

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «САРАТОВСКИЙ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра материаловедения, технологии
и управления качеством

**КОПУЛЯРНАЯ ТЕОРИЯ КАК ИНСТРУМЕНТ УПРАВЛЕНИЯ
КАЧЕСТВОМ**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 4 курса 431 группы
по направлению 27.03.02 «Управление качеством»
факультета nano- и биомедицинских технологий
Ломовцевой Ксении Сергеевны

Научный руководитель

доцент, к.ф.-м.н., доцент

должность, уч. степень, уч. звание

подпись, дата

Д.В. Герин

инициалы, фамилия

Зав. кафедрой

профессор, д.ф.-м.н.

должность, уч. степень, уч. звание

подпись, дата

С.Б. Вениг

инициалы, фамилия

Саратов 2017

Введение. Выбор стратегии и наличие реализующих ее средства во многом влияют на эффективность создания качественной и конкурентоспособной продукции. Однако значение того и другого неравноценно. Неправильно выбранный путь решения, затраченные усилия ведут не только к финансовым потерям, но и к потерям позиций на рынке товаров и услуг. Поэтому основное внимание должно быть уделено активизации деятельности, направленной на выбор стратегических методов, которые станут основополагающими при постановке задачи по созданию или совершенствованию продукции. Каждый из нас в процессе своей деятельности испытывает недостаток информации, опыта, времени, непрерывное стремление получения положительного результата и другие факторы. Все это в совокупности определяет выбор методов решения стоящих перед нами задач. Эти методы должны учитывать также закономерности развития анализируемой или вновь создаваемой системы. Прежде чем что-то улучшать, нужно ясно видеть проблему и осознавать саму необходимость улучшений [1].

Способ выявления проблемы и выбор универсального «языка», на котором можно продемонстрировать ее значимость, обеспечивают статистические методы контроля качества. Так, благодаря японским специалистам по качеству, объединившим семь наиболее часто применяемых методов, появились знаменитые во всем мире «семь инструментов руководства качеством» [2]. Их использование способствует решению задач, возникающих в процессах организации бизнеса (производства) и управления им. И в силу того, что прогресс не стоит на месте эти семь инструментов пополняются все более новыми и новыми методологиями, тем самым обеспечивая управление качеством высокотехнологичного производства.

Целью бакалаврской работы являлось изучение методик и инструментов управления качеством продукции/услуг в организации, а также исследование моделей копулы как предполагаемого метода прогнозирования качества.

На основании поставленной цели сформулированы задачи работы:

- изучить основные инструменты управления качеством, выявить их достоинства и недостатки;
- исследовать понятие «копула»;
- исследовать основные положения теории копул, выявить достоинства и недостатки данной теории;
- рассмотреть различные подходы к оценке моделей копул;
- смоделировать вероятности выхода из строя изделий;
- спрогнозировать оптимальный гарантийный срок службы изделий.

Обзор составлен по 23 информационным источникам.

Структура работы состоит из введения, четырех разделов, заключения и списка использованных источников.

Во введении рассматривается актуальность работы, устанавливается цель и выдвигаются задачи для достижения поставленной цели.

Основное содержание работы

В первом разделе «Семь инструментов качества» рассматриваются основные инструменты контроля качества, описывается их сущность и методология, а также выявляются достоинства и недостатки каждого.

Семь инструментов контроля качества – это набор инструментов, позволяющих облегчить задачу контроля протекающих процессов и предоставить различного рода факты для анализа, корректировки и улучшения качества процессов [3].

К основным инструментам контроля качества относят:

1. Контрольный листок.
2. Блок-схема.
3. Диаграмма Исикавы.
4. Диаграмма Парето.
5. Гистограмма.
6. Диаграмма разброса.
7. Контрольная карта.

Контрольный листок – это инструмент, позволяющий облегчить задачу контроля протекающих процессов и предоставить различного рода факты для анализа, корректировки и улучшения качества процессов [4, 5].

Блок-схема – это графическое изображение основных операций изучаемого процесса, и взаимосвязи последовательности выполнения [3].

Диаграмма Парето – это инструмент, позволяющий выявить и отобразить проблемы, установить основные факторы, с которых нужно начинать действовать, и распределить усилия с целью эффективного разрешения этих проблем.

Причинно-следственная диаграмма – позволяет прояснить и учесть все существенные факторы, влияющие на результат какой-либо деятельности. Таким результатом может быть изделие, услуга, завершённая работа, состояние оборудования или проблема – любой объект изучения или разработки. Применение диаграммы Исикавы позволяет выяснить причины каких-либо проблем в организации или, например, причины возникновения дефектов в изделиях.

Гистограмма – это инструмент, позволяющий зрительно оценить распределение статистических данных, сгруппированных по частоте попадания данных в определенный (заранее заданный) интервал.

Диаграмма разброса – инструмент, позволяющий определить вид и тесноту связи между парами соответствующих переменных. Эти две переменные могут относиться к:

- характеристике качества и влияющему на нее фактору;
- двум различным характеристикам качества;
- двум факторам, влияющим на одну характеристику качества.

Контрольные карты – инструмент, позволяющий отслеживать ход протекания процесса и воздействовать на него (с помощью соответствующей обратной связи), предупреждая его отклонения от предъявляемых к процессу требований.

Во втором разделе «Теория копул» исследуется понятие «копула»,

свойства копул, а также ее основные семейства.

Копула – это функция, позволяющая перейти от одномерных (частных) распределений случайных величин к совместному распределению.

Копулы являются инструментом построения многомерных распределений и формализации зависимых структур между случайными величинами. Понятие «копула» впервые было введено Абэ Скляром в 1959 года, когда он ответил на вопрос относительно взаимосвязи между многомерной функцией вероятности и ее компонентами. В последние годы она привлекла большое внимание как в теоретическом, так и прикладном аспектах.

Теорема Скляра гласит, что любая интегральная функция распределения случайного вектора может быть описана с помощью частных функций распределения и копулы, которая описывает зависимую структуру между переменными [6]. То есть, учитывая вектор случайных величин (X_1, \dots, X_d) , ее кумулятивную функцию распределения $H(x_1, \dots, x_d)$ ($= P(X_1 \leq x_1, \dots, X_d \leq x_d)$), и компоненты $F_k(x_k)$ ($= P(X_k \leq x_k)$, где $k = 1, \dots, d$), Скляр доказал, что $H(x_1, \dots, x_d)$ можно записать как $H(x_1, \dots, x_d) = C(F_1(x_1), \dots, F_d(x_d))$. Функция $C(\cdot)$ называется копула [7].

