

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

Вейвлет-фильтрация экспериментальных данных

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студента 2 курса 241 группы
направления 03.04.03 «Радиофизика»
физического факультета
Киселёва Кирилла Сергеевича

Научный руководитель
профессор, д.ф.-м.н., профессор _____ А.Н. Павлов

Зав. кафедрой
д.ф.-м.н., профессор _____ В.С. Анищенко

Саратов 2017 год

ВВЕДЕНИЕ

Методы фильтрации с применением вейвлетов за последние годы зарекомендовали себя в качестве эффективного инструмента цифровой обработки экспериментальных данных, позволяющего проводить быструю очистку зашумленных сигналов и изображений от шумов и случайных искажений, включая локализованные помехи [1–4]. С этой целью во многих приложениях применяются подходы на основе ортонормированных вейвлет-базисов, таких как функции семейства Добеши, и пирамидальных алгоритмов разложения, использующих идеологию субполосного кодирования [1, 2].

Эти подходы имеют ряд несомненных достоинств: быстродействие, позволяющее осуществлять обработку аудио- и видеосигналов в режиме реального времени; разложение сигнала с минимальным числом коэффициентов, которое обеспечивает более точное его представление и в особенности восстановление сигнала после фильтрации помех [3]. Однако с развитием вычислительной техники произошла смена приоритетов, и на первое место выходит не скорость обработки данных, а качество фильтрации, оцениваемое по уровню среднеквадратичной ошибки [4] или другим критериям, применяемым с учетом специфики конкретного сигнала.

Вышесказанное обусловило значительное внимание к методам, использующим комплексные вейвлет-преобразования [5, 6]. Такие преобразования позволяют избежать основных недостатков стандартного метода фильтрации на основе дискретного вейвлет-преобразования (ДВП). Среди недостатков следует отметить отсутствие инвариантности относительно сдвига базисной функции, осциллирующий характер коэффициентов разложения в окрестности сингулярностей и появление артефактов в сигнале, восстановленном после коррекции вейвлет-коэффициентов. В работах [5, 6] было обосновано, что для устранения данных недостатков целесообразно применение комплексных функций, у которых действительная и мнимая часть обладают свойством сопряжения по Гильберту, т. е. аналитических или почти аналитических вейвлетов. Однако выбор «хорошего» базиса не гарантирует

того, что проводимая с его помощью фильтрация обеспечит снижение ошибки, так как качество очистки сигналов от помех существенно зависит от параметров фильтров, таких как пороговый уровень, задаваемый при фильтрации, и от отношения сигнал/шум. В данной работе мы акцентируем внимание на настройке параметров вейвлет-фильтров, использующих комплексные базисы, и показываем, что для их эффективного применения важно контролировать величину порогового уровня.

Целью данной выпускной квалификационной работы является сравнительный анализ методов фильтрации, применяющих дискретное вейвлет-преобразование с базисами Добеши, и метода дуального (комплексного) вейвлет-преобразования.

Материалы исследования. Исследования проводились на основе методов математического моделирования. В качестве основного инструмента исследования выбран метод дискретного вейвлет-преобразования.

Выпускная квалификационная работа содержит введение, две главы (1. Дискретное вейвлет-преобразование; 2. Решение задачи фильтрации шума на основе ДКВП), заключение и список использованных источников. Общий объем работы 64 стр.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Дискретное вейвлет-преобразование. Во многих научных приложениях широко используется непрерывное вейвлет-преобразование, которое позволяет получать наглядную информацию о частотно-временной динамике процессов различной природы [7]. Применение непрерывных вейвлетов обеспечивает возможность проводить расчеты локальных энергетических спектров и анализировать, как динамика системы меняется во времени. С этой целью используются неортонормированные базисные функции – они дают избыточность разложения, что является недостатком с точки зрения компактного представления информации о сигнале и возможности проведения обратного преобразования, однако к числу достоинств такого преобразования

относится возможность получения более полных сведений о динамике, которые можно наглядно представить и проанализировать. Вейвлет-функции зависят от масштаба a и смещения по времени b следующим образом:

