

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математической экономики

**Анализ и прогноз экономических временных рядов с использованием
моделей нечеткого моделирования**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента (ки) 4 курса 451 группы

по направлению 38.03.05 – Бизнес - информатика

Механико-математического факультета

Мосуновой Екатерины Александровны

Научный руководитель
к.ф.-м.н., доцент

подпись, дата

А.М.Варюхин

Зав. кафедрой
д.ф.-м.наук, профессор

подпись, дата

С.И.Дудов

Саратов 2017

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования. Экономические и бизнес процессы разворачиваются во времени в условиях большой неопределенности факторов и условий, которые обуславливают их динамику. Для решения задач прогнозирования экономической динамики, представляемой временными рядами (ЭВР), и управления ими необходимо располагать моделью ЭВР, в которой учитывается неопределенность механизмов формирования уровней временных рядов.

Традиционно такие модели обычно создаются в рамках статистического подхода, основанного на вероятностной трактовке механизмов формирования ЭВР. Но в экономике и бизнесе данная неопределенность часто носит не статистический, а нечеткий характер, который затрудняет и даже исключает возможность применения статистических методов. Но при этом открывается возможность формализации интеллектуальных операций, связанных с принятием конкретно-предметных решений на основе приближенных рассуждений человека. Формализация интеллектуальных операций, моделирующих нечеткие высказывания о состоянии и поведении сложных систем, образует в настоящее время самостоятельное научно-практическое направление исследований, получившее название «нечеткое моделирование». Нечеткое моделирование базируется на теории нечетких множеств, нечеткой логики и нечетких систем. Развитие данного направления применительно к анализу ВР (ЭВР) привело к формированию нечеткой модели временного ряда (НВР, НЭВР). Такая модель, являясь принципиально более грубой, чем статистическая, тем не менее, позволяет использовать дополнительные конкретно-предметные знания и описывать поведение ЭВР в виде качественных (лингвистических) оценок уровней и нечетких тенденций.

Методы анализа НВР показали свою продуктивность в прогнозировании процессов в экономике и бизнесе, когда получение полных

количественных данных не представляется возможным или не является достаточным. Анализ возможностей и недостатков методов нечеткого моделирования ЭВР выявил ряд нерешенных научно-технических и методологических проблем: проблему повышения точности прогноза, информативности за счет идентификации нечеткой тенденции, проблему определения целостной логически связанной организации объектов анализа ЭВР, проблему разработки критериев эффективности и методики оценивания результатов нечеткого моделирования. Выше обозначенные проблемы требуют развития как методологии для анализа ЭВР, обладающих высокой степенью неопределенности, так и совершенствования формальных методов моделирования механизмов формирования НЭВР.

Движение в данном направлении имеет большое научное и практическое значение для повышения качества и эффективности анализа и прогнозирования структурных изменений в поведении ЭВР.

Таким образом, существующее противоречие между практической потребностью в решении задач анализа и прогнозирования ЭВР, накопленных в базах данных, обладающих высокой степенью неопределенности, и ограниченными возможностями существующих методов их моделирования определяет актуальность исследования.

Актуальность определила выбор **темы** данной работы: «Анализ и прогноз экономических временных рядов с использованием моделей нечеткого моделирования».

Целью работы является повышение эффективности анализа и прогноза ЭВР с использованием моделей нечеткого моделирования.

Объект исследования - экономический временный ряд (ЭВР), а **предмет** его формальная нечеткая модель - нечеткий экономический временной ряд (НЭВР)

Для достижения поставленных целей в работе необходимо решить следующие **задачи**:

1. Раскрыть понятие «динамика», как базовое свойство экономических объектов на макро- и микро- уровнях;
2. Определить основные виды и типы экономической динамики;
3. Описать ЭВР как форму эмпирического описания динамики экономических систем (определение и классификация);
4. Дать краткую характеристику возможностям и ограничениям статистического подхода к описанию ЭВР;
5. Дать краткую характеристику особенностям и возможностям кибернетического и синергетического подходов к описанию ЭВР;
6. Сформулировать теоретические основы нечеткого моделирования ЭВР;
7. Дать математическое описание ЭВР методами нечеткого моделирования;
8. Построить нечеткую модель конкретного ЭВР и осуществить его прогноз на основе использования данной модели.

