

Министерство образования и науки Российской Федерации  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра геофизики

"Эквивалентные геоэлектрические разрезы в методе становления  
электромагнитного поля"

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 5 курса 501 группы  
направление 05.03.01 геология  
геологического ф-та  
Маслова Алексея Александровича

Научный руководитель  
д.ф.-м.н., профессор

\_\_\_\_\_

В.П. Губатенко

подпись, дата

Зав. кафедрой

к.г.-м.н., доцент

\_\_\_\_\_

Е.Н. Волкова

подпись, дата

Саратов 2017

## ВВЕДЕНИЕ

К числу важнейших проблем теории электромагнитных зондирований относится доказательство единственности решения обратных задач. Вместе с тем, даже в случае единственности решения обратных задач для некоторых классов геоэлектрических разрезов, возникает ситуация, когда кривые электромагнитных зондирований для двух разных разрезов мало отличаются друг от друга. В этом случае такие разрезы называют эквивалентными. Например, в методе вертикальных электрических зондирований (ВЭЗ) различают хорошо известные S- и T- эквивалентности.

Целью настоящей бакалаврской работы является рассмотрение различных примеров эквивалентных горизонтально-слоистых сред в методе становления электромагнитного поля и объяснение возможности существования таких разрезов. В связи с этим поставлены следующие задачи:

1. Сформулировать критерий эквивалентности геоэлектрических разрезов.
2. Применяя численное моделирование, рассмотреть примеры эквивалентных геоэлектрических разрезов в методе становления поля.
3. Провести анализ и обобщение результатов численного моделирования.

Решение поставленных в бакалаврской работе задач позволит определить практические возможности метода становления электромагнитного поля для нахождения строения геологической среды.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Бакалаврская работа посвящена построению эквивалентных геоэлектрических разрезов для многослойных горизонтально-слоистых сред применительно к методу становления поля.

В разделе 1 «**Эквивалентные горизонтально-слоистые среды и критерий эквивалентности геоэлектрических разрезов**» вводится понятие эквивалентного геоэлектрического разреза и сформулирован критерий эквивалентности.

Дмитриевым В.И. в квазистационарном приближении доказана единственность решения одномерной обратной задачи электромагнитного зондирования, в которой по измеренной зависимости какой-либо компоненты электромагнитного поля от круговой частоты  $\omega$  (или от времени  $t$ ) на земной поверхности при фиксированном положении точки измерения относительно источника поля (электрического или магнитного диполя) должна быть определена электропроводность  $\sigma(z)$ , где  $z$  – глубина. Однако этот замечательный результат не исключает существование в классе горизонтально-слоистых сред таких разных по электропроводности геоэлектрических разрезов, что при одинаковом возбуждении и измерении какой-либо компоненты поля ее значения, соответствующие каждой из этих сред, практически не отличаются между собой по всем частотном (или временном) диапазоне.

Предположим, что в прямоугольной декартовой системе координат  $x, y, z$  в области  $z < 0$  находится изолятор, а в области  $z \geq 0$  – горизонтально-слоистая среда с электропроводностью  $\sigma_1(z)$ . Пусть электромагнитное поле возбуждается вертикальным магнитным диполем с моментом, как в формуле 1:

$$M(t) = \begin{cases} M = \text{const}, & t \leq 0, \\ 0, & t > 0, \end{cases}, \quad (1)$$

расположенным в начале  $O$  системы координат  $x, y, z$  как на рисунке 1 (а).

Хорошо известно, что в этом случае в круговой цилиндрической системе координат  $\rho, \varphi, z$ , связанных с координатами  $x, y, z$  соотношениями 2 и 3.

$$x = \rho \cos \varphi, \quad y = \rho \sin \varphi, \quad z = z, \quad (2)$$

$$0 \leq \rho < \infty, \quad 0 \leq \varphi < 2\pi, \quad -\infty < z < \infty, \quad (3)$$

Электромагнитное поле имеет только три отличные от нуля компоненты поля  $E_{\varphi 1}, H_{\rho 1}, H_{z 1}$ . Всюду в дальнейшем будем рассматривать лишь азимутальную компоненту  $E_{\varphi 1}(t)$  квазистационарного электромагнитного поля, измеряемую на некотором фиксированном расстоянии  $\rho = \text{const}$ .

