

Министерство образования и науки Российской Федерации  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.  
ЧЕРНЫШЕВСКОГО»  
Балашовский институт (филиал)

Кафедра математики

**МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПРЕПОДАВАНИЯ ТЕМЫ  
«РЕШЕНИЕ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ»**

**АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ**

студента 4 курса 141 группы  
направления подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование»,  
профиль «Математика»,  
факультета математики, экономики и информатики  
Ломинцева Олега Олеговича.

Научный руководитель  
кандидат педагогических наук,  
доцент \_\_\_\_\_ В.В.Кертанова  
(подпись, дата)

Зав. кафедрой математики,  
кандидат педагогических наук,  
доцент \_\_\_\_\_ О.А. Фурлетова  
(подпись, дата)

## ВВЕДЕНИЕ

Федеральный Государственный Образовательный Стандарт нового поколения предъявляет серьезные требования к современной школе. Несомненно, это касается и предметов естественно-математического цикла. Учитель выступает не только как транслятор информации, но и становится менеджером, сочетающим в себе профессиональные навыки, качества и умения применять информационно-коммуникационные технологии.

Обучение математике, как правило, сводится к тому, что ученика в первую очередь учат решать типовые задачи, суть которых состоит в применении нужного алгоритма. Развитие мышления происходит только у небольшой части учеников, остальные просто заучивают формулировки и алгоритмы действий. При этом развивается память, но не мышление, в то время как, использование межпредметных связей в преподавании математики дает возможность развивать мышление у всех учеников.

Современный учитель стремится к тому, чтобы ученики с интересом занимались математикой, учит их решать задачи, объясняет, что математика нужна не только в повседневной жизни, но и для изучения многих предметов. Учитель должен стимулировать желание ученика работать самостоятельно, в то же время, помогая творческому процессу учащегося, поощрять работу над проектами, предложенными обучающимися.

Задача учителя – выстроить учебный процесс, направленный на развитие личности.

Для развития интереса к предмету в учебниках математики приведены исторические сведения, софизмы, занимательные задачи, упражнения, показывающие связь математики с другими областями знаний.

Квадратные уравнения находят широкое применение при решении тригонометрических, показательных, иррациональных уравнений и неравенств. Без квадратных уравнений было бы невозможно решение дифференциальных уравнений второго порядка, имеющих огромное значение для физики, биологии и химии.

В данной работе рассмотрены методы решения квадратных уравнений как из школьного курса математики, так и другие приёмы быстрого и рационального решения.

*Проблема исследования:* изучение методов решения квадратных уравнений.

*Предмет исследования:* изучение темы «Квадратные уравнения» в 8 классе средней школы.

*Объект исследования:* процесс обучения математике в средней школе.

*Цель работы:* рассмотреть методические подходы изучения темы «Квадратные уравнения» в различных школьных учебниках.

*Задачи:*

- провести анализ учебно-методической литературы по проблеме исследования;
- проанализировать школьные учебники по теме «Квадратные уравнения»;
- подобрать исторический материал по теме «Квадратные уравнения»;
- разработать конспект урока по теме «Квадратные уравнения» с использованием исторических материалов.

Работа состоит из введения, двух глав, выводов по главам, заключения, списка используемых источников и приложений.

## **ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

В первой главе рассмотрено понятие квадратного уравнения и его виды. Первый параграф посвящен рассмотрению истории возникновения квадратных уравнений начиная с древних времен вплоть до XIII-XVII вв.

Необходимость решать квадратные уравнения возникла ещё в древности, так как была вызвана потребность решать задачи, связанные с

нахождением площадей земельных участков и с земляными работами военного характера, а также с развитием астрономии и самой математики.

Квадратные уравнения впервые появились за 2000 лет до нашей эры в Древнем Вавилоне при развитии землемерия, строительного искусства, военного дела. Их решали без использования символики.

Изучение астрономии продвинуло вперёд науку о квадратных уравнениях, и следующие этапы её развития были связаны с именами индийских учёных Ариабхата, Брахмагупта, Бхаскара. Индийские учёные уже умели извлекать квадратные корни. Китайский учёный Ли Чунь-фэн, занимаясь составлением календаря, вывел формулу, выражающую нерегулярности в видимом движении Солнца по небу – это тоже способствовало развитию знаний о квадратных уравнениях.

В Древней Греции Пифагор, Евклид, Диофант Александрийский решали квадратные уравнения геометрически – путём деления отрезка в крайнем и среднем отношениях.

В странах Средней Азии квадратные уравнения решали методом выделения полного квадрата с помощью геометрической интерпретации. Это было в IX в., а ярким представителем учёных Средней Азии был Аль-Хорезми.