Теоретико-методологической основой исследования явились концепции, раскрывающие сущность процессного подхода и рекомендации по описанию экономических временных рядов и моделей нечеткого моделирования (Леоненков А., Ярушкина Н.Г., Афанасьева Т.В., Перфильева И.Г.).

Для решения поставленных задач были использованы следующие теоретические методы исследования: моделирование, анализ, сравнение, статистический метод.

Основное содержание работы

Выпускная бакалаврская работа состоит из введения, основной части, в которой присутствуют 3 главы, заключения, списка использованных источников и приложения.

Введение содержит основные положения: статистически подкрепленную актуальность темы исследования; цель, объект, предмет, задачи исследования; практическую значимость исследования.

Первая глава «Динамика как объект экономико-математического анализа».

В рамках системного подхода экономика рассматривается как многоуровневая система общественных отношений. Выделяется четыре уровня: микроуровень, мезоуровень, макроуровень и международный уровень. В качестве основного выступает макроуровень. На этом уровне рассматривается функционирование сложных крупных самостоятельных экономических систем, каковыми чаще всего являются национальные экономики. На микроуровне изучаются отдельные предприятия или вертикально интегрированные системы, которые состоят из отдельных предприятий, которые взаимосвязаны технологическим циклом. Таковыми субъектами являются фирмы и домохозяйства. Мезоуровень составляют сложные подсистемы, входящие в национальные экономики, например, отрасли и экономические регионы. Международный уровень представляет собой уровень взаимодействия национальных экономик, а также различных над- и межнациональных экономических институтов.

Экономика на любом уровне характеризуется определенными показателями и обычно принято представлять в виде «черного ящика» (Рис.1).

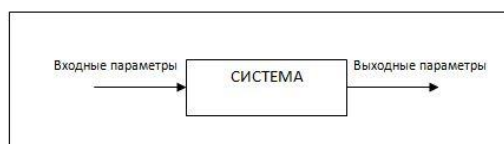


Рисунок 1.

Где на входе показан ресурс или экономическая система, а на выходе – некоторый вектор - продукт, которым обычно является сам продукт или

услуга. Также есть некие технологии, которые связывают ресурс определенным образом в пространстве и времени и в результате этого формирует продукт или услугу. Все показатели изменяются во времени.

Динамика бывает непрерывной и дискретной. Все изменения любых экономических параметров могут осуществляться дискретно во времени и непрерывно. Динамический процесс может быть детерминированным, стохастическим и комбинированным.

Существуют следующие виды динамики: неслучайная составляющая (обобщенное понятие Тренд) и случайная составляющая. При этом комбинирование этих составляющих может осуществляться, как аддитивно, так и мультипликативным подходом. Неслучайная составляющая может быть растущей и падающей. Данные виды динамики могут по-разному комбинировать.

Помимо таких монотонных трендов, существуют циклические тренды - это чистый цикл, где ни частота, ни амплитуда не меняются. Бывают также тренды с убывающей амплитудой, с уменьшающейся частотой, с меняющейся фазой. В зависимости от того, как изменяются амплитуда, частота и фаза, будут разные типы циклической динамики.

Во второй главе «Обзор математических подходов к описанию экономических временных рядов (ЭВР)» описывается ЭВР как форма эмпирического описания динамики экономических систем, а также статистический, кибернетический и синергетический подходы к описанию ЭВР.

Упорядоченные во времени наборы значений показателей, характеризующих некоторый объект (явление) получили название временные ряды (ВР).

