Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра дискретной математики и информационных технологий

Построение гамильтоновых циклов

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 421 группы
специальности 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»
факультета компьютерных наук и информационных технологий
Кузнецова Максима Олеговича

Научный руководитель
профессор, д.ф.-м.н. __________________ В.А. Молчанов
дата, подпись

Заведующий кафедрой
доцент, к.ф.-м.н. __________________ Л.Б. Тяпаев
дата, подпись

Саратов 2017

ВВЕДЕНИЕ

Гамильтоновы графы играют важную практическую роль в построении экономических схем товарооборота, при анализе ДНК в биологии, в вопросах организации и автоматизации производства, в электротехнике при проектировании электрических цепей и других прикладных областях.

С проблемой нахождения гамильтонова пути приходится сталкиваться при рассмотрении задач планирования производства, экономии природных ресурсов, задачи коммивояжера, задачи о ходе коня и многих других задач, а также методов их решения (включая эвристические и генетические алгоритмы). При компьютерном моделировании этих задач необходимо убедится, что граф действительно имеет гамильтонов цикл. Эта задача часто бывает сложной и имеет несколько путей возможного решения.

В настоящей работе рассматриваются и сравниваются между собой основные алгоритмы для решения поставленной задачи, такие как:

- алгебраический метод;
- метод перебора Робертса и Флореса;
- мультицепной метод.

Целью практической части данной работы является проведение вычислительного эксперимента, а именно, решение задачи нахождения гамильтонова цикла путем программной реализации одного из видов рассматриваемых алгоритмов.

Для достижения этой цели были сформулированы следующие задачи:

1) изучить специальную литературу, включающую в себя статьи и учебники по дискретной математике и теории графов;
2) разобрать алгоритмы для решения поставленной задачи на тестовых примерах;

3) реализовать алгоритм, позволяющий решить задачу нахождения гамильтонова цикла в графе одним из изученных методов, а именно методом перебора Робертса и Флореса;
4) провести серию экспериментов, которые помогут отчетливо представить, как находится решение задачи нахождения гамильтонова цикла в графе, а также убедиться в корректности работы программы.

Бакалаврская работа состоит из введения, 3 разделов, заключения, списка использованных источников и приложения. Общий объем работы – 50 страниц, из них 41 страница – основное содержание, включая 29 рисунков, список использованных источников из 20 наименований.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении ставятся цели и задачи бакалаврской работы.

В первом разделе «Основные понятия теории графов. Гамильтоновы графы» рассматриваются основные определения, необходимые для уточнения или установления терминов, используемых в работе. Также вводится понятие гамильтонова графа и достаточное условие гамильтоновости графа:

Теорема (Дирак, 1952). Если в простом графе с n (≥ 3) вершинами $\rho(v) \geq n/2$ для любой вершины v, то граф G является гамильтоновым.

Во втором разделе «Методы построения гамильтоновых циклов» описываются алгебраический метод, метод Робертса и Флореса и мультицепной метод.

Алгебраический метод был основан на работе Йоу [18], Даниэльсона [19] и Дхавана [20] и включает в себя построение всех простых цепей с помощью последовательного перемножения матриц.

Метод Робертса и Флореса строит одну цепь, непрерывно продлеваемую вплоть до момента, когда либо получается гамильтонов цикл, либо становится ясно, что эта цепь не может привести к гамильтонову циклу. Тогда цепь модифицируется некоторым систематическим способом (который гарантирует, что, в конце концов, будут исчерпаны все возможности), после чего продолжается поиск гамильтонова цикла. В этом способе для поиска требуется очень небольшой объем памяти и за один раз находится один гамильтонов цикл [3].

Время вычисления в мультицепном методе растет медленнее от числа вершин, чем в методе Робертса и Флореса. Он может быть использован для нахождения гамильтоновых циклов в очень больших графах. Этот метод состоит в том, что при добавлении очередной вершины из исходного графа удаляются дуги, которые не могут входить в гамильтонов цикл. Далее уже рассматривается не исходный, а редуцированный граф, что позволяет увеличить скорость поиска гамильтонова цикла.

Во втором разделе сравниваются между собой метод Робертса и Флореса и мультицепной метод [3]. Алгебраический метод не рассматривается, так как он редко используется на практике из-за больших требований к памяти компьютера. Критерием сравнения выступает время вычисления для нахождения одного гамильтонова цикла, если таковой существует, или доказательство его отсутствия. Сравнение методов проводилось на ЭВМ CDC 6600 и было взято из книги Н. Кристофидеса «Теория графов. Алгоритмический подход». Всего было использовано около 200 графов, для которых приводятся средние результаты. По результатам сравнения более быстрым оказался мультицепной метод. Время его работы меньше зависит от количества вершин в графе, чем время работы метода Робертса и Флореса.

