

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»
Балашовский институт (филиал)

Кафедра математики

**ПОДГОТОВКА УЧАЩИХСЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ
НА СОСТАВЛЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ
В ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 141 группы
направления подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование»,
профиля «Математика»,
факультета математики, экономики и информатики
Поберий Артема Владимировича

Научный руководитель
доцент кафедры математики
кандидат физико-математических наук
доцент _____

(подпись, дата)

М.А. Ляшко

Зав. кафедрой математики
кандидат педагогических наук
доцент _____

(подпись, дата)

О.А. Фурлетова

Балашов 2017

Введение

Актуальность темы. Одним из важных вопросов методики преподавания математики является вопрос формирования у школьников умений и навыков решения текстовых задач. В процессе обучения задачи выполняют разнообразные функции. Они являются эффективным и незаменимым средством усвоения учащимися понятий и методов школьного курса математики. Велика роль задач в развитии мышления и в математическом воспитании учащихся, в формировании у них умений и навыков применения знаний на практике. Решение задач способствует достижению целей, которые ставятся перед обучением математике. Именно поэтому для решения задач используется половина учебного времени. Этапы решения задач являются формами развития мыслительной деятельности учащихся, наблюдается активизация их мыслительной работы, формируется умение проводить исследование. При правильной организации работы у школьников развивается активность, наблюдательность, находчивость, сообразительность, смекалка, абстрактное мышление, умение применять теорию к решению конкретных задач и закреплять на практике приобретённые умения и навыки. Текстовые задачи входят в ГИА и ЕГЭ, также являются традиционным разделом на вступительных экзаменах в ВУЗы. Поэтому данная тема имеет важнейшее значение в обучении математике. Умение ставить и решать задачи является одним из основных показателей уровня развития учащихся и имеет огромное практическое значение в будущей жизни ученика. Решение любой содержательной задачи призвано учить разрешать жизненную, производственную или научную проблему, с которой сталкивается любой человек. Особое внимание следует уделить тому периоду жизни учащихся, который приходится примерно на средние и старшие классы школы, когда детство уже позади, но профессиональное использование математики ещё невозможно. Этот период является критическим для успеха или неуспеха в строгом абстрактном

мышлении: одни получают призы на олимпиадах, других математика только путает и пугает. И хорошее преподавание играет важную роль в этот период, чтобы при встрече текстовых задач в заданиях ЕГЭ, в конкурсных заданиях, в старших классах они не вызывали затруднений. Отсюда возникает проблема исследования, состоящая в рассмотрении теоретических основ текстовых задач и методики обучения решению таких типов задач в школьном курсе математики. Проблема исследования определяет тему работы: «Подготовка учащихся к решению задач на составление математических моделей в ЕГЭ по математике». В работе освещается решение некоторых вопросов такой подготовки.

Объектом исследования являются текстовые задачи в школьном курсе математики.

Предметом исследования является обучение решению задач в курсе математики 5–11 классов.

Цель исследования состоит в том, чтобы выявить пути, условия и средства повышения эффективности обучения решению текстовых задач в ЕГЭ.

В соответствии с целью решались следующие **задачи**:

1. Изучить психолого-педагогическую и методическую литературу по данной теме.
2. Раскрыть методику обучения решению текстовых задач, представленных в контрольно-измерительных материалах профильного уровня ЕГЭ по математике 2017 года.

Практической значимостью бакалаврской работы является то, что ее результаты могут быть использованы учителями при обобщении и систематизации знаний учащихся в выпускных классах.

Структура работы. Бакалаврская работа состоит из введения, двух глав, разбитых на восемь параграфов, выводов по главам, заключения, списка использованных источников, четырех приложений.

Основное содержание работы

В первой главе «Текстовые задачи в школьном курсе математики» приводятся необходимые исторические данные о методах обучения решению задач, дается определение задачи, проводится классификация задач, рассматривается метод моделирования при решения текстовых задач №№ 10, 11 и 17 в ЕГЭ 2017 года по математике, определяется место подобных задач в школьном курсе математики, анализируется степень решаемости таких задач на экзамене в последние годы. Здесь же приведена статистика программы PISA (Programme for International Student Assessment) за 6 лет участия российских школьников в ней и рассмотрена история внедрения ЕГЭ в России.