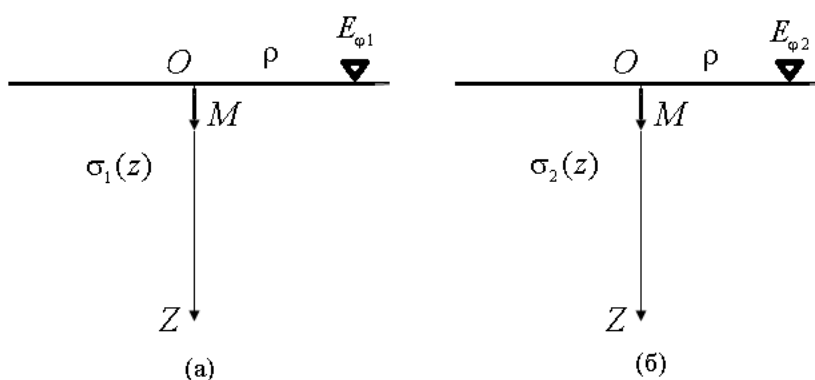


Рисунок 1 - электромагнитное поле возбуждается вертикальным магнитным диполем с моментом расположенным в начале  $O$  системы координат  $x, y, z$

Заметим, что можно также говорить об измерении эдс индукции  $\Xi_1(t)$  круговой петлей радиуса  $\rho$  с центром в точке  $O$ , лежащей на поверхности  $z = 0$  и связанной с компонентой  $E_{\varphi 1}(t)$  простым соотношением 4:

$$\Xi_1(t) = 2\pi\rho E_{\varphi 1}(t), \quad (4)$$

Пусть теперь в области  $z \geq 0$  расположена горизонтально-слоистая среда с электропроводностью  $\sigma_2(z) \neq \sigma_1(z)$  как на рисунке 1 (б). Будем считать, что возбуждение и измерение электромагнитного поля для второй среды выполняется так же, как и в случае первой. Измеряемая компонента  $E_{\varphi 2}(t)$  для второй среды, в соответствии с теоремой единственности решения одномерной обратной задачи, отлична от  $E_{\varphi 1}(t)$ . Чтобы оценить степень отличия  $E_{\varphi 2}(t)$  от

$E_{\varphi_1}(t)$ , рассмотрим функцию времени, как в формуле 5:

$$\alpha_E(t) = \frac{E_{\varphi_2}(t) - E_{\varphi_1}(t)}{E_{\varphi_1}(t)}, \quad (5)$$

определяющую относительные отклонения значений  $E_{\varphi_2}(t)$  от значений  $E_{\varphi_1}(t)$  для различных отсчетов времени  $t > 0$ . Такой способ сравнения кривых  $E_{\varphi_2}(t)$  и  $E_{\varphi_1}(t)$  значительно лучше, чем применение абсолютного отклонения  $E_{\varphi_2}(t) - E_{\varphi_1}(t)$ , учитывая, что значения функций  $E_{\varphi_2}(t)$  и  $E_{\varphi_1}(t)$  изменяются в широком диапазоне.

Если для некоторого заданного малого числа  $\alpha > 0$  и для всех  $t > 0$  выполняется условие, как в формуле 6:

$$|\alpha_E(t)| = \left| \frac{E_{\varphi_2}(t) - E_{\varphi_1}(t)}{E_{\varphi_1}(t)} \right| \leq \alpha, \quad (6)$$

то будем говорить, что геоэлектрический разрез «2» эквивалентен геоэлектрическому разрезу «1» по порядку  $\alpha$ .

Ограничение  $\alpha > 0$  означает невозможность задания  $\alpha = 0$  в формуле 6, так как в этом случае  $E_{\varphi_2}(t) \equiv E_{\varphi_1}(t)$ , что противоречит условию  $\sigma_2(z) \neq \sigma_1(z)$  и теореме единственности решения обратной задачи.