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (1)$$

Однако при использовании вейвлет-преобразования в технике предпочтение отдается дискретному вейвлет-преобразованию [2]. Оно может применять ортогональные базисные функции, что обеспечивает более компактное разложение сигнала, повышение скорости вычислений (в случае применения быстрых алгоритмов разложения) и более точное восстановление сигнала по вейвлет-коэффициентам. Но требование ортогональности не является обязательным – ДВП оперирует также и с неортогональными базисами (фреймами), которые обладают рядом преимуществ, если решаются задачи фильтрации сигналов, и избыточность базиса позволяет избежать необратимой потери информации, если при фильтрации удаляются информативные коэффициенты разложения. Данный эффект достигается за счет большего числа коэффициентов разложения (и более длительной процедуры вычислений), но это число (и длительность) будут все равно существенно меньше, чем в случае НВП.

Естественным вариантом дискретной выборки параметров a и b является использование логарифмической шкалы при дискретизации масштаба (чтобы охватить более широкий диапазон масштабов) и соответственная подстройка смещений между положениями вейвлет-функции b . Чтобы связать данные параметры, будем рассматривать дискретные смещения, пропорциональные масштабу. Этот вариант дискретизации имеет вид:

$$\psi_{m,n}(t) = \frac{1}{\sqrt{a_0^m}} \psi\left(\frac{t - nb_0 a_0^m}{a_0^m}\right) \quad (2)$$

Вейвлет-преобразование непрерывного сигнала с применением приведенной дискретизации задается выражением

$$T_{m,n} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \frac{1}{a_0^{m/2}} \psi(a_0^{-m}t - nb_0) dt, \quad (3)$$

которое можно записать в форме

$$T_{m,n} = \langle x, \psi_{m,n} \rangle, \quad (4)$$

где $T_{m,n}$ – коэффициенты ДВП, определенные на сетке индексов m, n . В случае ДВП $T_{m,n}$ называют вейвлет-коэффициентами или коэффициентами детализации. Достаточно часто при практической реализации ДВП рассматривают значения параметров $a_0=2$ и $b_0=1$. Это вероятно наиболее простая и эффективная дискретизация с точки зрения практических приложений, приводящая к формированию ортонормированного базиса. Подставляя соответствующие значения в выражение (2), мы приходим к следующей формуле:

$$\psi_{m,n}(t) = \frac{1}{\sqrt{2^m}} \psi\left(\frac{t - n2^m}{2^m}\right) \quad (5)$$

или, в более компактном виде

$$\psi_{m,n}(t) = 2^{-m/2} \psi\left(\frac{t - n2^m}{2^m}\right) \quad (6)$$

В дальнейшем будем рассматривать именно такой набор параметров ($a_0=2$ и $b_0=1$) при реализации ДВП. Соответствующий вейвлет-базис является ортогональным.

При рассмотрении ДВП наряду с вейвлетами вводят в рассмотрение скейлинг-функции, для которых также рассматривают операции перемасштабирования и смещения. Скейлинг-функции предусматривают сглаживание сигнала и формально имеют аналогичную форму записи, как и вейвлеты

$$\phi_{m,n}(t) = 2^{-m/2} \phi(2^{-m}t - n). \quad (7)$$

В отличие от вейвлетов, имеющих нулевое среднее значение, для скейлинг-функций справедливо выражение

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi_{0,0}(t) dt = 1 \quad (8)$$

где $\phi_{0,0}(t) = \phi(t)$ иногда называют «отцовской» скейлинг-функцией или «отцовским» вейвлетом (по аналогии с терминологией «материнских» вейвлетов, применяемых при рассмотрении функций $\psi(t)$). С использованием скейлинг-функций вычисляются коэффициенты аппроксимации

$$S_{m,n} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \phi_{m,n}(t) dt. \quad (9)$$

Чтобы провести фильтрацию зашумленного сигнала, малые вейвлет-коэффициенты, которые в большей степени подвержены влиянию флуктуаций, отбрасывают перед тем, как восстановить сигнал. Очевидно, что от того, какие выбрать параметры фильтра – как задать порог при выборе «нужных», наиболее информативных коэффициентов, - зависит качество проводимой фильтрации. С этой целью задают пороговую функцию, на которую умножают коэффициенты разложения по вейвлетам перед обратным преобразованием.