Таким образом, экономический временный ряд (ЭВР) или динамический ряд – это последовательность экономических наблюдаемых значений изучаемого показателя, расположенных в хронологическом порядке или в порядке возрастания времени.

Статистический подход к описанию ЭВР подход базируется на концепциях, лежащих в основе теории вероятности и математической статистики. Здесь основополагающим является представление об ЭВР как выборке из бесконечного ряда значений показателя во времени. При этом считается, что элементы ЭВР статистически зависят друг от друга и в общем случае не являются одинаково распределенными величинами.

Кибернетический подход к анализу ЭВР.

Нечеткое моделирование временных рядов представляет новую научную область, специфика которой по отношению к статистическому и нейросетевому моделированию ЭВР определяется нечеткими уровнями нечеткого временного ряда.

Подход с точки зрения нечетких моделей позволяет использовать прикладные знания для нечеткого выражения уровней временного ряда, строить нечеткие временные ряды и выявлять зависимости в виде нечетких продукционных правил.

Представление временных рядов в классе нечетких временных рядов основывается на предположении, что возможна лингвистическая интерпретация значений временного ряда, основанная на понятии нечетких множеств.

Синергетический подход к анализу ЭВР.

При синергетическом подходе анализ ЭВР рассматривается как раздел теории динамических систем (ЭВР порождается соответствующей динамической системой). Рассмотрение ЭВР как объектов имеющих

самоподобную структуру позволяет переосмыслить подходы к их анализу на основе интеграции теории динамических систем, фрактальных множеств и нелинейной динамики, теории хаоса, теории циклов и теории волн Элиота. Современная динамическая теория ЭВР и так называемая эмбедология, объединяют элементы теории размерности, теории информации, дифференциальной динамики и теории динамических систем, определяя при этом принципиальное различие между хаосом и стохастичностью. На данной теоретической основе были разработаны методы прогноза ЭВР, для которых пока нет адекватных статистических моделей. Эти методы имеют ряд преимуществ в перед стандартными алгоритмами прогноза при исследовании квазипериодических и хаотических систем. Данный подход, естественно, не может решить все проблемы анализа временных рядов, но на его основе был разработан новый набор алгоритмов и методов исследования временных рядов (например, методы технического анализа) создан новый язык, позволяющий формулировать задачи анализа и прогноза многих реальных временных рядов.

Третья глава «Использование нечеткого моделирования для экономико-математического анализа ЭВР» подразделяется на 3 части: краткая характеристика технологии нечеткого моделирования, математическое описание ЭВР методами нечеткого моделирования и приводится пример анализа устойчивости и прогноза ЭВР средствами нечеткого моделирования в среде MatLab.

В части 3.1 «краткая характеристика технологии нечеткого моделирования и возможности ее использования для анализа и прогноза ЭВР» описывается понятие «нечеткое моделирование»: Формализация интеллектуальных операций, моделирующих нечеткие высказывания человека о состоянии и поведении сложных явлений, образует сегодня самостоятельное направление научно-прикладных исследований, получившее название «нечеткое моделирование». Указанное направление

включает комплекс задач, методология решения которых опирается на теорию нечетких множеств, нечеткой логики, нечетких моделей (систем) и гранулярных вычислений. Также в этой же части объясняются основные проблемы, решаемые в нечетком моделировании, связаны с моделированием интеллектуальных операций приближенных рассуждений человека (эксперта), а также объектов, над которыми эти операции выполняются:

1. нечеткие множества;
2. операций нечеткой логики;
3. нечеткие модели или нечеткие системы.

Пример прогноза ЭВР средствами нечеткого моделирования.