Выделяют несколько основных семейств копул: эллипсообразные, экстремальные и архимедовы.

В третьем разделе «Подходы к оценке моделей копул» рассмотрены основные методы оценки смоделированных моделей копул.

Существует несколько подходов для решения задачи моделирования совместного распределения с учетом теоремы Скляра. Множество различных комбинаций определяется возможностью параметрической и непараметрической оценки копулы и частных распределений. Все варианты можно обобщить в три группы: параметрический методы, полупараметрический и непараметрический методы.

Параметрические методы предполагают параметризацию как частных распределений, так и копулы. К ним относят такие базовые подходы, как метод максимального правдоподобия и метод «от частных распределений» [8, 9].

Полупараметрические методы также предполагают двухэтапную оценку копулы. Отличие заключается в том, что на первом этапе вместо оценки маргиналов используется эмпирическое распределение. На втором этапе выполняется параметрическая оценка копулы [10].

Среди непараметрических методов оценки копул следует выделить подходы на основе оценки эмпирической копулы. Данный подход предполагает оценки функции распределения эмпирической копулы, которая отражает количество случаев, когда исходы случайных величин одновременно попали в выбранную ячейку сетки разбиения всего множества вероятностного пространства [11].

В четвертом разделе «Прогнозирование гарантийного срока службы изделий с помощью моделей копул» произведено построение трех моделей копул для расчета оптимальной длительности гарантийного срока службы легковых автомобилей на основе ассиметричных копул.

В исследовании использовались следующие экспериментальные данные: 3466 автомобиля, гарантийные рекламации которых были собраны у автопроизводителя. В свою очередь, к 2289 автомобилям были предъявлены гарантийные требования, что в течении 36 месяцев или 30 000 миль автомобили будут работать без сбоев, а к остальным 1177 автомобилям не было предъявлено требований [12]. На рисунке 1 (а, б) представлено количество автомобилей, чьи владельцы обратились в сервисную службу.

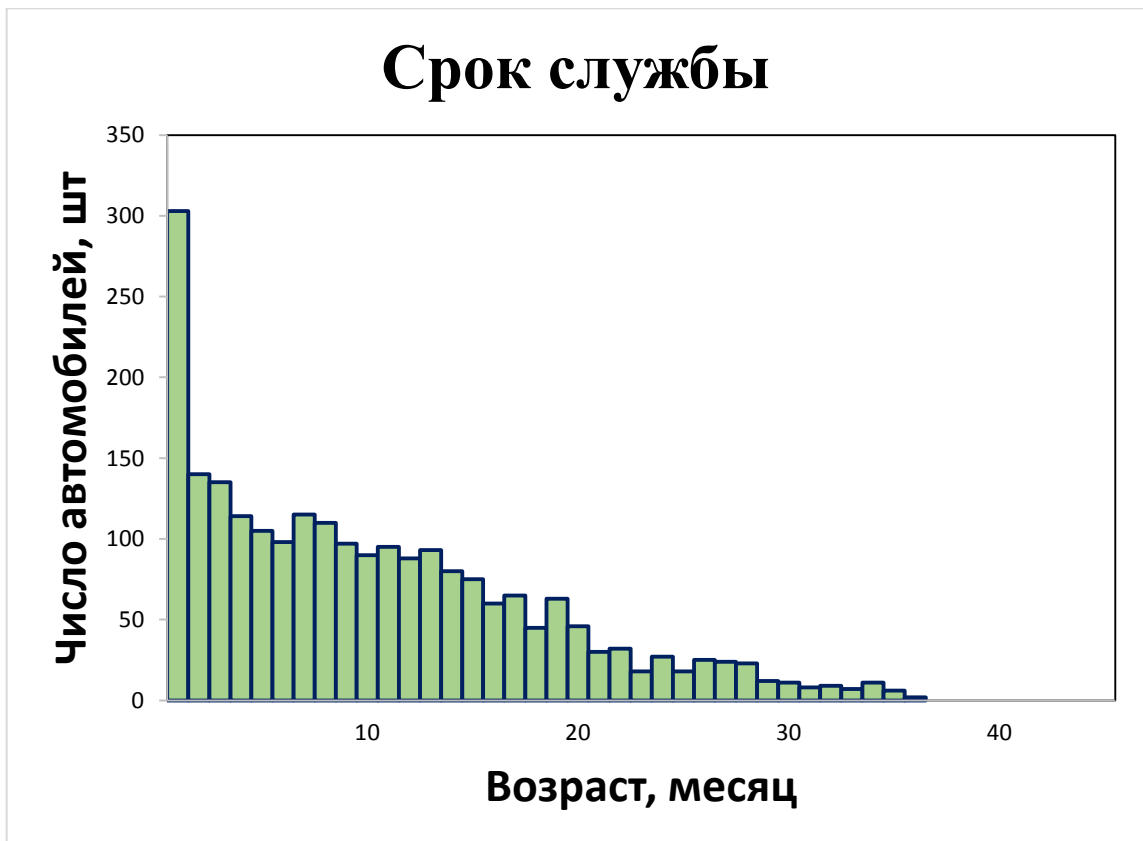


Рисунок 1 (а) – Число автомобилей, вышедших из строя, в зависимости от их возраста

