Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра дискретной математики
и информационных технологий

Фундаментальные множества циклов и коциклов

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 421 группы
специальности 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»
факультета компьютерных наук и информационных технологий
Окунева Сергея Олеговича

Научный руководитель
профессор, д.ф.-м.н. ________________ В.А. Молчанов
дата, подпись

Заведующий кафедрой
доцент, к.ф.-м.н. ________________ Л.Б. Тяпаев
дата, подпись

Саратов 2017

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность выбранной темы заключается в том, что при помощи программы, производящей поиск фундаментальных множеств циклов и коциклов, можно анализировать электрические цепи. Целью бакалаврской работы является изучение фундаментального множества циклов и фундаментального множества коциклов, а также написание программного продукта, осуществляющего их поиск.

Для достижения цели выделены задачи:

- Изучить теоретические основы теории графов, включающие в себя такие основополагающие понятия как граф, его маршруты, компоненты связности, циклы и разрезы.
- Разобрать понятие фундаментального множества циклов и алгоритма построения такого множества.
- Разобрать понятие фундаментального множества коциклов и алгоритма построения такого множества.
- Изучить приложения фундаментального множества циклов и фундаментального множества коциклов.
- Написать программу в среде VISUAL STUDIO 2015 COMMUNITY на языке C#.

В первом и втором разделе бакалаврской работы разобраны основные понятия теории графов. В третьем представлен алгоритм решения поставленной задачи, и ее программная реализация. В четвертом разделе описано практическое применение программы. В пятом описан пользовательский интерфейс, со всеми его возможностями.

Основное содержание работы

1 Основные определения

Наглядно-геометрически граф определяется как множество точек, лежащих на плоскости, некоторые из которых соединены между собой линиями. Такие точки называют *вершинами*, а линии $-$ *ребрами* графа.

Граф может быть ориентированным или неориентированным.

Фундаментальное множество циклов и коциклов строится для неориентированных графов, поэтому далее под графом будем рассматривать только их и называть просто графами.

Интуитивно, наиболее понятный для человека способ представления графа $-$ изображение графа на плоскости в виде точек и линий соединяющих их. Но, он будет совершенно бесполезным для решения задач, связанных с графами на ЭВМ. Для решения этой проблемы будем задавать граф *матрицей смежности*.

Теорема 1 [1]. Для связного графа $G=(V,E)$ следующие условия эквивалентны:

1) $G-$ дерево;
2) Любые две вершины графа G соединяются единственным путем;
3) Число ребер графа G на единицу меньше, чем число его вершин;
4) Любое ребро графа G является его мостом;
5) Граф G не содержит циклов, но добавление к нему любого нового ребра приводит к образованию ровно одного простого цикла.

2 Фундаментальные множества циклов и коциклов

Пусть граф $G= (V,E)$ имеет n вершин и m ребер и компонент связности p тогда цикломатическим числом называется $v(G)=m-n+p$. Любой остов этого графа $T=(V,E')$ имеет $n-p$ ребер $e_1,\dots,e_{n-p}$, которые называются ветвями. Остальные $v(G)$ ребер $u_1,\dots,u_{v(G)}$ графа G, которые не вошли в остов T, называются хордами.

После добавления любой хорды u_i к остову T получится граф T+u_i, содержащий ровно один простой цикл, который обозначим C_i. Цикл C_i состоит из некоторых ребер остова T и хорды u_i, он называется фундаментальным циклом графа *G* относительно хорды u_i остова *T*.

Множество $\{C_i, \dots, C_{v(G)}\}$ всех фундаментальных циклов графа *G* относительно хорд остова T называется фундаментальным множеством циклов графа *G* относительно остова *T*. Число элементов такого множества равно цикломатическому числу $v(G)$.

Разрезом графа $G= (V, E)$ называется множество всех ребер *K*, соединяющих вершины двух компонент V_1, V_2 некоторого разбиения множества вершин $V = V_1 + V_2$. То есть удаление в графе *G* множества ребер *K* приведет к тому, что вершины из множества V_1 будут несмежны с вершинами из множества V_2.

Разрез *K* графа *G* называется коциклом, если любое собственное подмножество $K' \subset K$ и $K' \neq K$, не является разрезом ни по какому разбиению. Другими словами, из *K* невозможно удалить ни одно ребро с тем, чтобы полученное множество было разрезом.

Множество $\{K_1, \dots, K_{n-p}\}$ всех фундаментальных разрезов графа *G* относительно ветвей остова T называется фундаментальным множеством коциклов графа *G* относительно остова *T*. Число элементов такого множества равно значению $v^* = n - p$, которое называется корангом графа *G* и обозначается $v^*(G)$.