Общая постановка задачи

Объектом исследования является временной ряд:

$$\{\tilde{A}(k)\} (k = 1 \div t), \quad (1)$$

в котором $\tilde{A}(k)$ является слабо структурированной данной или, в нашем представлении, нечётким множеством, характеризуемым кортежем [2]:

$$\{x_j^k / \mu(x_j^k)\}, \mu(x_j^k) \rightarrow [0,1], j = 1 \div J. \quad (2)$$

Необходимо разработать такие методы фаззификации исторических данных и дефаззификации нечётких выходов, чтобы, адаптируя их к существующим нечётким моделям прогнозирования временных рядов, можно было бы добиться существенного улучшения результатов прогнозирования по сравнению с существующими методиками.

Нечёткое моделирование временного ряда

В качестве примера за основу выберем волатильный временной ряд годового объема продаж подсолнечника аграрной компании (Таблица 1 и Рисунок 3.3.1), где среднестатистические исторические данные в силу ряда

объективных и субъективных причин не являются абсолютно достоверными, т.е. рассматриваются нами как слабо структурированные, т.е. в нечёткой интерпретации.

Таблица 1. Волатильный временной ряд

Год	Историческая данные	Год	Историческая данные	Год	Историческая данные
1984	9	1994	63	2004	21
1985	31	1995	14	2005	44
1986	23	1996	55	2006	31
1987	24	1997	11	2007	12
1988	36	1998	17	2008	18
1989	60	1999	34	2009	51
1990	49	2000	37	2010	46
1991	31	2001	56	2011	63
1992	27	2002	57	2012	32
1993	37	2003	62	2013	44

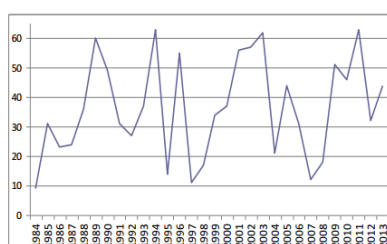


Рисунок 3.3.1 - Волатильный временной ряд

Большинство нечётких подходов к построению прогностических моделей слабо структурированных временных рядов предусматривает последовательное выполнение следующих основных трёх процедур:

1. определение универсума и фаззификацию исторических данных;
2. выявление внутренних нечётких связей (отношений) и их локализацию по группам;
3. нахождение нечётких выходов (прогнозов) и их дефаззификацию.

Поэтому суть предлагаемого нами подхода раскроем, придерживаясь этой схемы. [12, с. 5]

Определение нечётких прогнозов и их дефаззификация

Для определения нечётких прогнозов воспользуемся базовой моделью:

Модель: Если на текущий момент (в нашем случае на i -ый год) историческая данная x_i описана в виде нечёткого множества B_j , которое в составе всего временного ряда образует только одну единственную связь, скажем, отношение: $B_j \Rightarrow B_k$, тогда прогнозом на следующий $(i + 1)$ –ый год будет нечёткое множество B_k . В противном случае, т.е. когда имеет место группа отношений, например, $B_j \Rightarrow B_{k_1}, B_{k_2}, \dots, B_{k_p}$, то именно эта связка в комплексе и будет нечётким прогнозом на $(i + 1)$ –ый год [5, 6].

Прогнозирование на основе Модели

Для нечётких связей 1-го и 2-го порядков выходы прогностической Модели №1 представлены в Таблице 11 и Таблице 12 соответственно (см в Приложении В).

Прогностическая модель в масштабе номинальных значений данных временного ряда. Итак, после того как были получены точечные оценки нечётким прогнозам в масштабе единичного отрезка, настало время отразить их в номинальных значениях временного ряда. Для этого воспользуемся двухслойной нейронной сетью с feedforward структурой, представленная в нотации пакета прикладных программ MATLAB 7.11.0 на Рисунке 3.3.6.

За основу обучения данной нейронной сети было выбрано

Множество обучающих пар

$$\{(A_k^{def}, x_k)\}_{k=1}^{25}, \quad (12)$$

где x_k – данные временного ряда, A_k^{def} являются дефазифицированными значениями их нечётких аналогов A_k , полученные с применением описанной выше процедуры точечной оценки нечётких множеств: (8) – (10) (см. Таблицу 4). По существу, представленная на Рисунке 3.3.6. нейронная сеть аппроксимирует непрерывную функцию

$$x_k = f(A_k^{def}), \quad (13)$$

представленную в табличном виде, т.е. в виде Таблицы 13.