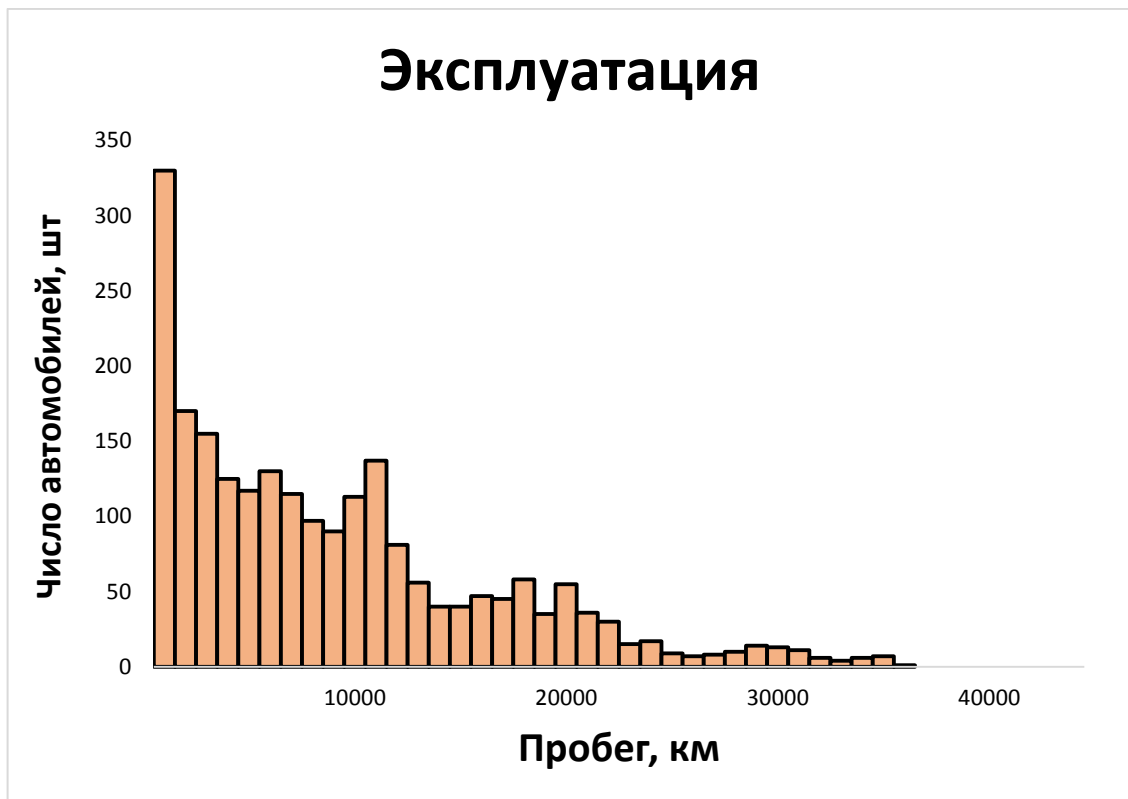


Рисунок 1 (б) – Число автомобилей, вышедших из строя, в зависимости от их пробега

В основе, используемой нами, модели ассиметричной копулы лежит двумерное распределение времени дожития (продолжительности жизни), а в качестве базовой копулы выступает копула Гумбеля [13].

$$S(x_1, x_2) = \exp \left\{ - \left[(-\ln(1 - v_1))^\theta + (-\ln(1 - v_2))^\theta \right]^{1/\theta} \right\}, \quad (1)$$

$$v_1 = 1 - \exp \left(- \left[(-\ln(1 - v_1))^\theta + (-\ln(1 - v_2))^\theta \right]^{1/\theta} \right), \quad (2)$$

где x_1, x_2 – случайные величины ($x_1(t)$ – количество вышедших из строя автомобилей в зависимости от срока службы, x_2 – количество вышедших из строя автомобилей в зависимости от интенсивности эксплуатации), θ – параметр формы распределения, θ_1, θ_2 – параметры разброса, а p_0, p_1 – параметр зависимости между случайными величинами.

В результате были смоделированы следующие модели копул:

Модель 1:

$$\begin{aligned} C_1(v_1, v_2) &= p_0 C(v_1, v_2; \theta_1) + p_1 C(v_1, v_2; \theta_2) \\ &= p_0 (v_1 + v_2 - 1 + C_0(1 - v_1, 1 - v_2; \theta_1)) + p_1 (v_1 + v_2 - 1 + C_0(1 - v_1, 1 - v_2; \theta_2)) \\ &= p_0 \left\{ v_1 + v_2 - 1 + \exp \left\{ - \left[(-\ln(1 - v_1))^{\theta_1} + (-\ln(1 - v_2))^{\theta_1} \right]^{1/\theta_1} \right\} \right\} \\ &\quad + p_1 \left\{ v_1 + v_2 - 1 + \exp \left\{ - \left[(-\ln(1 - v_1))^{\theta_2} + (-\ln(1 - v_2))^{\theta_2} \right]^{1/\theta_2} \right\} \right\}, \end{aligned} \quad (3)$$

где p_0, p_1 – параметры распределения.

Модель 2:

$$\begin{aligned} C_2(v_1, v_2) &= p_0 C(v_1, v_2; \theta_1) + p_1 C(v_1, v_2; \theta_2) = p_0 (v_1 + v_2 - 1 + C_0(1 - v_1, 1 - v_2; \\ &\quad \theta_1)) + p_1 (v_1 + v_2 - 1 + C_0(1 - v_1, 1 - v_2; \theta_2)) \\ &= v_1 + v_2 - 1 + p_0 \left\{ \exp \left\{ - \left[(-\ln(1 - v_1))^{\theta_1} + (-\ln(1 - v_2))^{\theta_1} \right]^{1/\theta_1} \right\} \right\} \\ &\quad + p_1 \left\{ \exp \left\{ - \left[(-\ln(1 - v_1))^{\theta_2} + (-\ln(1 - v_2))^{\theta_2} \right]^{1/\theta_2} \right\} \right\}. \end{aligned} \quad (4)$$

Модель 3:

$$\begin{aligned} C_3(v_1, v_2) &= C(v_1, v_2; \theta_1) = v_1 + v_2 - 1 + C_0(1 - v_1, 1 - v_2; \theta_1) \\ &= v_1 + v_2 - 1 + \exp \left\{ - \left[(-\ln(1 - v_1))^{\theta_1} + (-\ln(1 - v_2))^{\theta_1} \right]^{1/\theta_1} \right\}. \end{aligned} \quad (5)$$

Модель 1 основана на вышеупомянутом методе. Модель 2 представляет собой совокупность двух копул Гумбеля с разными параметрами θ_1 и θ_2 [14, 15]. В обеих моделях 1 и 2, $p_0 + p_1 = 1$. Модель 3 является моделью, которая предложена в [16].

В таблице 1 приведены параметры, необходимые для расчета копул.

Таблица 1 – Параметры распределения

				θ_1	θ_2	p_0	p_1	№ модели
0,78	0,77	27,00	24496,98	3,76	0,48	0,9	0,1	Модель 1
0,73	0,65	33,38	37332,16	4,62	1,86	0,75	0,25	Модель 2
0,81	0,71	25,01	24965,02	3,01				Модель 3

Результаты произведенного расчета копул представлены на рисунке 2 (а, б, в, г, д, е).