Выбор порядка эквивалентности  $\alpha$  зависит от многих обстоятельств. К ним относятся, прежде всего, точность измерительной аппаратуры, внешние и геологические помехи. В настоящей бакалаврской работе зададим  $\alpha = 0.06$ , что соответствует 6% относительному отклонению кривой  $E_{\varphi_2}(t)$  от кривой  $E_{\varphi_1}(t)$  для всех  $t > 0$ . Таким образом, геоэлектрические разрезы будем считать эквивалентными, если в соответствии с формулой 7:

$$|\alpha_E(t)| = \left| \frac{E_{\varphi_2}(t) - E_{\varphi_1}(t)}{E_{\varphi_1}(t)} \right| \leq 0.06, \quad (7)$$

Очевидно, что если геоэлектрические разрезы эквиваленты по порядку  $\alpha < 0.06$ , то они тем более будут эквивалентны по порядку  $\alpha = 0.06$ .

В разделе 2 «Продольная проводимость» дается понятие продольной проводимости и изложен метод построения эквивалентных геоэлектрических

разрезов.

Пусть на некотором отрезке  $[a, b]$  электропроводность  $\sigma_1(z)$  является быстро изменяющейся функцией. Например, слой, задаваемый отрезком  $[a, b]$ , может быть заполнен тонкослоистой средой с большим количеством маломощных слоев различной и сильно отличающейся электропроводностью. Непосредственное решение задачи о нахождении компоненты  $E_{\varphi_1}(t)$  в присутствии такого сильно неоднородного слоя вызывает значительные трудности. Поэтому возникает желание заменить этот слой другим слоем той же мощности, но с некоторой постоянной, быть может анизотропной, электропроводностью. Тогда этот слой называют макроанизотропным, и при этом различают продольную  $\sigma_r$  и поперечную  $\sigma_n$  электропроводность [2-19]. Поскольку при заданном нами возбуждении электромагнитного поля в горизонтально-слоистой среде отсутствуют вертикальные составляющие тока проводимости, то поперечная электропроводность  $\sigma_n$ , в отличие от продольной электропроводности  $\sigma_r$ , никак себя не проявляет. В результате такой замены получим геоэлектрический разрез «2» с распределением электропроводности, как в формуле 8:

$$\sigma_2(z) = \begin{cases} \sigma_1(z), & z \notin [a, b] \\ \sigma_r, & z \in [a, b] \end{cases}, \quad (8)$$

«аппроксимирующий» геоэлектрический разрез «1» с электропроводностью  $\sigma_1(z)$ .

Продольную проводимость  $\sigma_r$  в формуле (8) определяют по заданной электропроводности  $\sigma_1(z)$  геоэлектрического разреза «1» по формуле 9:

$$\sigma_r = \frac{S_{ab}}{(b-a)}, \quad (9)$$

где  $S_{ab} = \int_a^b \sigma_1(z) dz$  – суммарная продольная проводимость слоя  $-\infty < x < \infty$ ,  $-\infty < y < \infty$ ,  $a \leq z \leq b$  геоэлектрического разреза «1».

Разумеется, мы ожидаем, что компонента  $E_{\varphi_2}(t)$  для геоэлектрический

разрез «2» будет мало отличаться от компоненты  $E_{\varphi_1}(t)$  при  $t > 0$ , то есть геоэлектрический разрез «2» будет эквивалентен геоэлектрическому разрезу «1». Действительно, формула 9 получена в результате усреднения уравнений Максвелла по физически малому объему, то есть предполагается, что тангенциальная компонента электрического поля почти не изменяется в пределах этого объема, и, следовательно, она приблизительно равна ее среднему значению. Замена изотропной среды макроанизотропной будет тем точнее, чем меньше мощность  $b - a$  выделенного слоя. Однако, как мы увидим, мощность этого слоя может быть весьма значительной при определенных условиях.

В том случае, когда отрезок  $[a, b]$  большой, то его можно разбить на сумму  $n$  непересекающихся отрезков  $[a_i, b_i]$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  таких, что  $[a, b] = \bigcap_{i=1}^n [a_i, b_i]$ , воспользоваться формулой 9 применительно к каждому отрезку  $[a_i, b_i]$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , найти по формуле 10:

$$\sigma_{\tau_i} = \frac{S_{a_i, b_i}}{(b_i - a_i)}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (10)$$

и рассмотреть горизонтально-слоистую среду, как в формуле 11:

$$\sigma_2(z) = \begin{cases} \sigma_1(z), & z \notin [a, b], \\ \sigma_{\tau_i}, & z \in [a_i, b_i], \quad i = 1, 2, \dots, n. \end{cases} \quad (11)$$

Применение формул 9 и 10 помогает находить различные эквивалентные разрезы.