Решение задачи фильтрации шума на основе ДКВП. Фильтрация на основе дискретного вейвлет-преобразования (ДВП) является стандартным методом, широко применяемым на практике. Однако он тоже имеет ряд недостатков, включая осцилляции вейвлет-коэффициентов в окрестности сингулярностей, усложняющие обработку сигналов, отсутствие инвариантности относительно сдвига, приводящее к непредсказуемым изменениям паттернов вейвлет-коэффициентов при смещении сингулярностей, появление артефактов в реконструированном сигнале после коррекции вейвлет-коэффициентов. В целях устранения этих недостатков был предложен и впоследствии усовершенствован метод дуального комплексного вейвлет-преобразования (*dual-tree complex wavelet transform*, ДКВП) [8-10]. Главная идея данного подхода состоит в том, чтобы дополнить вещественные скейлинг-функции и вейвлеты мнимыми частями, полученными с помощью преобразования Гильберта, что приводит к комплексным (аналитическим) низкочастотному и высокочастотному зеркальным фильтрам. Этот подход обладает приближенной

инвариантностью относительно сдвига и оперирует с комплексными (аналитическими) вейвлетами, построенными на основе вещественных вейвлет-функций. Метод ДКВП предусматривает независимое вычисление двух ДВП, в результате которых определяются действительные и мнимые части вейвлет-коэффициентов.

В ходе выполнения исследований в целях сопоставления параметров, обеспечивающих наилучшее качество фильтрации, был рассмотрен тестовый пример – гармонические колебания с аддитивным белым шумом большой интенсивности (отношение сигнал/шум 1 дБ – рисунок 1). Вначале были сопоставлены результаты фильтрации для метода на основе ДВП, применяющего вейвлеты Добеши (рисунок 2). Визуально видно, что качество фильтрации с использованием «мягкого» варианта задания поровой функции выше, чем для «жесткого» (рисунок 2а). Расчеты подтверждают это при разных отношениях сигнал/шум (рисунок 3).

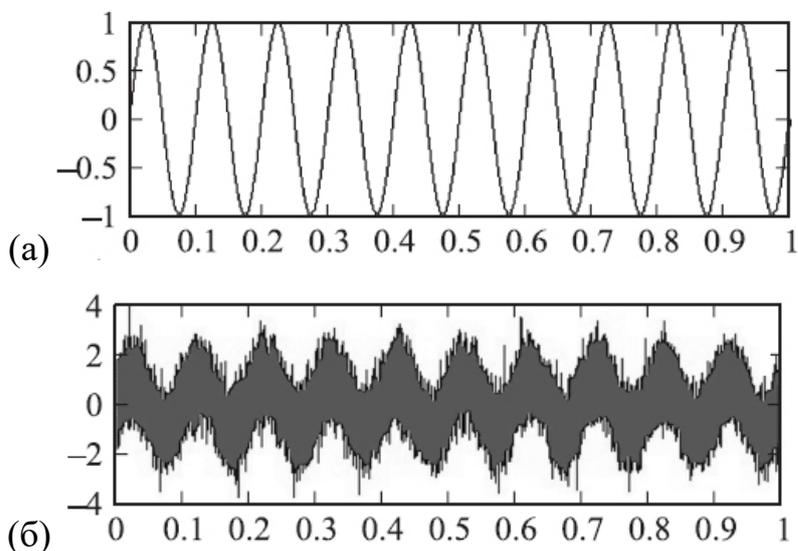


Рисунок 1 – Исходный тестовый сигнал (а) и этот сигнал с добавлением белого шума (1 дБ)