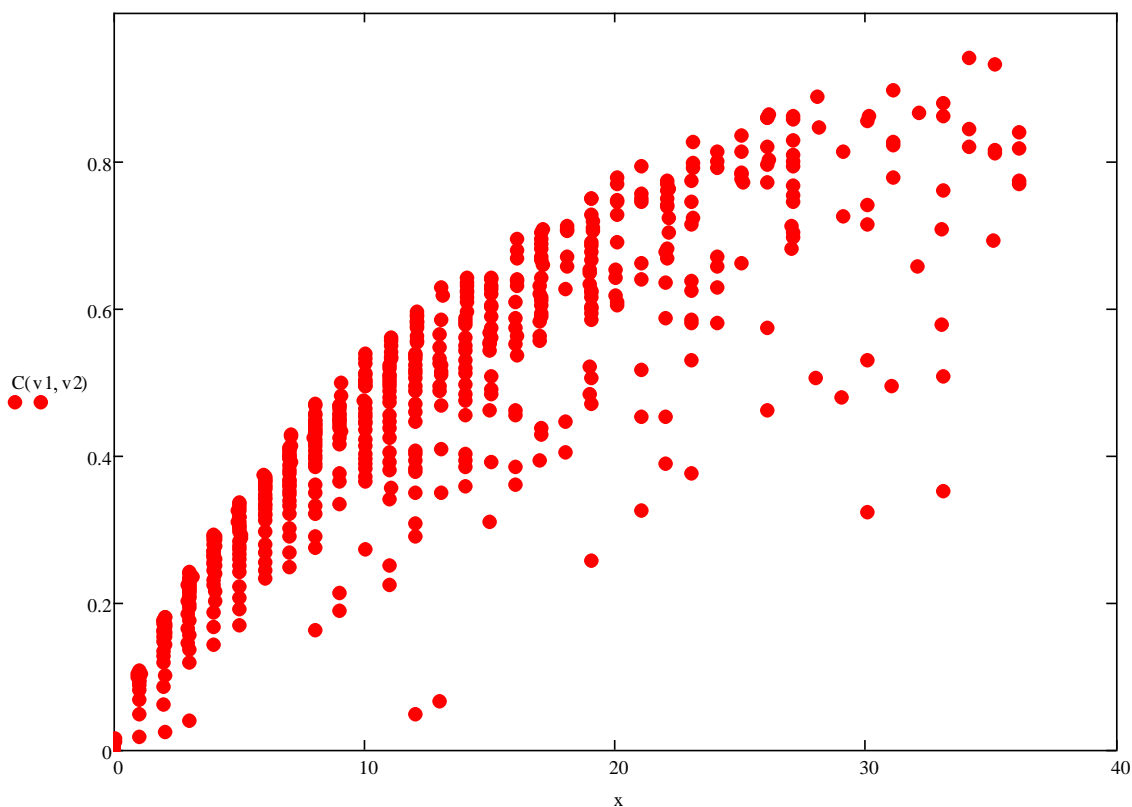


Рисунок 2 (а) – Модель копулы № 1 ($C(v_1, v_2)$), основной характеристикой является срок службы (x)

Моделировалось поведение модели копулы № 1, представленная в формуле (3) с параметрами формы распределения $\theta_1 = 0,78$, $\theta_2 = 0,77$, параметрами разброса $\sigma^2 = 27$, $\omega = 24496,98$, параметрами зависимости между случайными величинами $\alpha_1 = 3,76$, $\alpha_2 = 0,48$ и параметром распределения $p_0 =$

0,9. Обнаружено, что для 3466 автомобилей вероятность выхода из строя в первые 10 месяцев лежит в интервале от 0-0,55, в последующие 10 месяцев от 0,3-0,8, от 20-30 месяцев вероятность составляет 0,6-0,9, но вероятность наступления данного события в этот период равнозначна.

