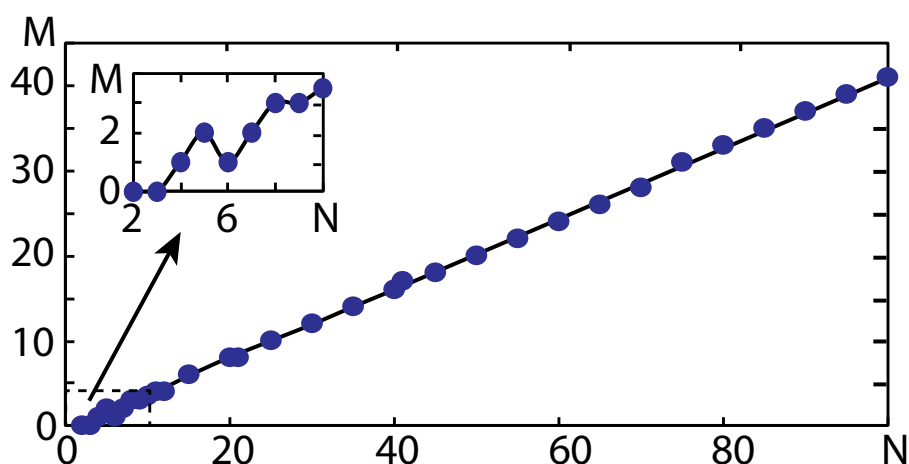


Рисунок 1 – Зависимость максимального числа положительных показателей Ляпунова от числа атомов в замкнутой цепочке при $\Omega = 2.5$.

При этом были рассчитаны спектры мощности колебаний переменной w_1 для замкнутых цепочек, состоящих из 2 – 40. Было установлено, что при увеличении размеров цепочки от 2 до 11 спектры мощности претерпевают существенные изменения, но, начиная с 11 атомов, спектры мощности перестают меняться, но число положительных показателей Ляпунова при этом продолжает расти.

Было дано объяснение этому явлению при помощи расчета корреляционных функций одного атома в цепочке от всех остальных. Было установлено, что атом при данных значениях управляемых параметров коррелирует лишь с 10 из них, поэтому, начиная с 11 атомов, добавление нового атома не приводит к изменению спектров мощности каждого атома в системе.

Для управления сложной динамикой в исследуемой системе в качестве метода подавления гиперхаотических колебаний было использовано введение внешнего параметрического воздействия [16]. В качестве последнего была выбрана модуляция частоты Раби Ω внешним параметрическим воздействием в

следующем виде:

$$\Omega = \Omega_m(1 + M \sin(2\pi ft)) \quad (2)$$

где Ω_m - частота Раби в автономной системе, M и f - глубина и частота модуляции параметра соответственно.

Система уравнений (1) с параметрическим воздействием (2) была проанализирована при значениях управляющих параметров, соответствующих гиперхаотической динамике в автономной системе при различных значениях амплитуды M и частоты f внешнего воздействия.