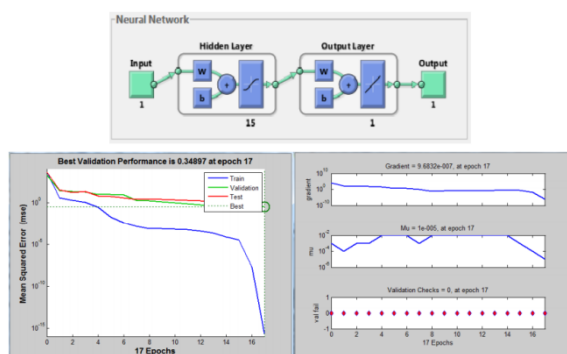


Рисунок 3.3.5 - Нейронная аппроксимация функции $x_k = f(A_k^{def})$ в нотации MATLAB

Таблица 13. Табличное представление функции $x_k = f(A_k^{def})$

k	x_k	A_k^{def}	k	x_k	A_k^{def}	k	x_k	A_k^{def}
1	9	0.1804	10	27	0.4083	19	51	0.8951
2	11	0.1915	11	31	0.4899	20	55	0.9547
3	12	0.2015	12	32	0.5101	21	56	0.9650
4	14	0.2304	13	34	0.5538	22	57	0.9735
5	17	0.2776	14	36	0.5917	23	60	0.9920
6	18	0.2962	15	37	0.6074	24	62	0.9991
7	21	0.3374	16	44	0.6808	25	63	1
8	23	0.3514	17	46	0.7595			
9	24	0.3631	18	49	0.8525			

После аппроксимации функции (13) обученная нейронная сеть индуцирует на выходе номинальные прогнозные значения для временного ряда, соответствующие дефаззифицированным аналогам нечётких выходов, представленным в Таблице 11 и Таблице 12. Полученные таким образом прогнозы помещены в Таблицу 14 и Таблицу 15, а сами модели временного ряда для случая связей 1-го и 2-го порядков соответственно показаны на Рисунке 3.3.6 на фоне исходного временного ряда. [12, с. 37]

Таблица 14. Прогнозирование временного ряда с учётом связей 1-го порядка

Год	Данная	Прогноз	Год	Данная	Прогноз	Год	Данная	Прогноз
1984	9	-	1994	63	46.0706	2004	21	30.9644
1985	31	33.2953	1995	14	30.9644	2005	44	29.9126
1986	23	24.7750	1996	55	33.2953	2006	31	44.0833
1987	24	29.9126	1997	11	30.9644	2007	12	24.7750
1988	36	29.9126	1998	17	33.2953	2008	18	33.2953
1989	60	46.0706	1999	34	29.9126	2009	51	29.9126
1990	49	30.9644	2000	37	46.0706	2010	46	32.8618
1991	31	32.8618	2001	56	46.0706	2011	63	44.0833
1992	27	24.7750	2002	57	30.9644	2012	32	30.9644
1993	37	24.7750	2003	62	30.9644	2013	44	24.7750

Таблица 15. Прогнозирование временного ряда с учётом связей 2-го порядка

Год	Данная	Прогноз	Год	Данная	Прогноз	Год	Данная	Прогноз
1984	9	-	1994	63	55.4142	2004	21	32.6734
1985	31	-	1995	14	29.9613	2005	44	45.1902
1986	23	19.0082	1996	55	32.6734	2006	31	29.7134
1987	24	19.0082	1997	11	12.9219	2007	12	12.9219
1988	36	35.4722	1998	17	32.6734	2008	18	19.0082
1989	60	46.0706	1999	34	44.1036	2009	51	44.1036
1990	49	29.9613	2000	37	46.0706	2010	46	45.1902
1991	31	29.7134	2001	56	55.4142	2011	63	55.4142
1992	27	29.7134	2002	57	29.9613	2012	32	29.7134
1993	37	35.4722	2003	62	32.6734	2013	44	45.1902