Решение текстовых задач занимает в математическом образовании огромное место, поэтому обучению решению задач уделяется много внимания. Практика применения текстовых задач в процессе обучения математике во всех цивилизованных государствах идет от глиняных табличек Древнего Вавилона и других древних письменных источников. Как известно, из поколения в поколение математические знания передавались в виде списков задач с практическим содержанием вместе с их решениями, а обучение математике вели по образцам. Ученики решали задачи на определенное «правило», сравнивая с решением учителя. Раньше обученным был тот, кто умел решать задачи определенных типов, которые встречаются в жизни (например, задачи торгового расчета). Но во все времена при анализе текста, выделении главного вопроса задачи, составлении плана её решения, поиске условий, проверке результата формировались важные общеучебные умения, среди которых — перевод текста на язык арифметических действий, то есть своеобразное построение математической модели. Применение арифметических способов решения задач способствовало развитию образного и логического мышления учащихся, освоению естественного языка, повышению эффективности обучения математике и смежным дисциплинам.

Текстовая задача — это описание некоторой проблемы или проблемной ситуации на естественном языке с требованием дать количественную характеристику того или иного компонента этой ситуации. Задачи являются одной из основных составляющих содержания учебного предмета «Математика». С задачами человек сталкивается постоянно при изучении разных предметов в жизни. Существуют разные подходы к определению задачи. Наиболее общим является определение задачи как цели, заданной в определенных условиях. Если обращать главное внимание на объект мыслительных усилий человека, решающего задачу, то ее можно определить как «объект мыслительной деятельности, содержащий требование некоторого практического преобразования или ответа на теоретический вопрос посредством поиска условий, позволяющих раскрыть связи (отношения) между известными и неизвестными ее элементами»¹. Большое распространение получило понимание задачи как определенной системы с обязательными компонентами, такими как предмет задачи, находящийся в исходном состоянии, и модель требуемого состояния предмета задачи.

В структуре задачи, как объекте мыслительной деятельности, выделяются компоненты: условие, обоснование, решение, заключение (УОРЗ). В бакалаврской работе подробно рассмотрена символическая структура задачи, проведен анализ терминов. В структуре умений решать текстовые задачи выделены умения: анализировать задачу, проводить поиск плана решения задачи, реализовать найденный план, осуществлять контроль и коррекцию решения. В работе уточняется операционный состав этих умений. На уроках математики перед учителем стоит задача сформировать перечисленные умения с соответствующим операционным составом. Эта кропотливая ежедневная работа в классе сопровождается организацией

¹ Бобровская, А.В. Обучение методу математического моделирования средствами курса геометрии педагогического института: дис. канд. пед. наук. / А.В. Бобровская - Санкт-Петербург, 1996. – 232 с.

самостоятельной работы учащихся и проведением контролирующих мероприятий с анализом результатов.

Задачи можно классифицировать по степени сложности, которая зависит от того, какие компоненты УОРЗ неизвестны: стандартные (в них известны все компоненты УОРЗ, они используются на этапах усвоения теоретического материала); обучающие (неизвестен один компонент: УОРх, УОхЗ, УхРЗ, хОРЗ); поисковые (неизвестны два компонента, например, УхуЗ, хОуЗ); проблемные (неизвестны три компонента: Ухуз, хОуз, хуРз, хузЗ). Структура задачи определяет и уровень сложности деятельности, которая направлена на решение задачи: репродуктивная или алгоритмическая (воспроизведение изученного способа), продуктивная (использование известного способа в новых ситуациях, привлечение знаний из других тем курса), творческая (использование эвристик)².

Кроме деления по структуре и уровню сложности, задачи можно классифицировать по содержанию (на работу, на движение, на смеси и сплавы и т.д.), по методу решения (арифметические, алгебраические, геометрические, комбинированные), по характеру требований (на вычисление, доказательство, объяснение, преобразование, конструирование, построение), по специфике языка (текстовые, сюжетные, абстрактные). В бакалаврской работе показана условность типологии задач и приведены примеры решения одной и той же задачи разными методами. А отнесение задачи к тому или иному виду по степени сложности зависит от того, кто решает задачу. Несмотря на это, различные типологии позволяют учителю более осознанно подходить к отбору задач в зависимости от целей обучения.

В 1997 году в отдельных школах начали проводить эксперименты по добровольному тестированию выпускников. В 2001-2002 гг. были приняты постановления Правительства РФ: «Об организации эксперимента по

² Канин, Е. С. Учебные математические задачи: учеб. пособие. / Е. С. Канин. – Киров: Изд-во ВятГГУ, 2003. – 191 с.