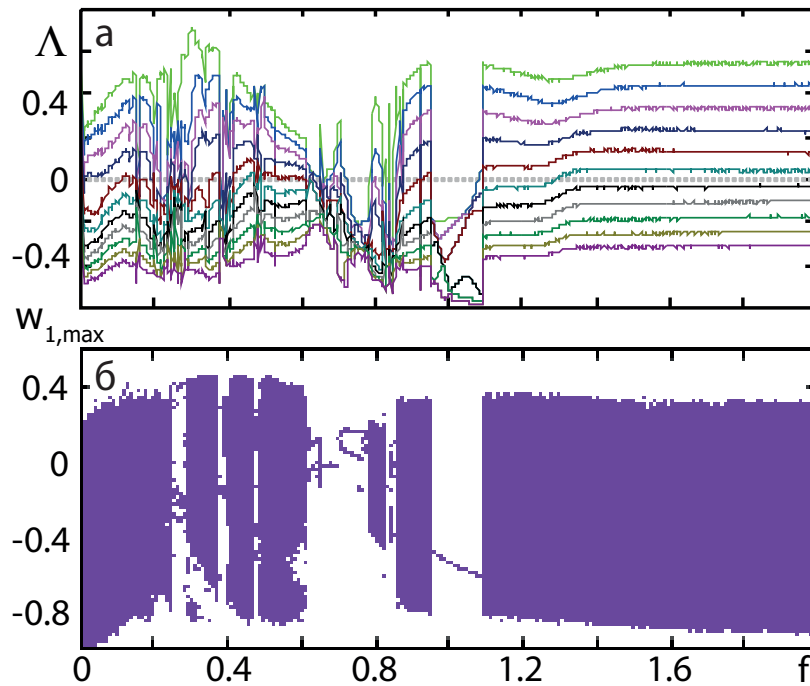


Рисунок 2 – Спектр условных показателей Ляпунова (а) и бифуркационная диаграмма (б) для замкнутой цепочки, состоящей из 15 ридберговских атомов при значении параметров $\Omega = 2.5$, $\Delta = 5.0$, соответствующих гиперхаосу, при изменении частоты внешнего воздействия, $M = 0.684$.

Исследование производилось при изменении частоты внешнего воздействия f при постоянном значении амплитуды $M = 0.684$. На рисунке 2 видны области параметра, при которых когда в системе полностью подавляется гиперхаос и устанавливается периодическая динамика, что соответствует в спектре старшему отрицательному показателю.

Исследуемые решетки из N связанных ридберговских атомов описываются следующей системой квазиклассических уравнений [15]:

$$\begin{aligned}\dot{w}_j &= -2\Omega \text{Im} q_j - \gamma(w_j + 1), \\ \dot{q}_j &= i \left[\Delta - c \sum_{\langle jk \rangle} (w_k + 1) \right] q_j - \frac{\gamma}{2} q_j + i \frac{\Omega}{2} w_j,\end{aligned}\tag{3}$$

где все переменные и параметры имеют тот же смысл, что и для системы 1, $j = 1 : N$ - номер атома.

В настоящей работе проводилось исследование квадратных решеток, состоящих из 4, 9, 16, 25 и 36 связанных ридберговских атомов. В таких системах так же, как и для цепочек, обнаружено наличие гиперхаоса. Было обнаружено, что при увеличении числа атомов в системе происходит практически линейный рост максимального числа положительных показателей Ляпунова в области гиперхаоса.

Для управления сложной динамикой в качестве методов подавления хаотической динамики использовалось введение внешнего параметрического воздействия [16] и введение непрерывной обратной связи [17]. В качестве параметрического воздействия, как и для замкнутых цепочек, была выбрана модуляция частоты Раби внешним периодическим воздействием, которое задается формулой (2).

Рассчитывается спектр условных показателей Ляпунова при изменении глубины модуляции M . В результате были обнаружены области значений амплитуды внешнего воздействия, когда в системе удастся достигнуть полного подавления гиперхаоса установить в ней периодическую динамику.

Метод управления колебаниями с помощью введения непрерывной обратной связи основан на модуляции интенсивности внешнего возбуждающего лазерного излучения сигналом, снимаемым с одного из атомов данной системы [17]:

$$\Omega = \Omega_m [1 + M(w_j - \bar{w}_j)]\tag{4}$$

где Ω_m - частота Раби в автономной системе, M – амплитуда обратной связи, j – номер атома, с которого реализуется обратная связь, $\bar{w}_j$ - среднее значение w за последние 5 секунд.

Были рассчитаны спектры условных пространственных показателей Ляпунова для решеток ридберговских атомов (3) под таким воздействием (4) при

тех же значениях управляющих параметров, что и для систем под внешним параметрическим воздействием (2). При подборе значения амплитуды обратной связи удастся уменьшить число положительных показателей Ляпунова с 3 лишь до 2, в то время как введение в систему внешнего параметрического воздействия позволяет уменьшить их число вплоть до 0. Последнее говорит о большей эффективности использования для контроля гиперхаотической динамики метода введения в систему внешнего параметрического воздействия по сравнению с методом введения непрерывной обратной связи.