В разделе 3 «**Моделирование эквивалентных геоэлектрических разрезов**» изложены основные этапы построения эквивалентных геоэлектрических разрезов и рассмотрены примеры таких разрезов.

На первом этапе моделирования эквивалентных разрезов задается модель многослойной горизонтально-слоистой среды с кусочно-постоянной электропроводностью, то есть определяется геоэлектрический разрез «1» с электропроводностью  $\sigma_1(z)$ . Электропроводность и мощность каждого  $i$ -го слоя геоэлектрического разреза «1» будем обозначать соответственно  $\sigma^i$  и  $h_i$ .

Затем на основе построенного геоэлектрического разреза «1» формируется геоэлектрический разрез «2» с электропроводностью  $\sigma_2(z)$ . В простейшем случае для этого применяются формулы 8 и 9, а в более сложном – формулы 10 и 11.

После этого проводится расчет  $E_{\varphi_1}(t)$  и  $E_{\varphi_2}(t)$  компоненты  $E_{\varphi}$  становления поля вертикального магнитного диполя для геоэлектрических разрезов «1» и «2» по программе EFIG [20,21]. Все расчеты выполнялись с заданной относительной погрешностью  $10^{-4}$  и для фиксированных магнитного момента  $M = 1 \text{ A м}^2$  и разноса  $\rho = 150 \text{ м}$ .

Хорошо известно, что в случае горизонтально-слоистых сред, подстилаемых основанием с электропроводностью отличной от нуля, электромагнитное поле, измеренное на поверхности земли ( $z = 0$ ), стремится на поздних стадиях становления к электромагнитному полю в присутствии однородного полупространства с электропроводностью основания. Поэтому, для контроля верхней границы интервала времени  $t$  для каждой модели геоэлектрического разреза «1» рассчитывается также компонента  $E_{\varphi_0}(t)$ , соответствующая становлению поля вертикального магнитного диполя в присутствии однородного полупространства с электропроводностью основания разреза геоэлектрического разреза «1».

По результатам расчета проверяется критерий 7 и делается заключение об эквивалентности (или неэквивалентности) геоэлектрических разрезов «1» и «2».

Рассмотрены 6 моделей геоэлектрических разрезов «1», соответствующих различным 24-х слойным горизонтально-слоистым средам, но с одинаковым первым и последним слоем (основанием разреза).

Слои 2–23 в модели 1 представляют собой пачку периодически чередующихся двух достаточно тонких слоев (10м и 20м) с различной электропроводностью. В геоэлектрическом разрезе «2» эта пачка слоев заменена одним слоем с продольной проводимостью  $\sigma_{\tau}$ . По результатам расчета  $|\alpha_S(z)| < 0.05$ ,  $|\alpha_E(t)| < 0.02$ , что означает незначительное отклонение  $S_2(z)$



от  $S_1(z)$  и  $E_{\varphi_2}(t)$  от  $E_{\varphi_1}(t)$ , а также эквивалентность геоэлектрических разрезов «1» и «2». В моделях 2–6 электропроводности слоев 2–23 заданы выборкой объема 22 случайной электропроводности  $\sigma$ , рассчитанной генератором случайных чисел. Геоэлектрические разрезы «1» в этих моделях отличаются лишь мощностью слоев 2–23.

В модели 2 мощность каждого слоя 2–23 равна 10м. Для этой модели рассмотрено три способа формирования геоэлектрического разреза «2». В первом способе пачка слоев 2–23 заменялась на 6 слоев с соответствующими значениями продольной проводимости, и тогда  $|\alpha_S(z)| < 0.09$ ,  $|\alpha_E(t)| < 2.5 \cdot 10^{-3}$ , во втором – на 3 слоя, в результате чего  $|\alpha_S(z)| < 0.107$ ,  $|\alpha_E(t)| < 9.26 \cdot 10^{-3}$ , третьем – на 2 слоя, и при этом  $|\alpha_S(z)| < 0.152$ ,  $|\alpha_E(t)| < 0.069$ . По мере уменьшения числа блоков увеличивается отклонение  $S_2(z)$  от  $S_1(z)$  и  $E_{\varphi_2}(t)$  от  $E_{\varphi_1}(t)$ . В первых двух случаях геоэлектрические разрезы «2» эквиваленты геоэлектрическому разрезу «1», однако в третьем – не эквивалентны.