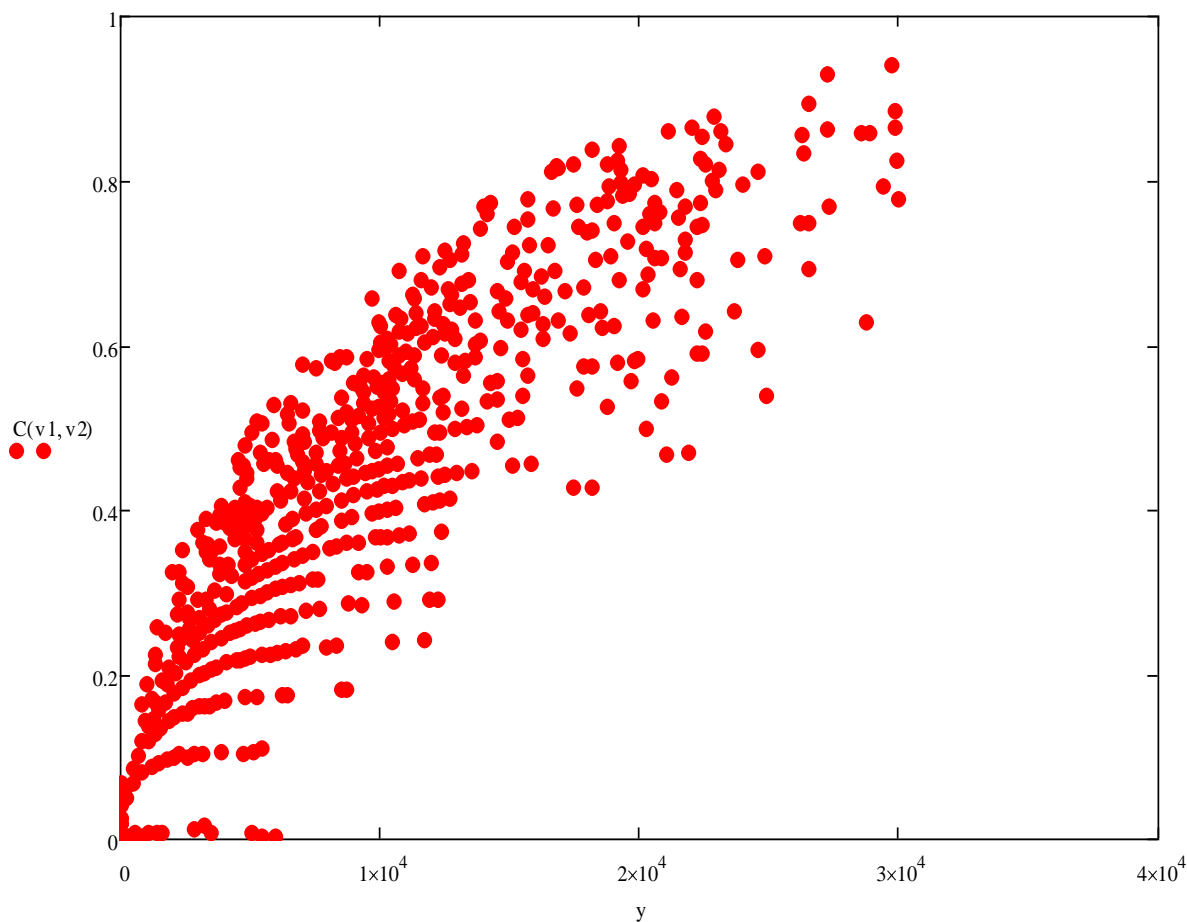


Рисунок 2 (б) – Модель копулы № 1 ($C(v_1, v_2)$), основной характеристикой является интенсивность эксплуатации (y)

Далее было смоделировано поведение модели копулы № 1, основной характеристикой которой являлась интенсивность эксплуатации (параметры распределения и число автомобилей остались без изменений). Обнаружено, что вероятность выхода из строя при пробеге в 10000 км лежит в пределах от 0,001 до 0,6, при пробеге в 20000 от 0,4 до 0,8, при пробеге свыше 30000 вероятность составляет 0,6-0,9, но вероятность наступления данного события в этот период равнозначна и степень размытия зависимости увеличивается.

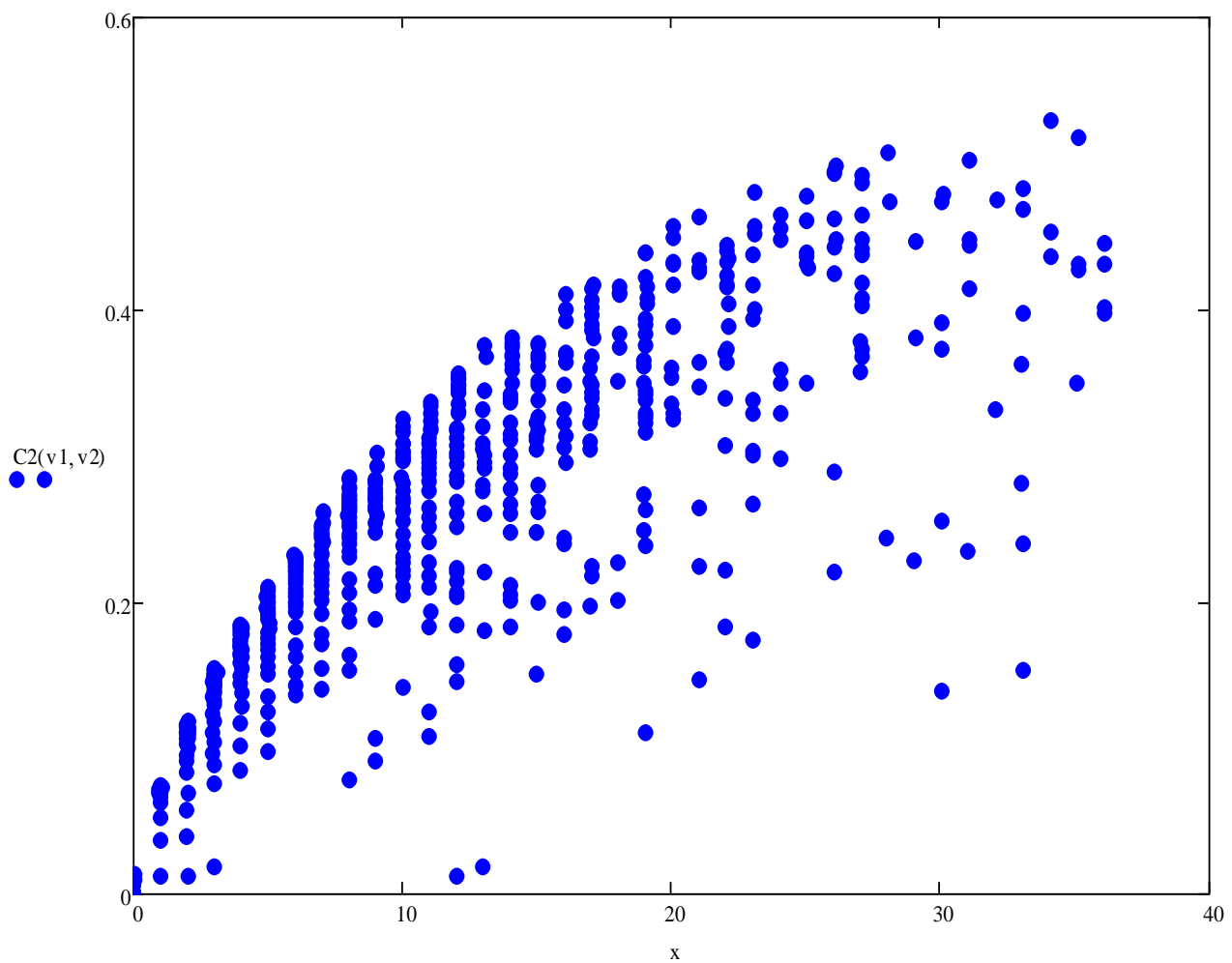


Рисунок 2 (в) – Модель копулы № 2 ($C2(v_1, v_2)$), основной характеристикой является срок службы (x)

Моделировалось поведение модели копулы № 2, представленная в формуле (4) с параметрами формы распределения $\alpha = 0,73$, $\beta = 0,65$, параметрами разброс $\sigma_1 = 33,38$, $\sigma_2 = 37332,16$, параметрами зависимости между случайными величинами $\rho_1 = 4,62$, $\rho_2 = 1,86$ и параметром распределения $p_0 = 0,75$. Обнаружено, что вероятность выхода из строя автомобилей в первые 10 месяцев лежит в интервале от 0-0,3, в последующие 10 месяцев от 0,3-0,42, от 20-30 месяцев вероятность составляет 0,4-0,5, но вероятность наступления данного события в этот период минимальна.