В главе 2 проводится исследование динамики отображения Рутькова, замкнутых цепочек из этих отображений, а также сложных сетей из них.

Каждый элемент Рутькова описывается следующей системой уравнений с синоптической связью [18]:

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= f(x_n, x_{n-1}, y_n + \beta_n), \\ y_{n+1} &= y_n - \mu(x_n + 1) + \mu\sigma + \mu\sigma_n + \mu A^\xi \xi_n,\end{aligned}\tag{5}$$

где x_n – быстрая переменная, связанная с мембранным потенциалом и отражающая взаимодействие “быстрых ионных токов”, y_n – медленная переменная, которая моделирует динамическое “действие медленных ионных токов”. Медленное изменение во времени переменной y_n обуславливается малостью параметра μ . В настоящей работе при моделировании систем отображений Рутькова полагалось $\mu = 0.0005$. Параметр σ задает невозмущенное состояние нейрона. ξ – гауссовский шум с нулевым средним и стандартным отклонением, равным 1, A^ξ – амплитуда шума. β_n и σ_n описывают внешнее воздействие, которое включает в себя внешние токи деполяризации (возбуждающие) и гиперполяризации (подавляющие), часто используемые в экспериментальных исследованиях нейронов, а также различные синаптические входы, f – разрывная функция.

Параметры β_n и σ_n , описывающие внешнее воздействие, определяются как

$$\begin{aligned}\beta_n &= \beta^e I_n^{ext} + \beta^{syn} I_n^{syn}, \\ \sigma_n &= \sigma^e I_n^{ext} + \sigma^{syn} I_n^{syn}.\end{aligned}\tag{6}$$

Коэффициенты β^e и σ^e используются для балансировки внешних токов I_n^{ext} . β^{syn} и σ^{syn} – коэффициенты синоптической связи. I_n^{syn} – синоптический ток:

$$I_{n+1}^{syn} = \gamma I_n^{syn} - g_{syn} * \begin{cases} (x_n^{post} - x_{rp}), & \text{spike}^{pre}, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (7)$$

где g_{syn} – сила синаптической связи, $g_{syn} > 0$. Индексы *pre* и *post* соответствуют пресинаптическим и постсинаптическим переменным соответственно. Первое условие в (7) соответствует моменту генерации пресинаптического импульса (спайка) и определяется как $x_n^{pre} \geq \alpha + y_n^{pre} + \beta_n^{pre}$. Параметр γ – время релаксации синапса, $0 \leq \gamma \leq 1$. Он определяет часть синаптического тока, которая присутствует в следующей итерации. x_{rp} – обратный потенциал, который определяет тип синапса: подавляющий или возбуждающий.

Проводились исследования динамики одного отображения Рутькова в зависимости от наличия/отсутствия внешнего воздействия импульсной формы. Было установлено, что наличие шума в отображении приводит к изменению периода генерации спайков.

Следующим этапом было исследование влияния наличия/отсутствия внешнего воздействия в замкнутой цепочки из 50 однонаправленно связанных отображений Рутькова при наличии внутреннего шума. Для случая, когда на систему не подается внешнее воздействие, временные зависимости для всех отображений ведет себя абсолютно одинаково. Когда же на первое отображение оказывается внешнее воздействие, все нейроны начинают генерироваться спайки в разные моменты времени.

Затем проводилось исследование влияния наличия/отсутствия как внешнего воздействия, так и внутреннего шума в сети из 50 отображений Рутькова, которые были связаны каждый с каждым, но амплитуда каждой связи выбиралась случайно из диапазона от 0.0 до 0.1. Во время осуществления воздействия на первые 5 нейронов последние непрерывно генерируют спайки с амплитудой, выше обычной, при чем с течением времени эта амплитуда медленно увеличивается. В то же самое время остальные нейроны генерируют спайки лишь в течении некоторого промежутка времени, после переходят в режим "молчания" а через какое-то время снова начинают генерировать спайки, и т.д. После прекращения действия на систему внешнего стимула нейроны, которые подвергались воздействию, еще в течении некоторого времени продолжают осуществлять генерацию спайков, но уже с меньшей частотой и амплитудой, которые с течением времени уменьшаются вплоть до 0.