Наиболее впечатляющие результаты получены для моделей 3–6. В этих моделях последовательно увеличивается мощность каждого слоя 2–23 геоэлектрического разреза «1». Если в модели 2 мощность каждого слоя была равна 10м, то в модели 3 – 20м, в модели 4 – 40м, в модели 5 – 80м, а в модели 6 – 160м. Заметим, что при этом «растягивается» пачка слоев 2–23 и возрастает ее суммарная мощность. Построение геоэлектрического разреза «2» для моделей 3–6 выполняется путем замены пачки слоев 2–23 на 6 макроанизотропных слоев. Если в случае модели 2 для такой замены  $|\alpha_S(z)| < 0.09$ ,  $|\alpha_E(t)| < 2.5 \cdot 10^{-3}$ , то в случае модели 3 –  $|\alpha_S(z)| < 0.159$ ,  $|\alpha_E(t)| < 5.69 \cdot 10^{-3}$ , модели 4 –  $|\alpha_S(z)| < 0.25986$ ,  $|\alpha_E(t)| < 0.011$ , модели 5 –  $|\alpha_S(z)| < 0.377$ ,  $|\alpha_E(t)| < 0.029$ , модели 6 –  $|\alpha_S(z)| < 0.489$ ,  $|\alpha_E(t)| < 0.095$ . Отсюда видим, что при увеличении мощности слоев 2–23 возрастают наибольшие значения функций  $|\alpha_S(z)|$  и  $|\alpha_E(t)|$ , и, следовательно, возрастают отклонения  $S_2(z)$  от  $S_1(z)$  и  $E_{\varphi_2}(t)$  от  $E_{\varphi_1}(t)$ . Тем не менее, геоэлектрические разрезы «2» эквивалентны

соответствующим геоэлектрическим разрезам «1» для моделей 3 – 5, но не эквивалентны для модели 6. Макроанизотропные среды обычно применяются при изучении тонкослоистых трещиноватых сред, для которых мощности прослоек не превышают 0.01м.

В разделе 4 **«Анализ и обобщение результатов численного моделирования»** подведены следующие основные итоги результатов численных расчетов:

1. Пример построения эквивалентного разреза для геоэлектрического разреза модели 1 показывает правомерность замены многослойной пачки слоев 2–23 одним макроанизотропным слоем.

2. Из примеров, рассмотренных для модели 2, следует, что замена статистически неоднородной (в том числе в случае случайной выборки электропроводности относительно малого объема) многослойной проводящей среды на неоправданно малое число макроанизотропных слоев уменьшает эффективность такой замены и приводит к невыполнению критерия эквивалентности.

3. Примеры эквивалентных разрезов для моделей 3–6 позволяют сделать о том вывод, что с увеличением глубины залегания проводящих слоев доминирующую роль в этих слоях играют низкие частоты сигнала становления поля, что влечет возрастание степени однородности тангенциальной компоненты электрического поля и приводит к существенному увеличению на этих глубинах физически малого объема и, следовательно, к расширению множества эквивалентных разрезов.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей бакалаврской работе получены следующие результаты:

1. Сформулирован критерий эквивалентности геоэлектрических разрезов.
2. Рассмотрено 6 моделей 24-х слойной проводящей горизонтально-слоистой среды. Построены соответствующие им модели макроанизотропных сред.
3. Проведен расчет азимутальной компоненты напряженности неустановившегося электрического поля для рассмотренных моделей.
4. На основе критерия эквивалентности геоэлектрических разрезов установлена эквивалентность (или не эквивалентность) построенных моделей макроанизотропных сред соответствующим моделям 24-х слойной горизонтально-слоистой среды.
5. Выполнен анализ и обобщение результатов численного моделирования. Отмечены общие закономерности становления поля, возникающие при замене многослойной пачки слоев одним или несколькими проводящими макроанизотропными слоями.

В силу существования эквивалентных разрезов практически невозможно определить значения электропроводности слоев, слагающих эту среду, а можно лишь приближенно найти изменения по глубине суммарной продольной проводимости.