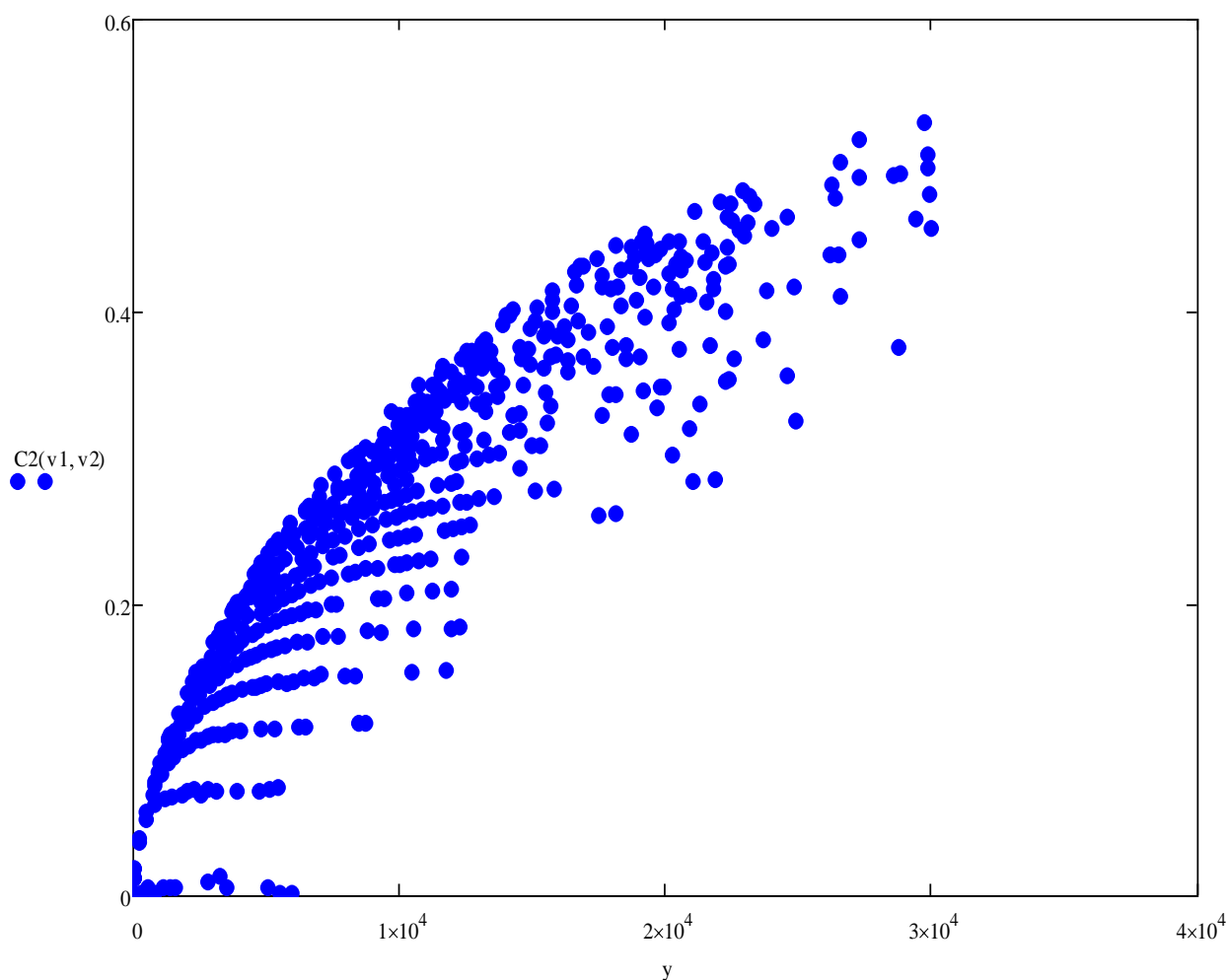


Рисунок 2 (г) – Модель копулы № 2 ($C2(v_1, v_2)$), основной характеристикой является интенсивность эксплуатации (y)

Моделировалось поведение модели копулы № 2, основной характеристикой которой являлась интенсивность эксплуатации (параметры распределения и число автомобилей остались без изменений). Обнаружено, что для 3466 автомобилей вероятность выхода из строя при пробеге в 10000 км лежит в пределах от 0 до 0,3, при пробеге в 20000 км от 0,3 до 0,47, при пробеге свыше 30000 вероятность составляет 0,45-0,5, что говорит о том, что наступление данного события маловероятно.