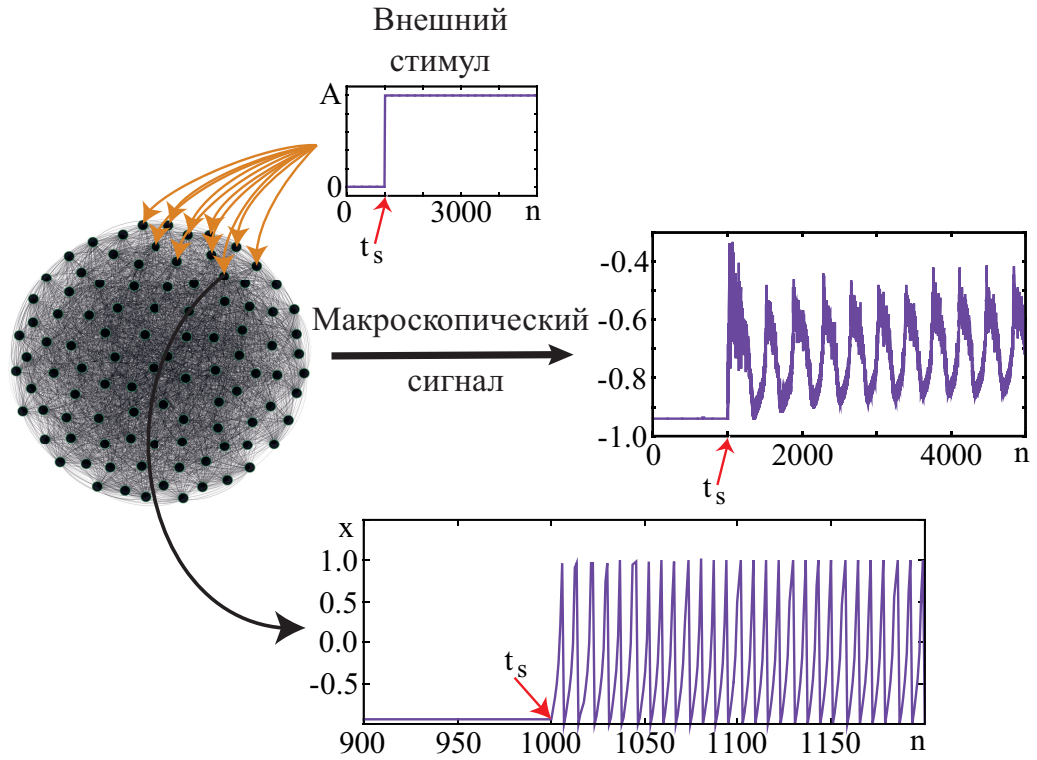


Рисунок 3 – Модель исследуемой системы из N отображений Рутькова, связанных каждый с каждым со случайной амплитудой связи. На часть нейронов подается внешний стимул амплитуды A , который возбуждает их. В результате со всей системы снимается макроскопический сигнал.

Проводилось моделирование сети из N отображений Рутькова, связанных каждый с каждым со случайной силой связи g_{syn} и временем релаксации γ (рисунок 3). Их величина случайно выбирается из диапазона от 0.0 до 0.1 и от 0.0 до 0.5 соответственно. Значения параметров $\alpha = 3.65$, $\sigma = 0.06$ выбраны таким образом, чтобы каждый нейрон, будучи автономным, находился в режиме молчания. Также полагаются $\beta(e) = 0.133$, $\sigma^e = 1.0$, $\beta_{syn} = 0.1$, $\sigma_{syn} = 0.5$ и $x_{rp} = 0.0$. В исследуемой системе внешний стимул подается на Na нейронов. Он представляет собой импульс следующей формы: сначала он равен 0, в момент t_s , когда мы подаем стимул, он становится равным A . Значения параметров выбраны так, что при применении внешнего стимула к системе все нейроны начинают периодически генерировать спайки.