В 1202 г. в Италии Леонардо Фибоначчи опубликовал «Книгу абака», где были изложены новые способы решения алгебраических задач. В Германии в 1544 г. Михаэль Штифель ввел практически современное правило решения квадратных уравнений, но самый мощный толчок развитие теории квадратных уравнений получило во Франции в XVI-XVII вв. благодаря Франсуа Виету, который основные свои идеи изложил в труде «Введение в аналитическое искусство». Он впервые ввел общепринятые теперь знаки для неизвестных величин и коэффициентов, начал исследовать свойства уравнений, благодаря чему стало возможным выведение формул для нахождения корней квадратного уравнения, доказал замечательную теорему о корнях квадратного уравнения.

Другой французский учёный Рене Декарт затем значительно улучшил систему обозначений, введённых Виетом. История развития учения об уравнениях продолжалась и дальше, и была связана с именами таких ученых, как Пачоли, Кардано, Тарталья и многих других.

Во втором параграфе дается определение квадратного уравнения и рассмотрены способы его решения.

Изучение темы «Квадратные уравнения» в школьном курсе математики возникла в связи с потребностью научить детей решать квадратные уравнения рационально, т.е. максимально просто, быстро, чтобы учащиеся не «зацикливались» на них, а сэкономили силы и время для решения вопросов, требующих длительного и тщательного обдумывания. Как известно, квадратные уравнения встречаются при решении задач по физике, химии, в ходе выполнения заданий с прикладным содержанием в ЕГЭ, не говоря уже о том, что без квадратного уравнения не обходится почти ни одно задание по математике. Квадратным называется уравнение вида:

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

где  $x$  – неизвестное,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  – некоторые числа, причем  $a \neq 0$ . Числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  называются коэффициентами квадратного уравнения, причём  $a$  – старший коэффициент (он стоит перед неизвестным в старшей степени),  $b$  – второй коэффициент,  $c$  – свободный член (при нем нет неизвестного).

Требование  $a \neq 0$  соблюдать очень важно, особенно при решении заданий с параметрами. В соответствующем разделе будет подробно объяснено, почему несоблюдение этого требования приводит к ошибкам и к каким именно.

Если какой-то из коэффициентов квадратного уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$  равен нулю, то уравнение называется неполным квадратным уравнением. Возможны варианты:  $b = 0$ ,  $c = 0$ . Коэффициент  $a$  не может быть равен нулю по определению квадратного уравнения.

В третьем параграфе на основе анализа школьных учебников выяснено, что с началом изучения систематического курса алгебры основное внимание

уделяется способам решения квадратных уравнений, которые становятся специальным объектом изучения. Для этой темы характерна большая глубина изложения и богатство устанавливаемых с ее помощью связей в обучении, логическая обоснованность изложения. Поэтому она занимает исключительное положение в линии уравнений и неравенств. К изучению этой темы учащиеся приступают, уже накопив определенный опыт, владея достаточно большим запасом алгебраических и общематематических представлений, понятий, умений.

Умение решать квадратные уравнения служит базой для решения других уравнений и их систем (дробных рациональных, иррациональных, высших степеней).

В ходе изучения выделены знания и умения, которыми должны обладать учащиеся для решения любого квадратного уравнения: знать:

- формулу нахождения дискриминанта;
- формулу нахождения корней квадратного уравнения;
- алгоритмы решения уравнений данного вида.

уметь:

- решать неполные квадратные уравнения;
- решать полные квадратные уравнения;
- решать приведенные квадратные уравнения;
- находить ошибки в решенных уравнениях и исправлять их;
- делать проверку.

Решение каждого уравнения складывается из двух основных частей:

- преобразования данного уравнения к простейшим;
- решения уравнений по известным правилам, формулам или алгоритмам.

Изучение темы «Квадратные уравнения» в школьном курсе математики возникла в связи с потребностью научить детей решать квадратные уравнения рационально, т.е. максимально просто, быстро, чтобы

обучающиеся не «зацикливались» на них, а сэкономили силы и время для решения вопросов, требующих длительного и тщательного обдумывания. Как известно, квадратные уравнения встречаются при решении задач по физике, химии, в ходе выполнения заданий с прикладным содержанием в ОГЭ и ЕГЭ, не говоря уже о том, что без квадратного уравнения не обходится почти ни одно задание по математике.

При изучении темы «Квадратные уравнения» в школьных учебниках рассматриваются неполные, полные и приведенные квадратные уравнения. Для изучения данной темы были проанализированы современные школьные учебники разных авторов, таких как А.Г.Мордкович, С.М.Никольский, Ю.Н.Макарычев, М.И.Башмаков.

Проанализировав данные учебники, можно сделать вывод о том, что в учебниках алгебры разных авторов есть сходства и различия. Во всех современных школьных учебниках алгебры методическая линия изучения квадратных уравнений одинакова. В учебнике под редакцией М.И.Башмакова дается историческая справка, а в других учебниках этого нет. В учебниках алгебры С.М.Никольского и Ю.Н.Макарычева при изучении темы «Квадратные уравнения» рассматриваются прямая и обратная теорема Виета.

Обучение решению уравнений в школьном курсе начинается с простейших их видов, с помощью которых можно привести произвольное уравнение к простейшим. В этом направлении следует строить и процесс формирования обобщенных приемов решения уравнений в школьном курсе алгебры.