В третьем разделе «Практическая часть» описывается созданная в ходе проделанной работы программа, позволяющая найти гамильтонов цикл, используя алгоритм перебора Робертса и Флореса. Программа была реализована на языке C# в среде VISUAL STUDIO 2015 COMMUNITY.

Алгоритм нахождения гамильтонова цикла методом Робертса и Флореса.

Вход : матрица смежности M графа G.

Выход: множество μ, содержащее Гамильтонов цикл H(G).

Начало.

Шаг 1. Выбрать вершину графа G, поместить ее в множество μ и обозначить x. Если на этом шаге были перебраны все вершины из G, перейти к шагу 5.

Шаг 2. Если множество μ содержит все вершины G, найден Гамильтонов путь. Перейти к шагу 4.

В матрице M из столбца x выбрать вершину, смежную с ней и ранее не вошедшую в μ. Добавить эту вершину в μ. Обозначить ее x и повторить шаг 2.

Если в столбце x нет возможной вершины, перейти к шагу 3.

Шаг 3. Удалить из μ вершину x. Если μ ≠ Ø, перейти к шагу 2, иначе к шагу 1.

Шаг 4. Рассмотреть дугу (x, y), где y – начальный элемент множества μ.

Возможны следующие варианты:

а) Если в графе существует дуга (x, y), то найден цикл Гамильтона. Перейти к шагу 5.

б) Если дуга (x, y) отсутствует, то в данном графе не существует цикла Гамильтона на основе найденной цепи. Перейти к шагу 3.

Шаг 5. Подать на выход множество μ.

Конец.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При написании выпускной квалификационной работы изучена специальная литература, включающая в себя статьи и учебники по дискретной математике и теории графов, описаны теоретические аспекты и раскрыты ключевые понятия исследования.

В соответствии с поставленными задачами разработана программа, позволяющая проводить вычислительные эксперименты, а именно, строить гамильтоновы циклы в графе.

Программа написана на языке C# в среде VISUAL STUDIO 2015 COMMUNITY. Программа оправдывает свое назначение и выполняет операции с различными входными данными.

Таким образом, все поставленные задачи были в полном объеме решены.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1 Уилсон Р. Введение в теорию графов / пер. с англ. И.Г. Никитиной; под ред. Г.П. Гаврилова. — М.: «Мир» , 1977. — С. 9 - 51.

2 Белов В.В. Теория графов. Учеб. пособие для втузов / Белов В.В. — М.: «Высш. школа», 1976. — С. 168 – 182.

3 Кристофидес Н. Теория графов. Алгоритмический подход / под ред. А. Бряндинской. — М.: «Мир» , 1978. — С. 245 - 305.

4 Койнов Р.В., Лисицына Л.С. Практикум по дискретной математике в среде виртуальной лаборатории системы ДО ИТМО / Учебно — методическое пособие — М.: «СПб» , 2004. — С. 8 - 11.

5 Джеффри Рихтер. CLR via C#. Программирование на платформе Microsoft .NET Framework 4.5 на языке C#. — 4-е изд. — СПб.: Питер, 2013.

6 Павел Агуров. C#. Сборник рецептов. — БХВ-Петербург, 2007.

7 Кормен Т. Алгоритмы. Построение и анализ / пер. с англ. И.В. Красикова; под ред. И.В. Красикова. — М.: Издательский дом «Вильямс» , 2005. — С. 1101 - 1105.

8 Дасгупта С. Алгоритмы / под ред. А. Шеня — М.: МЦНМО, 2014. — С. 230 – 260.

9 Скиена С. Алгоритмы. Руководство по разработке. — 2-е изд. — СПб.:БХВ-Петербург, 2011. — С. 380 – 384.

10 Татт У. Теория графов / Татт У. — М.: Мир, 1988. — С. 16 – 25.

11 Selby G. R. The use of topological methods in computer-aided circuit layout, Ph. D. Thesis — London University, 1970.

12 Берж К. Теория графов и ее применения. — М.: Изд-во иностр. лит., 1962

13 М. О. Асанов. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы. — Ижевск: ННЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2001. — С. 41.

14 Ф. Харари. Теория графов. — г. Москва, пр-т 60-летия Октября, 9: Едиториал УРСС, 2003. — С. 16-17.

15 О. Оре. Графы и их применение. — Москва: Мир, 1965. — С. 40-41.

16 Roberts S. M., Flores B. Systematic generation of Hamiltonian circuits — Comm. Of ACM, 1966 — p. 690.

17 Roberts S. M., Flores B. An engineering approach to the travelling salesman problem. — Man. Sci., 1967 — p. 269.

18 Yau S. S. Generation of all Hamiltonian circuits, paths and centres of a graph and related problems. — IEEE Trans., 1967 — p. 79.

19 Danielson G. H. On finding the simple paths and circuits in a graph. — IEEE Trans, 1968 — p. 294.

20 Dhawan V. Hamiltonian circuits and related problems in graph theory. — M. Sc. Report, 1969.