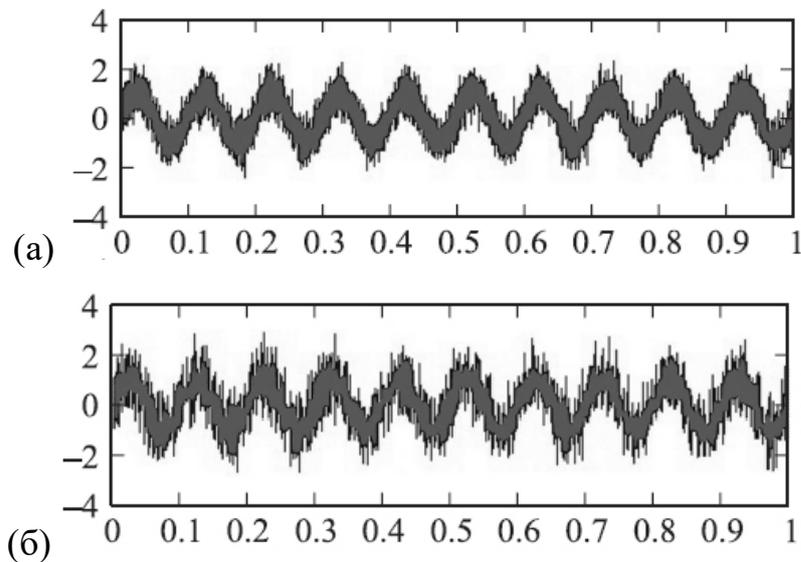


Рисунок 2 – Сигнал после фильтрации с применением «мягкого» (а) и «жесткого» (б) вариантов задания пороговой функции

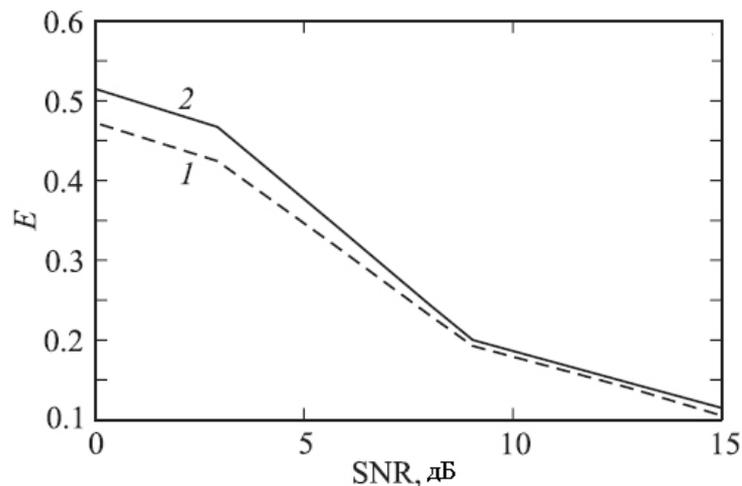


Рисунок 3 – Среднеквадратичная ошибка фильтрации в зависимости от величины SNR. Цифрами 1 и 2 показаны результаты расчетов для «мягкого» и «жесткого» вариантов задания пороговой функции.

Полученные результаты являются ожидаемыми и соответствуют выводам других работ. Однако здесь хотелось бы обратить внимание на одно важное обстоятельство — преимущество выбора «мягкого» варианта задания пороговой функции проявляется только при малых пороговых уровнях. Если пороговый уровень задать большим, то ситуация принципиально изменится, и уже «жесткий» вариант задания пороговой функции будет предпочтительнее.

Расчеты, приведенные на рисунках 2 и 3, не предусматривали оптимизацию выбора вейвлет-базиса семейства Добеши. Рассмотрим теперь следующую задачу — будем минимизировать ошибку фильтрации за счет настройки параметров фильтра.