Во второй главе работы рассмотрена методика решений квадратных уравнений. В первом параграфе бакалаврской работы рассматриваются методы решения квадратных уравнений.

В школьном курсе математики изучаются формулы корней квадратных уравнений, с помощью которых можно решать любые квадратные уравнения. Однако имеются и другие способы решения квадратных уравнений, которые позволяют очень быстро и качественно решать многие уравнения. В работе

подробно разбирается десять способов решения квадратных уравнений, как из школьного курса математики, так и другие приёмы быстрого и рационального решения:

- 1) Метод выделения полного квадрата;
- 2) Разложение левой части уравнения на множители;
- 3) Вывод общей формулы. Количество корней квадратного уравнения;
- 4) Графическое решение квадратного уравнения;
- 5) Решение уравнений с использованием теоремы Виета;
- 6) Решение уравнений методом «переброски»;
- 7) Свойства коэффициентов квадратного уравнения;
- 8) Решение квадратных уравнений с помощью циркуля и линейки;
- 9) Решение квадратных уравнений с помощью номограммы;
- 10) Решение уравнений с помощью теоремы Безу.

К каждому из этих способов приводится несколько примеров с подробным решением.

Например, сложность освоения теоремы Виета связана с несколькими обстоятельствами. Прежде всего, требуется учитывать различие прямой и обратной теоремы. В прямой теореме Виета даны квадратное уравнение и его корни; в обратной — только два числа, а квадратное уравнение появляется в заключении теоремы. Учащиеся часто совершают ошибку, обосновывая свои рассуждения неверной ссылкой на прямую или обратную теорему Виета. Например, при нахождении корней квадратного уравнения подбором ссылаться нужно на обратную теорему Виета, а не на прямую, как часто делают учащиеся. Для того чтобы распространить теоремы Виета на случай нулевого дискриминанта, приходится условиться, что в этом случае квадратное уравнение имеет два равных корня. Удобство такого соглашения проявляется при разложении квадратного трехчлена на множители

Исключительное положение квадратных уравнений в математике привело к большому разнообразию способов их решения. Следует отметить, что не все они удобны для решения, но каждый из них.



Во втором пункте второй главы рассматривается решение уравнений, сводящихся к квадратным, в задачах Единого Государственного Экзамена, разных типов:

- 1) Уравнения, в которых «явно» видна замена;
- 2) Уравнения с «почти явной» заменой;
- 3) Перемножение скобок, когда справа – число;
- 4) Перемножение скобок, когда справа –  $Ax^2$ ;
- 5) Замена вида  $x + \frac{A}{x}$ ;
- 6) Сложная «явная» замена;
- 7) Вычисление  $x$  из числителя и знаменателя;
- 8) Уравнение вида  $(x + a)^4 + (x + b)^4 = A$ ;
- 9) Решение задач на движение, используя квадратные уравнения;
- 10) Примеры других видов.

Изучение квадратных уравнений в школьном курсе математики необходимо учащимся в наше время, как при подготовке к ЕГЭ, так и к вступительным экзаменам в ВУЗы. Владение приемами решения примеров с квадратными уравнениями можно считать одной из основных разделов школьной математики. При решении заданий на квадратные уравнения ученик достигает большого уровня не только математического, но и логического мышления.

В бакалаврской работе также включены три приложения по данной теме: «Решение квадратных уравнений в программе MicrosoftExcel», план-конспект урока на тему «Квадратные уравнения» с использованием элементов историзма» и план-конспект урока на тему «Применение квадратных уравнений к решению задач»».

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В математике всё должно быть красиво, целесообразно, экономично, поэтому целью изучения темы «Квадратные уравнения» является стремление

научить школьников не просто правильно решать квадратные уравнения, а решать их легко и изящно, т.е. наиболее рациональным способом. Это позволит доводить до конца решение текстовых задач: анализ результатов ЕГЭ показывает, что невозможность получения ответа в таком задании очень часто связана с неумением решать квадратные уравнения. Также неоценимую пользу знание темы «Квадратные уравнения» может принести при решении задания С5 (задание с параметрами).

В данной работе рассмотрены способы решения квадратных уравнений. А также обобщены приёмы решения квадратных уравнений, которые позволяют очень быстро и рационально решать квадратные уравнения. Данные приёмы решения заслуживают внимание в школьном курсе математики. Овладение выделенными приёмами поможет экономить время и эффективно решать уравнения. Потребность в быстром решении обусловлена применением тестовой системы вступительных экзаменов.

Учителю необходимо тщательно подходить к проработке и изучению данной темы, стараться, чтобы каждый учащийся сознательно выполнял каждый отдельный этап работы и закрепляли усвоение материала соответствующими упражнениями. Можно начать работу с решения задачи, приводящей к полному квадратному уравнению, и выяснить понятие уравнения второй степени, поставив перед учащимися вопрос о приемах решения этих уравнений, и далее перейти к изучению неполных квадратных уравнений и соответственно их решению.