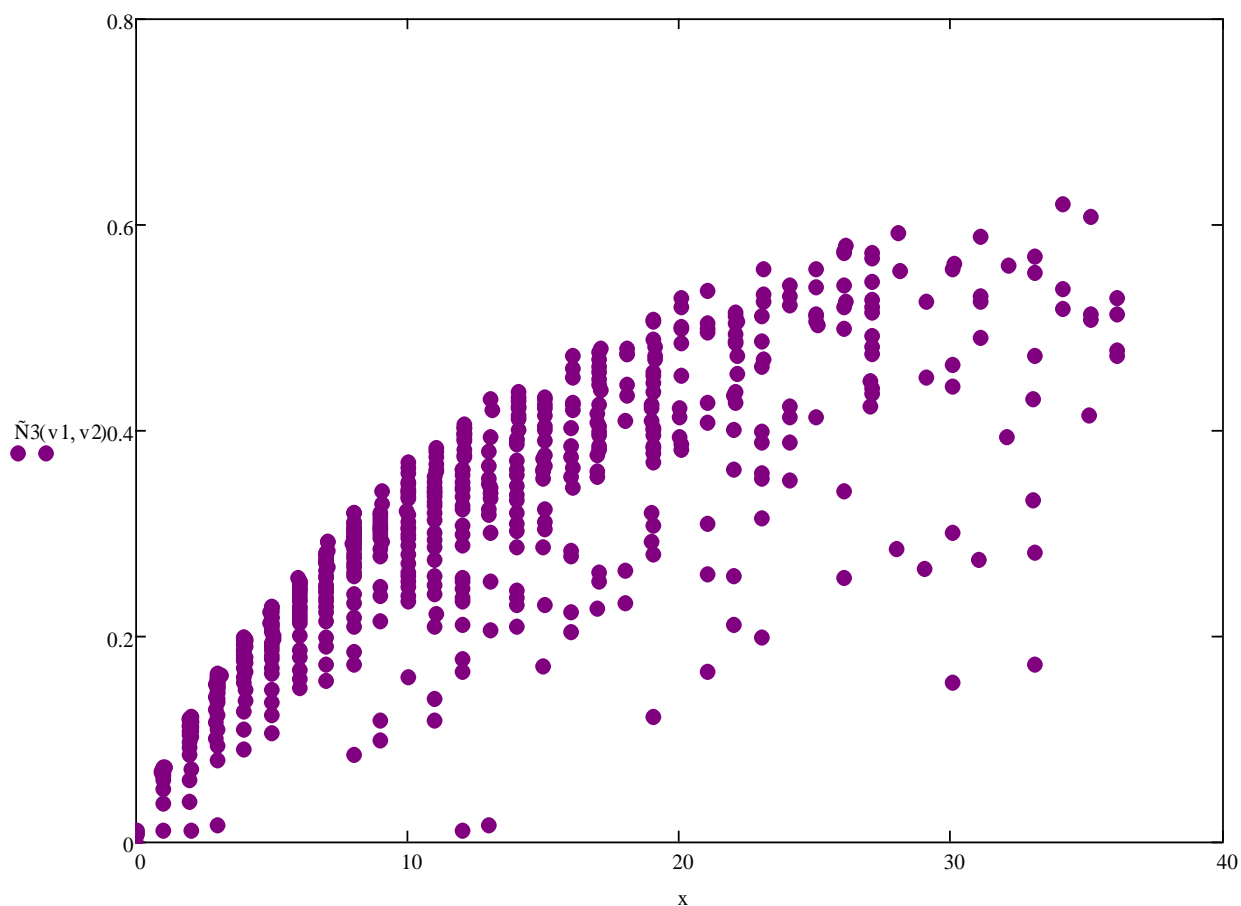


Рисунок 2 (д) – Модель копулы № 3 ($N3(v_1, v_2)$), основной характеристикой является срок службы (x)

Моделировалось поведение модели копулы № 3, представленная в формуле (5) с параметрами формы распределения $\alpha = 0,81$, $\beta = 0,71$, параметрами разброс $\sigma_1 = 25,01$, $\sigma_2 = 24965,02$, параметрами зависимости между случайными величинами $\rho = 3,01$. Обнаружено, что для 3466 автомобилей вероятность выхода из строя в первые 10 месяцев лежит в интервале от 0-0,4, в последующие 10 месяцев от 0,4-0,55, от 20-30 месяцев вероятность составляет 0,55-0,6, из этого следует, что вероятность наступления данного события в этот период минимальна.

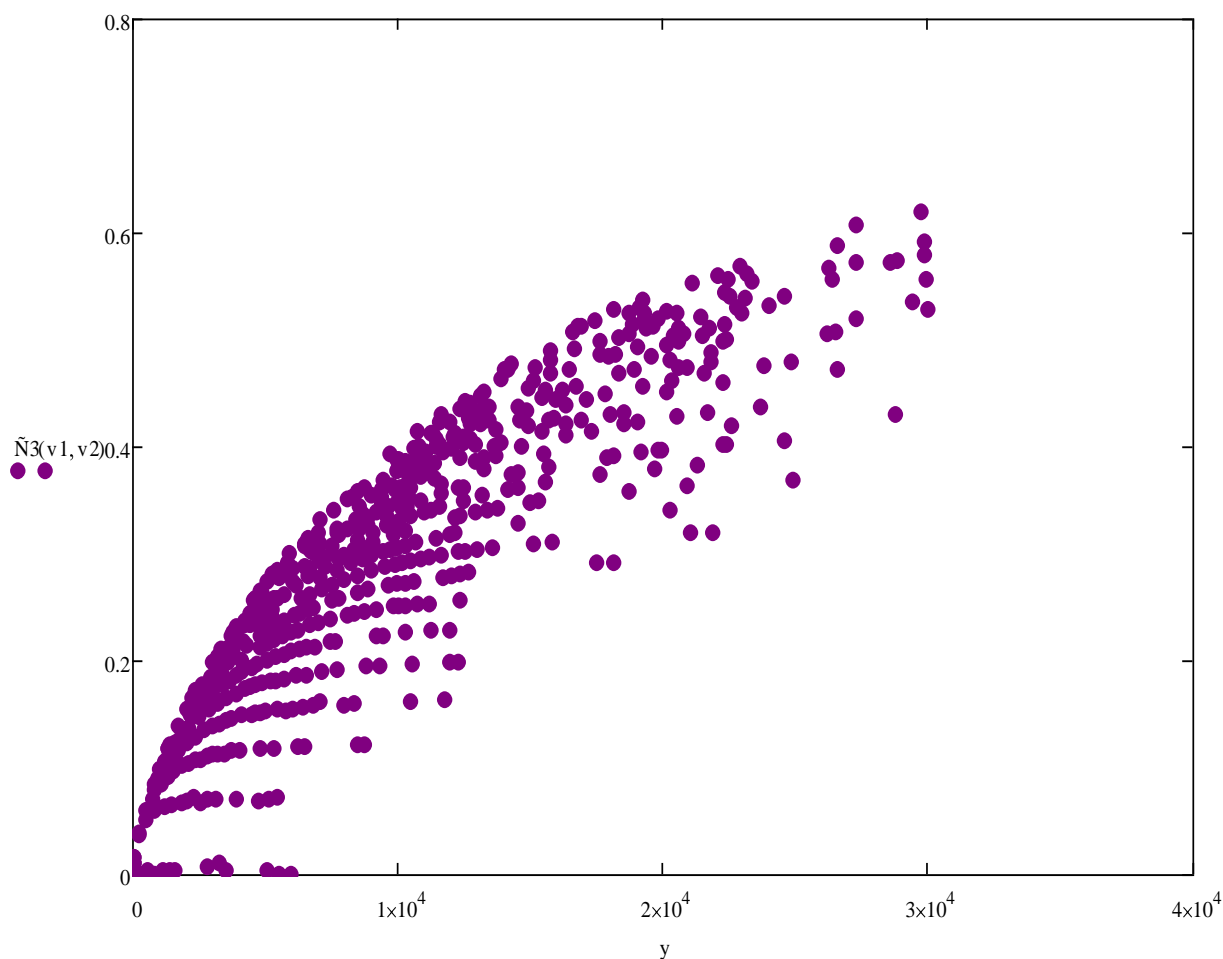


Рисунок 2 (е) – Модель копулы № 3 ($N3(v_1, v_2)$), основной характеристикой является интенсивность эксплуатации (y)

Моделировалось поведение модели копулы № 3, основной характеристикой которой являлась интенсивность эксплуатации (параметры распределения и число автомобилей остались без изменений). Было обнаружено, что для 3466 автомобилей вероятность выхода из строя при пробеге в 10000 км лежит в пределах от 0 до 0,39, при пробеге в 20000 км от 0,4 до 0,57, при пробеге свыше 30000 вероятность составляет около 0,6, что говорит о том, что наступление данного события маловероятно.