введению единого государственного экзамена» и «Об участии образовательных учреждений среднего профессионального образования в эксперименте по введению единого государственного экзамена». В 2003 году эксперимент охватил 47 субъектов РФ. В 2004-2006 гг. правительством РФ была поставлена цель: на протяжении трёх лет решить главную задачу ЕГЭ – уменьшение нагрузки на выпускников за счет полного совмещения выпускных и вступительных экзаменов. Для этого было значительно увеличено количество вузов, принимавших абитуриентов по результатам ЕГЭ. В 2006 году ЕГЭ уже сдавали около 950 тысяч школьников в 79 регионах России. До 2009 года действовала система «+1», когда ни один выпускник не оставался без аттестата из-за неудачной сдачи ЕГЭ. На тот момент ещё был официальный перевод баллов ЕГЭ в оценки. В 2007 был принят ФЗ «О внесении изменений в Закон Российской Федерации «Об образовании»», и с 2009 года экзамен стал обязательным и единым для всех выпускников страны, однако некоторые вузы сохранили свои вступительные экзамены – среди них МГУ и, например, вузы художественной направленности. Были сформулированы официальные цели ЕГЭ: уничтожить коррупцию в школах и вузах и обеспечить эффективную проверку знаний выпускников. Кроме этого государственный экзамен должен был сделать высшее образование по-настоящему доступным для детей из разных регионов. В бакалаврской работе приводятся альтернативные точки зрения на Единый экзамен, анализируются доводы «за» и «против» ЕГЭ.

Математика, благодаря своему «всемогуществу», позволяет строить модели многих явлений, процессов и объектов, возникающих в различных областях науки и жизни, когда зависимость между различными величинами выражается с помощью одной или нескольких формул (уравнений, неравенств). Во ФГОС ООО содержится требование к формированию умений использования приобретенных знаний и умений в практической деятельности и повседневной жизни для решения прикладных задач, в том числе социально-экономических и физических, на наибольшие и наименьшие

значения, нахождение скорости и ускорения. Прикладные и практические задачи школьного курса математики имеют высокий дидактический потенциал, но, как показывают данные Международной программы по оценке функциональной грамотности учащихся в области математики PISA, цель подготовки учащихся российских школ к исследованию реальных ситуаций при помощи математических моделей не вполне достигается. Например, в 2012 году только 71% российских школьников достигли порогового уровня, т.е. 2-го уровня из 6 по международной шкале.

Анализ педагогических исследований последних лет показал, что если за счет применения теории практико-ориентированного обучения усилить практическую направленность подготовки школьников, определиться с источниковой базой задач с практическим содержанием, уточнить составляющие метода математического моделирования для решения таких задач, включить задачи «реальной математики» в процесс обучения с 7-го, а то и с 5-го класса, организовать пропедевтику и обучение отдельным компонентам математического моделирования с помощью специально подобранных подводящих задач, применить алгоритмический подход к формированию навыков моделирования и решения, поставить цель средней перспективы как качественную и эффективную подготовку к итоговым испытаниям, то повысится уровень сформированности умений использовать приобретенные знания в повседневной жизни.

В контрольно-измерительных материалах ЕГЭ профильного уровня по математике 2017 года содержится три задания (№№ 10, 11, 17), для выполнения которых требуется уметь использовать навыки математического моделирования в практической деятельности и повседневной жизни. В бакалаврской работе предпринята попытка проанализировать степень решаемости предшественников этих заданий в предыдущие годы, указывается, что одна из основных причин ошибок учащихся при решении

этих задач состоит в отсутствии умения устанавливать соответствие между словесной и аналитической формами представления зависимостей.

Во второй главе «Математическое моделирование в задачах ЕГЭ» на примерах конкретных задач с практическим содержанием, входящих в ЕГЭ по математике профильного уровня, рассматриваются различные приемы моделирования, обсуждаются достоинства и недостатки разных методов моделирования, указываются некоторые методические приемы, способствующие формированию навыков моделирования в задачах различной сложности.

Исключительное положение текстовых задач в математике привело к большому разнообразию способов их решения. В ходе выполнения работы были рассмотрены некоторые методы решения текстовых задач как из школьного курса математики, так и другие приёмы быстрого и рационального решения. Следует отметить, что не все они удобны для решения, но каждый из них уникален. По нашему мнению из рассмотренных способов наиболее универсальный — алгебраический метод решения, а наиболее интересный способ — геометрический метод решения текстовых задач.