Для связного графа *G* понятия остова и коцикла являются двойственными в том смысле, что остову графа *G* соответствует минимальное множество его ребер, связывающее маршрутами все его вершины, а коциклу графа *G* соответствует минимальное множество его ребер, отделяющее некоторые вершины графа *G* от всех его остальных вершин.

Существует несколько интересных соотношений между матрицами циклов и разрезов. Ниже все арифметические операции являются операциями по модулю 2.

Теорема 2 [2]. Матрица фундаментальных циклов C и транспонированная матрица фундаментальных разрезов K^t ортогональны, то есть $C * K^t = 0$.

Эта теорема является немедленным следствием очевидного факта:

(1) Каждый разрез цикла, индуцированный некоторым разрезом, имеет четное число ребер, общих с этим разрезом.

Теорема 2 следует из (1). По этой теореме можно написать

$$\mathrm{C}K^t = (I|C) * \left(\frac{K^t}{I}\right) = K^t + C = 0.$$

Поэтому

$$K^t = -C = C$$

так как $-1 = 1\langle mod\ 2\rangle$. Вследствие этого матрица фундаментальных разрезов может быть немедленно получена, как только станет известна матрица фундаментальных циклов, и наоборот.

Для решения задачи по построению фундаментального множества циклов возникает необходимость поиска ребер, удовлетворяющих некоторым условиям. Для этого будет использоваться обход графа в глубину.

3 Практическая часть

Для написания программы, по построению фундаментального множества циклов и фундаментального множества коциклов, был выбран язык C#. Сама программа реализована в среде VISUAL STUDIO 2015 COMMUNITY.

Основой аналитической части программы был выбран обход графа в глубину. Сложность данного алгоритма $O(n^2)$, где $n -$ количество вершин в графе, так как для каждой вершины осуществляется просмотр и проверка на смежность всех остальных вершин. Но так как в программе граф задается матрицей смежности, сложность алгоритма уменьшается до $O(n+m)$.

Для написания программы построения фундаментального множества циклов и фундаментального множества коциклов выделены следующие подзадачи:

1) написать метод, реализующих обход графа в глубину;
2) найти остовной подграф T графа G;
3) добавляя к нему по одной хорде, построить матрицу фундаментальных циклов;
4) из фундаментальной матрицы циклов получить матрицу фундаментальных коциклов.

Для реализации этих подзадач были созданы четыре класса:

- Класс вершин.
- Класс ребер.
- Статический класс реализующий обход в глубину.
- Статический класс производящий поиск фундаментального цикла.

4 Практическое применение

Нахождение фундаментального множества циклов имеет прямой физический смысл. Он позволяет найти независимые контуры в графе электрической цепи, то есть независимые круговые токи, которые могут протекать в цепи, их так же называют контурными токами.

Один из методов анализа электрической цепи является **метод контурных токов.** Основой для него служит *второй закон Кирхгофа*. Главное его преимущество − это уменьшение количества уравнений до $\nu(G)$. На практике такое уменьшение существенно упрощает расчет.

Нахождение фундаментального множества коциклов служит для определения независимых разностей потенциалов между узлами электрической цепи.

В совокупности фундаментальное множество циклов и коциклов используется для анализа электрических цепей.

5 Описание пользовательского интерфейса

После запуска программы перед пользователем будет открыто окно. В левом верхнем углу, расположена кнопка «Меню» нажав на которую будет доступны два действия:

- сохранение введённой матрицы,
- выход из программы.

Также в рядом с меню расположена кнопка «О программе», выводящая на экран информацию о программе.

Матрицу смежности можно ввести вручную или загрузить из файла. После этого при нажатии на кнопку «Рассчитать» будет посчитан результат.

Так же в программе присутствуют проверки на ошибки, не позволяющие пользователю вводить заведомо неверные данные.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

За время работы над бакалаврской работой, изучена специальная литература и основные понятия теории графов, использующиеся в данной работе.

В соответствии с планом разработана и написана программа в среде VISUAL STUDIO 2015 COMMUNITY, на языке C#, которая позволяет вычислять множество фундаментальных циклов и коциклов неориентированного графа G. Это является основным результатом бакалаврской работы.

Таким образом, все поставленные задачи были решены в полном объеме.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1 Молчанов В.А. Дискретная математика: учеб. пособие для вузов. 132 с.

2 Кристофидес Н. Теория графов: Алгоритмический подход. – М.: Мир, 1978. 427 с.