Проводилось исследование влияния числа нейронов в сети, амплитуды внешнего воздействия и внутреннего шума. Был обнаружен эффект группировки. Он состоит в том, что при включении внешнего воздействия невозбуждаемые нейроны начинают то периодически генерировать спайки, то находиться в режиме молчания. На усредненном сигнале это отражается периодическим образованием всплесков.

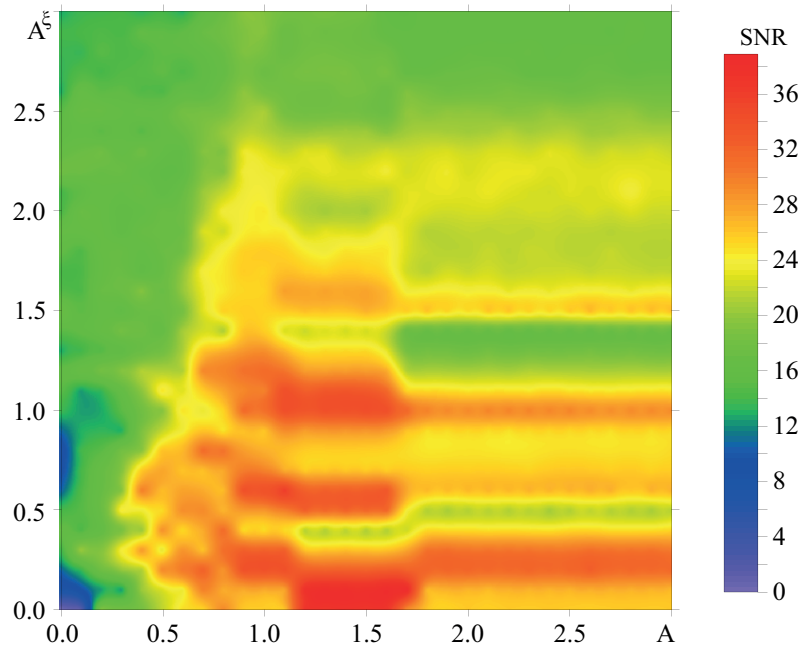


Рисунок 4 – Двухпараметрическая зависимость отношения сигнала к шуму (SNR) от амплитуды внешнего стимула A и амплитуды шума A^ξ при $Na = 10$, $N = 100$.

Для анализа явления периодической группировки рассчитывались зависимости отношения сигнала к шуму (SNR) от общего числа нейронов в системе N , числа нейронов, на которые подается внешний стимул Na , амплитуды стимула A и шума A^ξ . SNR рассчитывается из спектра мощности усредненного сигнала как разность амплитуды основной частоты и амплитуды фонового шума [19].

Был обнаружен эффект когерентного резонанса, когда для определенных значений амплитуды внешнего стимула отношение сигнала к шуму принимает максимальное значение. Для исследования эффекта когерентного резонанса была построена двухпараметрическая диаграмма зависимости отношения сигнала к шуму от амплитуды внешнего стимула и амплитуды шума (рисунок 4). На ней хорошо видны области когерентного резонанса при $0.8 < A < 1.7$ и $0.0 < A^\xi < 1.3$, которые на рисунке соответствуют красному цвету, когда SNR принимает максимальные значения. Также наблюдаются области синего цвета при $A < 0.2$, $A^\xi < 0.25$ и $0.5 < A^\xi < 1.0$, где отношение сигнала к шуму минимально. При $A > 1.7$ для каждого значения амплитуды шума SNR принимает одинаковые значения.