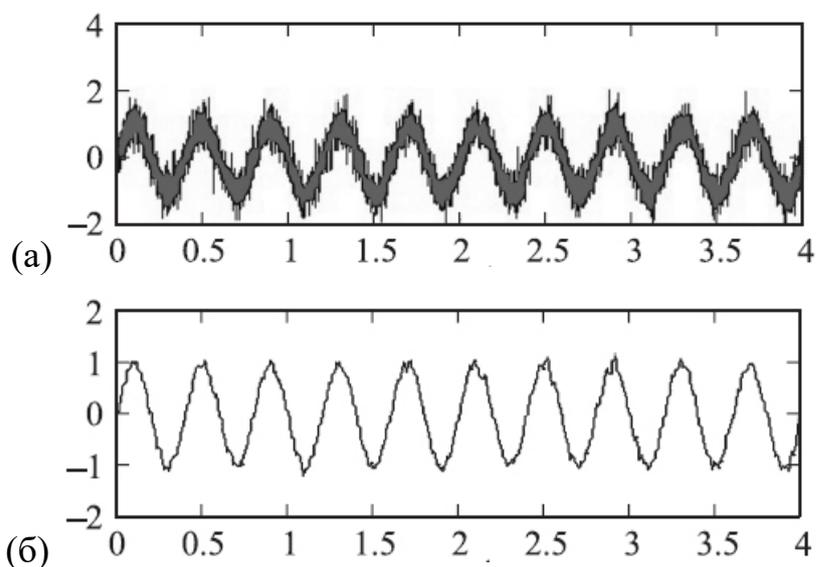


Рисунок 4 – Сигнал после фильтрации с применением метода ДВП (вейвлет D8 семейства Добеши) (а) и ДКВП (б)

На рисунках 4 и 5 приведены полученные результаты, в соответствии с которыми минимальная ошибка 0.67 получена для вейвлета Добеши D8 при пороговом уровне $C = 1.21$. Для удобства сравнения результатов, в отличие от рисунка 3, на рисунке 5 представлены нормированные значения среднеквадратичной ошибки фильтрации.

Далее аналогичные расчеты были проведены для метода ДКВП. Визуально сопоставить качество фильтрации можно по рисунку 4б, который свидетельствует о преимуществе алгоритма, применяющего комплексные вейвлет-базисы. В соответствии с расчетами, выполненными при разных значениях порогового уровня, минимальная среднеквадратичная ошибка фильтрации составляет 0.62 при $C = 0.59$.