Рисунок 3.3.6 - Модели временного ряда при наличии связей 1-го и 2-го порядков

Моделирование временного ряда по указанной схеме не ограничивается только случаями внутренних связей 1-го и 2-го порядков. Как правило, расчёты продолжают делать и для случаев внутренних связей более старших порядков. Поэтому, опираясь на нечеткий аналог временного ряда (см. Таблица 6), продолжим применение Модели 1 для внутренних связей 3-го порядка, которые представлены в Таблице 16.

Таблице 16. Группы нечётких связей 3-го порядка

Группа	Нечёткая связь 3-го порядка	Группа	Нечёткая связь 3-го порядка	Группа	Нечёткая связь 3-го порядка
1	$B_1, B_3, B_2 \Rightarrow B_2$	10	$B_4, B_7, B_1 \Rightarrow B_7$	19	$B_7, B_7, B_2 \Rightarrow B_5$
2	$B_3, B_2, B_2 \Rightarrow B_4$	11	$B_7, B_1, B_7 \Rightarrow B_1$	20	$B_7, B_2, B_5 \Rightarrow B_3$
3	$B_2, B_2, B_4 \Rightarrow B_7$	12	$B_1, B_7, B_1 \Rightarrow B_2$	21	$B_2, B_5, B_3 \Rightarrow B_1$
4	$B_2, B_4, B_7 \Rightarrow B_6$	13	$B_7, B_1, B_2 \Rightarrow B_4$	22	$B_5, B_3, B_1 \Rightarrow B_2$
5	$B_4, B_7, B_6 \Rightarrow B_3$	14	$B_1, B_2, B_4 \Rightarrow B_4$	23	$B_3, B_1, B_2 \Rightarrow B_6$
6	$B_7, B_6, B_3 \Rightarrow B_3$	15	$B_2, B_4, B_4 \Rightarrow B_7$	24	$B_1, B_2, B_6 \Rightarrow B_5$
7	$B_6, B_3, B_3 \Rightarrow B_4$	16	$B_4, B_4, B_7 \Rightarrow B_7$	25	$B_2, B_6, B_5 \Rightarrow B_7$
8	$B_3, B_3, B_4 \Rightarrow B_7$	17	$B_4, B_7, B_7 \Rightarrow B_7$	26	$B_6, B_5, B_7 \Rightarrow B_3$
9	$B_3, B_4, B_7 \Rightarrow B_1$	18	$B_7, B_7, B_7 \Rightarrow B_2$	27	$B_5, B_7, B_3 \Rightarrow B_5$

Отправляясь от выявленных связей 3-го порядка, получим прогнозы данных временного ряда в терминах точечных оценок в масштабе единичного отрезка. Далее, применяя обученную аппроксимационную нейронную сеть (см. Рисунок 3.3.5), получим окончательные прогнозы исторических данных, которые представлены в Таблице 17.

Графическая интерпретация прогностической модели представлена на Рисунке 3.3.7.