Проведено изучение данного явления при помощи расчета когерентности, степени синхронизации, характерного времени корреляции и стандартного отклонения амплитуды усредненного сигнала.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках магистерской работы проведено исследование динамики замкнутых цепочек и квадратных решеток, состоящих из разного числа связанных ридберговских атомов. Для них были рассчитаны спектры показателей Ляпунова. В этих системах была обнаружена область гиперхаоса, характеризующаяся наличием в спектре большого числа положительных ляпуновских показателей, число которых зависит от числа атомов в цепочке. В ходе работы была установлена интегральная зависимость числа положительных показателей от числа атомов, которая демонстрировала рост первого от роста второго.

Были проанализированы переходы к хаосу и гиперхаосу в замкнутых цепочках. Было обнаружено, что переход к хаосу осуществляется через каскад бифуркаций удвоений периода, при этом периодическая динамика рождается как окно периодичности в область квазипериодических колебаний. Был обнаружен эффект непрерывного роста числа пространственных показателей Ляпунова при увеличении числа атомов в цепочке, в то время как спектры мощности при этом, начиная с 11 атомов, переставали меняться. Было дано объяснение этому явлению при помощи расчета корреляционных функций одного атома в цепочке от всех остальных. Было установлено, что атом при данных значениях управляемых параметров коррелирует лишь с 10 из них, поэтому, начиная с 11 атомов, добавление нового атома не приводит к изменению спектров мощности каждого атома в системе.

Была продемонстрирована возможность управления гиперхаосом в замкнутых цепочках и решетках ридберговских атомов с помощью введения внешнего параметрического воздействия как модуляции частоты Раби Ω . Было установлено, что при параметрах Ω и Δ , при которых в автономной системе наблюдается гиперхаос, в области параметров внешнего воздействия, а именно глубины M и частоты f модуляции, существуют области, в которых наблюдается удается полностью подавить гиперхаос и установить в системе периодическую динамику. Было показано, что при использовании внешней обратной связи для управления гиперхаосом в решетках ридберговских атомов удастся лишь уменьшить число положительных ляпуновских показателей на 1, что свидетельствует о большей эффективности использования для контроля гиперхаотической динамики метода введения в систему внешнего параметрического воздействия по сравнению с методом введения непрерывной обратной связи.

Были изучены система отображений Рутькова, моделирующих поведение нейрона, связанных синаптической связью, а именно одно отображение, замкнутая цепочка из 50 однонаправленно связанных нейронов, сеть из N отображений, связанных каждый с каждым со случайной силой связи при наличии внутреннего шума и оказании на часть отображений внешнего воздействия импульсной формы. Объектом данного исследования были сигналы с каждого отображения и усредненный по всем нейронам сигнал. В таких системах был обнаружен эффект группировки, когда при включении внешнего воздействия невозбуждаемые нейроны начинают то периодически генерировать спайки, то находиться в режиме молчания. На усредненном сигнале это отражается периодическим образованием всплесков. Было изучено влияние на него общего числа нейронов в системе, числа нейронов, на которые оказывается внешнее воздействие, амплитуды этого воздействия и амплитуды внутреннего шума в системе. Были рассчитаны зависимости отношения сигнала к шуму от этих параметров. В исследуемых системах был обнаружен эффект когерентного резонанса, когда для определенных значений амплитуды внешнего стимула отношение сигнала к шуму принимает максимальное значение.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 *Kivela, M.* Multilayer networks / M. Kivela, A. Arenas, M. Barthelemy, J.P. Gleeson, Y. Moreno, M.A. Porter // *Journal of Complex Networks*. — July 2014. — Vol. 2, no. 3. — Pp. 203–271.
- 2 *Elson, R.C.* Synchronous behavior of two coupled biological neurons / R.C. Elson, A.I. Selverston, R. Huerta, N.F. Rulkov, M.I. Rabinovich, H.D. I. Abarbanel // *Physical Review Letters*. — December 1998. — Vol. 81, no. 25. — P. 5692.
- 3 *Андреев, А. В.* Хаотическая динамика и управление ею в системе двух связанных ридберговских атомов / А. В. Андреев, О. И. Москаленко, А. А. Короновский, А. Е. Храмов // *Ученые записки физического факультета МГУ*. — 2015. — Т. 4. — С. 154354.
- 4 *Андреев, А. В.* Хаотическая динамика и управление ею в замкнутых цепочках ридберговских атомов / А. В. Андреев, О. И. Москаленко, А. А. Короновский, А. Е. Храмов // *Ученые записки физического факультета МГУ*. — 2016. — Т. 6. — С. 166901.
- 5 *Andreev, A.V.* Chaos and its suppression in the system of two coupled rydberg atoms / A.V. Andreev, O.I. Moskalenko, A.A. Koronovskii, A.E. Hramov // *Bulletin of the Russian Academy of Sciences*. — 2015. — Vol. 79, no. 12. — Pp. 1432–1434.
- 6 *Андреев, А. В.* Хаос и управление им в системе двух связанных ридберговских атомов // Материалы школы-конференции "Современные проблемы электроники СВЧ и ТГц диапазонов". — 2015. — С. 45.
- 7 *Андреев, А. В.* Хаотическая динамика и управление ею в системе двух связанных ридберговских атомов // Труды школы-семинара «Волны-2015». Нелинейная динамика. — 2015. — С. 3–5.
- 8 *Andreev, A.V.* Complex dynamics of ridberg atoms chain // Scientific Program and Abstracts of International Russian-Indian Workshop «Complex Dynamical Systems and Synchronization in Neuroscience». — 2015. — P. 16.
- 9 *Андреев, А. В.* Анализ перехода к хаосу и методика его подавления в системе ридберговских атомов // Тезисы докладов X Всероссийской конференции молодых ученых "Нанoeлектроника, нанофотоника и нелинейная физика". — 2015. — С. 7–8.