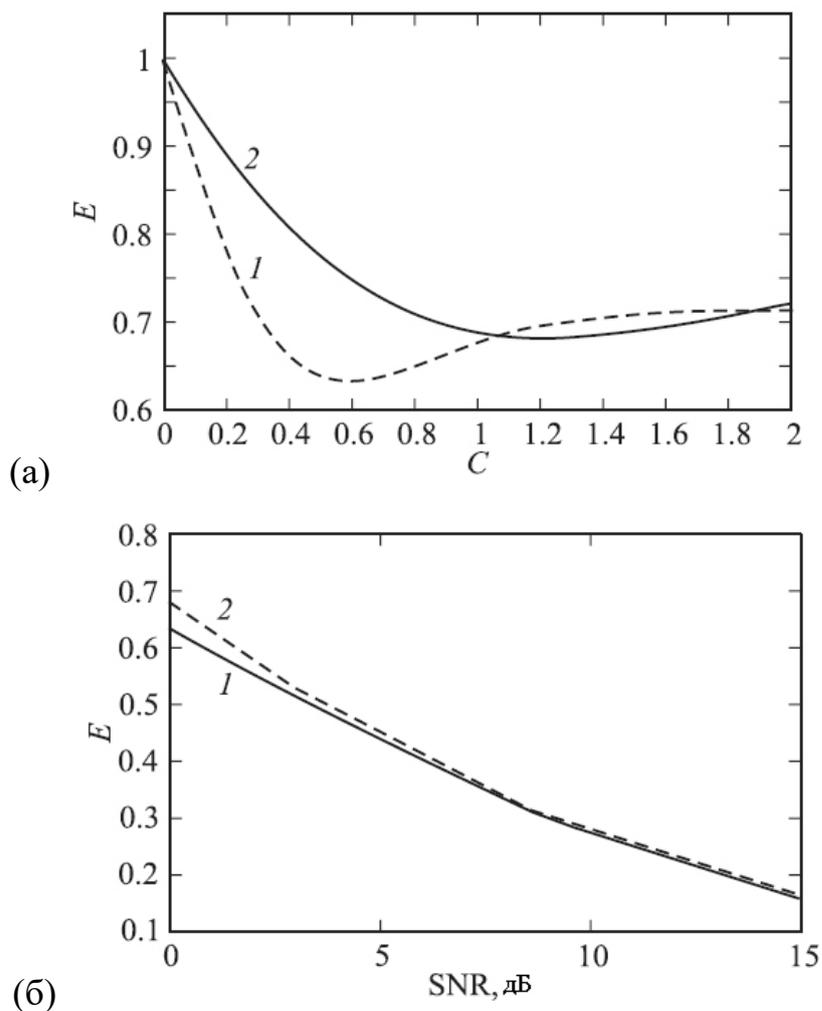


Рисунок 5 – Среднеквадратичная ошибка фильтрации в зависимости от выбора порогового уровня (а) и величины SNR (б). Цифрами 1 и 2 показаны результаты расчетов для методов ДКВП и ДВП соответственно.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе проведенных исследований было осуществлено сравнение методов вейвлет-фильтрации, основанных на ДВП и ДКВП. Вначале был рассмотрен стандартный подход к решению задачи очистки сигнала от помех и случайных искажений, применяющий вейвлеты Добеши и корректировку коэффициентов разложения сигнала по базису вейвлет-функций с применением мягкого и жесткого вариантов задания порогового значения. Далее был рассмотрен метод фильтрации на основе комплексного (дуального) вейвлет-преобразования, который использует в качестве базиса аналитические функции,

чья мнимая часть представляет собой преобразование Гильберта действительной части. Было показано, что использование комплексных базисов обеспечивает преимущество как с точки зрения ошибки пороговой фильтрации, так и с точки зрения снижения риска случайных искажений при реконструкции полезного сигнала по вейвлет-коэффициентам. Соответствующие выводы были сделаны для тестового сигнала (гармонические колебания с подмешенным шумом) и экспериментальных данных (зашумленные голосовые сообщения). Дополнительно анализировались другие примеры аудио-сигналов, позволившие подтвердить сделанные выводы. Во всех рассмотренных примерах применение дуального комплексного вейвлет-преобразования приводило к уменьшению ошибки и снижению порогового уровня при корректировке вейвлет-коэффициентов. Проведенные исследования позволяют рекомендовать метод комплексного (дуального) вейвлет-преобразования в качестве эффективного инструмента очистки от помех сигналов различной природы.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- [1] Vetterli, M. Wavelets and subband coding / M. Vetterli, J. Kovacevic. – NJ: Prentice Hall, 1995.
- [2] Abbate, A. Wavelets and subbands. Fundamentals and applications / A. Abbate, C. De Cusatis, P. K. Das. – Boston: Birkhauser, 2002.
- [3] Donoho, D. L. De-noising by soft-thresholding / D. L. Donoho // IEEE Transactions on Information Theory. – 1995. – Vol. 41. – P. 613-627.
- [4] Jansen, M. Noise reduction by wavelet thresholding / M. Jansen. – New York: Springer-Verlag, 2001.
- [5] Selesnick, I. W. The dual-tree complex wavelet transform / I. W. Selesnick, R. G. Baraniuk, N. G. Kingsbury // IEEE Signal Processing Magazine. – 2005. – Vol. 22(6). – P. 123-151.

- [6] Kingsbury, N. G. Image processing with complex wavelets / N. G. Kingsbury // *Philos. Trans. R. Soc. London A.* – 1999. – Vol. 357(1760). – P. 2543-2560.
- [7] Астафьева, Н. М. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения / Н. М. Астафьева // *Успехи физических наук.* – 1996. – Т. 166, №11. – С. 1145–1170.
- [8] Selesnick, I. W. Hilbert transform pairs of wavelet bases / I. W. Selesnick // *IEEE Signal Processing Lett.* – 2001. – Vol. 8(6). – P. 170-173.
- [9] Selesnick, I. W. The double-density dual-tree discrete wavelet transform / I. W. Selesnick // *IEEE Trans. Signal Processing.* – 2004. – Vol. 52. – P. 1304-1314.
- [10] Selesnick, I. W. The design of approximate Hilbert transform pairs of wavelet bases / I. W. Selesnick // *IEEE Trans. Signal Processing.* – 2002. – Vol. 50. – P. 1144-1152.