Таблица 17. Прогнозирование временного ряда с учётом связей 3-го порядка

Год	Данные	Данные в терминах ТО НМ	Прогноз в терминах номинальных значений	Прогноз в терминах ТО НМ	Год	Данные	Данные в терминах ТО НМ	Прогноз в терминах номинальных значений	Прогноз в терминах ТО НМ
1984	9	0.1804	-	-	1999	34	0.5538	35.5085	0.5873
1985	31	0.4899	-	-	2000	37	0.6074	35.5085	0.5873
1986	23	0.3514	-	-	2001	56	0.9650	55.5191	0.9596
1987	24	0.3631	19.2116	0.3087	2002	57	0.9735	55.5191	0.9596
1988	36	0.5917	35.5085	0.5873	2003	62	0.9991	55.5191	0.9596
1989	40	0.9020	55.5191	0.9596	2004	21	0.3374	19.2116	0.3087
1990	49	0.8525	49.5741	0.8628	2005	44	0.6808	52.2968	0.7144
1991	31	0.4899	27.7482	0.4526	2006	31	0.4899	27.7482	0.4526
1992	27	0.4083	27.7482	0.4526	2007	12	0.2615	13.6027	0.2127
1993	37	0.6074	35.5085	0.5873	2008	18	0.2962	19.2116	0.3087
1994	63	1.0000	55.5191	0.9596	2009	51	0.8951	49.5741	0.8628
1995	14	0.2384	12.6027	0.2127	2010	46	0.7595	52.2968	0.7144
1996	55	0.9547	55.5191	0.9596	2011	63	1.0000	55.5191	0.9596
1997	11	0.1915	12.6027	0.2127	2012	32	0.5101	27.7482	0.4526
1998	17	0.2776	19.2116	0.3087	2013	44	0.6808	52.2968	0.7144

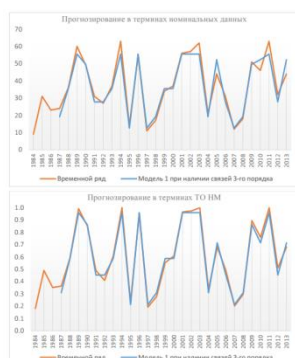


Рисунок 3.3.7 - Модели временного ряда при наличии связей 3-го порядка в терминах номинальных данных и ТО НМ

Как видно из Рис. 7, прогностическая модель в терминах ТО НМ гораздо лучше описывает рассматриваемый временной ряд, чем та же модель, но в терминах номинальных данных. Это незначительное расхождение связано с «издержками» нейронной аппроксимации функции (13). Поэтому на данном этапе моделирования временного ряда есть возможность существенно улучшить степень адекватности модели за счёт структурной и параметрической оптимизации feedforward нейронной сети. [12, с. 39]

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основным результатом работы является разработка анализа и прогноза экономических временных рядов с использованием моделей нечеткого моделирования. Представлен был обзор математических подходов к описанию экономических временных рядов (ЭВР), в котором были подробно. По результатам краткой характеристики технологии нечеткого моделирования и возможности ее использования для анализа и прогноза ЭВР и математического описания ЭВР методами нечеткого моделирования был представлен решенный пример анализа устойчивости и прогноза ЭВР средствами нечеткого моделирования.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Варюхин, А.М. Сельское хозяйство России: ретроспективный анализ устойчивости. Методология, статистика, модели, расчеты: Lap Lambert Academic Publishing, 2015. 275 с.
2. Ярушкина, Н.Г. Афанасьева, Т.В. Перфильева, И.Г. Интеллектуальный анализ временных рядов : учебное пособие. Ульяновск : УлГТУ, 2010. 320 с.
3. Леоненков, А.В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH.: БХВ-Петербург, 2005. 736 с.
4. Алексеев, Г.Н. Прогнозное прогнозирование временных рядов: нечеткие модели. М.: Наука, 2005. 300 с.
5. Ярушкина, Н. Г. Современный интеллектуальный анализ нечетких временных рядов. М. : Физматлит, 2009. 150с.
6. Андерсон, Т. Статистический анализ временных рядов. М.: Мир, 2010. 449 с.
7. Бокс, Дж., Дженкинс, Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. Вып. 1, М.: Мир, 2009. 590 с.
8. Афанасьева, Т.В., Наместников, А.М., под науч. ред. Ярушкиной Н.Г. Прогнозирование временных рядов: нечеткие модели. Ульяновск: УлГТУ, 2014. 145 с.