- 10 Андреев, А. В. Сложная динамика цепочки связанных ридберговских атомов // Материалы II Всероссийского семинара памяти Ю.П. Волкова "Современные проблемы биофизики, генетики, электроники и приборостроения". — 2015. — С. 8.
- 11 Андреев, А. В. Сложная динамика и гиперхаос в цепочке ридберговских атомов // "Нелинейные волны-2016": Тезисы докладов молодых ученых. — 2016. — С. 27.
- 12 Андреев, А. В. Хаотическая динамика и управление ею в замкнутых цепочках ридберговских атомов // Труды школы-семинара «Волны-2016». Нелинейная динамика и информационные системы. — 2016. — С. 3–5.
- 13 Андреев, А. В. Гиперхаотическая динамика и управление ею в цепочках и решетках ридберговских атомов // Материалы XI Международной школы-конференции "Хаотические автоколебания и образование структур"(ХАОС-2016). — 2016. — С. 121.
- 14 Andreev, A. V. Coherence resonance in a neural network // Conference programm: Nonlinear dynamics of electronic system. — 2017. — P. 27.
- 15 Lee, T.E. Antiferromagnetic phase transition in a nonequilibrium lattice of rydberg atoms / T.E. Lee, H. Häffner, M. C. Cross // *Phys. Rev. A*. — September 2011. — Vol. 84. — P. 031402.
- 16 Mirus, K. A. Controlling chaos in low- and high-dimensional systems with periodic parametric perturbations / K. A. Mirus, J.C. Sprott // *Physical Review E*. — May 1999. — Vol. 59, no. 5. — P. 5313.
- 17 Pyragas, K. Continuous control of chaos, by self-controlling feedback / K. Pyragas // *Phys. Lett. A*. — 1992. — Vol. 170. — Pp. 421–428.
- 18 Rulkov, N.F. Oscillations in large-scale cortical networks: map-based model / N.F. Rulkov, I. Timofeev, M. Bazhenov // *Journal of computational neuroscience*. — September 2004. — Vol. 17, no. 2. — Pp. 203–223.
- 19 Campos-Mejía, A. Noise-induced on-off intermittency in mutually coupled semiconductor lasers / A. Campos-Mejía, A. N. Pisarchik, D. A. Arroyo-Almanza // *Chaos, Solitons and Fractals*. — 2013. — Vol. 54, no. 96–100.