Построение различных моделей копул показало, что наиболее точную вероятность неисправности (поломки) автомобиля или его частей предпочтительно оценивать опираясь на модель № 1, которая является совокупностью копулы Клейтона и Гумбеля, поскольку модель № 2 (совокупность двух копул Гумбеля) и модель № 3 менее правдоподобно

описывают длительность гарантийного срока для исследованной генеральной совокупности.

Из проведенного исследования обнаружено, что вероятность неисправности (поломки) автомобиля или его частей велика уже в первые два года использования. С точки зрения потребителя это является преимуществом, т.к. данный период входит в гарантийный срок. Но с другой стороны, с точки зрения производителя это является серьезным недостатком, который связан либо с производством некачественной продукции, либо с неправильной разработкой плана гарантии, которые в дальнейшем могут принести финансовые убытки компании. Из этого следует, что условия предоставления гарантийного обслуживания необходимо регулировать с учетом минимизации затрат производителя.

Заключение. Модели копул широко используются в различных областях науки и техники. Они нашли успешное применение при моделировании природных явлений, в информационных технологиях для защиты данных, при анализе микроэкономических данных и экономической сфере в целом. Совсем недавно копулы стали использоваться для анализа надежности автострадных мостов и для построения разного рода моделей со многими переменными в гражданском и механическом машиностроении.

Моделирование зависимостей с помощью копул широко используется применительно к оцениванию финансовых рисков и в страховом анализе, например, для ценообразования облигаций, обеспеченных долговыми обязательствами. Кроме того, копулы также применяются для выполнения других страховых задач как гибкий инструмент анализа.

В ходе бакалаврской работы были изучены основные инструменты управления качеством и положения теории копул. А также предложена метод прогнозирования длительности гарантийного срока службы автомобилей с помощью различных моделей копул.

Построение различных моделей копул показало, что наиболее точную вероятность неисправности (поломки) автомобиля или его частей

предпочтительно оценивать опираясь на модель № 1, которая является совокупностью копулы Клейтона и Гумбеля, поскольку модель № 2 (совокупность двух копул Гумбеля) и модель № 3 менее правдоподобно описывают длительность гарантийного срока для исследованной генеральной совокупности.

Данное исследование имеет практическую ценность как для производителей, так и для потребителей. Производители смогут более точно оценивать надежность своей продукции и прогнозировать гарантийные требования, необходимые для подготовки планов гарантийных сроков, а также это позволит оптимизировать страховые выплаты клиентам. Они в свою очередь будут оптимально управлять своим бюджетом и выстраивать культуру потребления.

Список использованных источников

- 1 Половинкин, А. И. Методы автоматизированного проектирования / А. И. Половинкин. М. : Советское радио, 1976. 126 с.
- 2 Половинкин, А. И. Техническое творчество: теория, методология, практика. Энциклопедический словарь-справочник / А. И. Половинкин, В. В. Попов. М. : НПО «Информ-система», 1995. 408 с.
- 3 Ефимов, В. В. Сборник методов поиска новых идей и решений управления качеством/ В. В. Ефимов. Ульяновск : УлГТУ, 2011. 194 с.
- 4 Глудкин, О. П. Всеобщее управление качеством: учебник для вузов / О. П. Глудкин, Н. М. Горбунов, А. И. Гуров, Ю. В. Зорин. М. : Радио и связь, 1999. 600 с.
- 5 Кумэ, Х. Статистические методы повышения качества: пер. с англ. / Х. Кумэ, Ю. П. Адлера, Л. А. Коноревой. М. : Финансы и статистика, 1990. 304 с.
- 6 Sklar, A. Fonctions de repartition an dimensions et leurs marges / A. Sklar // Publications de l'institut de statistique de l'universite de Paris. 1959. T. 8. С. 229-231.

- 7 Wu, S. Construction of asymmetric copula sanditsapplication in two-dimensional reliability modelling / S. Wu // European Journal of Operational Research. 2014. № 238(2). C. 476-485.
- 8 Zhang, M. Modelling total tail dependence along diagonals / M. Zhang // Insurance: Mathematics and Economics. 2008. № 42(1). C.73-80.
- 9 Hua, L. Tail order and intermediate tail dependence of multivariate copulas / L. Hua // Journal of Multivariate Analysis. 2011. № 102(10). C. 1454-1471.
- 10 Alexander, C. Assessment and aggregation of banking risks / C. Alexander, J. Pezier // International Finanial Risk Institute. 2003. № 3. C. 83-96.
- 11 Meneguzzo, D. Copula sensitivity in collateralized debtobligations and basket default swaps / D. Meneguzzo // Journal of Futures Markets. 2003. № 24(1). C. 37-70.
- 12 Kim, G. Comparison of semiparametric and parametric methods for estimating copulas / G. Kim, M. Silvapulle, P. Silvapulle // Computational Statistics & Data Analysis. 2007. № 51. C. 2836-2850.
- 13 Remillard, B. Testing for Equality Between Two Copulas / B. Remillard, O. Scaillet // Journal of Multivariate Analysis. 2009. № 100. C. 377-386.
- 14 Grundke, P. Crisis and risk dependencies / P. Grundke // European Journal of Operational Research. 2012. № 223(2). C. 518-528
- 15 Embrechts, P. Copulas: A personal view / P. Embrechts // Journal of Risk and Insurance. 2009. № 76(3).C. 639-650.
- 16 Wu, S. A review on coarse warranty data and analysis / S. Wu // Reliability Engineering and System Safety. 2013. № 114(1).C. 1-11.