В КИМе ЕГЭ 2017 года содержится задание № 10 — задача на «чтение инструкции» с готовой математической моделью (в прошлом В12). Не смотря на то, что в тексте задачи приведена формула и она относится к классу задач с одним неизвестным компонентом, ее решение представляет достаточную трудность для школьников: с ней справляется в среднем не более 40% учащихся. Как показывает анализ прототипов задач № 10 открытого банка заданий³, прикладные задачи в КИМах относятся к следующим типам: линейные, квадратичные, иррациональные, показательные, логарифмические и тригонометрические. Они приводят к соответствующему типу уравнений и

³ Федеральный институт педагогических измерений [Электронный ресурс]: [сайт]. – Электрон. дан. – Режим доступа: <http://www.fipi.ru/content/otkrytyy-bank-zadaniy-ege>. – Загл. с экрана. – (дата обращения: 12.05.2017).

неравенств и отбору корней согласно условию задачи. Поэтому для решения этих задач можно предложить единый план:

1. подставить все известные значения в данную формулу;
2. выявить условие для составления уравнения или неравенства;
3. составить уравнение или неравенство (в зависимости от вопроса задачи);
4. решить составленное уравнение или неравенство;
5. если требуется, осуществить отбор полученных решений;
6. интерпретировать результаты.

В бакалаврской работе приведена методика решения заданий 10 различных типов, характерные прототипы этого задания собраны в Приложении А.

Задачи с практическим содержанием типа № 11, так называемые «задачи на составление уравнения», имеют ряд особенностей, их условие описывает физические или экономические процессы. В бакалаврской работе проанализировано содержание открытого банка заданий и определено 6 типов: задачи на проценты, сплавы и смеси, задачи на движение по прямой, задачи на движение по окружности, задачи на движение по воде, задачи на совместную работу, задачи на прогрессии. При обучении решению таких задач можно выделить следующие компоненты метода математического моделирования⁴: формализация (требуется умение проанализировать условие задачи, подставить в заданную формулу все известные значения величин, выделить неизвестную величину, определить, что надо составлять — уравнение или неравенство, составить это уравнение или неравенство); решение задачи внутри построенной математической модели (требуется умение типизировать полученное уравнение или неравенство и решать его, осуществлять отбор корней или промежутков с учетом условий задачи); интерпретация (требуется умение перевести полученное решение на язык

⁴ Литвинова, И. Н. Задачи на смеси, сплавы и проценты: учеб.-метод. пособие / И. Н. Литвинова, Е. Н. Ткаченко, М. А. Гаврилова. – Пенза: ПГПУ, 2009. – 219 с.

условия задачи, получить искомую информацию об исследуемой величине и правильно записать ответ). В работе даны методические рекомендации по систематическому решению задач рассматриваемого типа в рамках функциональной линии школьного курса математики, начиная с 5 класса, приведена методика решения таких задач на конкретных примерах, разработаны конспекты уроков, помещенные в Приложения Б, В.

Задачи № 17 делятся на 4 типа: задачи на вклады и кредиты, на движение, на работу, оптимизационные задачи. Чтобы решить такую задачу, необходимо построить сложную математическую модель рассматриваемого процесса. Целесообразно подводить учащихся к составлению моделей поэтапно, усложняя условия и используя решения предыдущих задач. Говоря об особенностях мышления, восприятия детьми задач типа № 17, следует отметить затруднения учащихся в формулировках, в выражении житейских представлений на математическом языке. Поэтому применение методов обучения, втягивающих школьников в общение, формирующих умение ясно выражать мысли, планировать личную деятельность по решению задач, составлять задачи по предложенным данным является актуальной проблемой. Наиболее подходящим, как отмечают многие методисты, является метод «сократовской беседы» (или вопросно-ответный метод), при котором учитель задает наводящие вопросы, а ученики приходят к отысканию истины, отвечая на них⁵. Для закрепления навыков учащимся можно предложить самостоятельно составить несколько вариантов аналогичной задачи и решить их, изменяя от варианта к варианту неизвестные величины.

Задачи № 17 можно решать графическим методом, который позволяет коротко, просто и наглядно представлять решение. Графический метод наиболее эффективен при решении задач на совместную работу, движение,

⁵ Монгуш, А. С. О методике обучения решению задач ЕГЭ с социально-экономическим содержанием / А. С. Монгуш, О. М. Танова // Вестн. Тувин. гос. ун-та. – 2015. – № 4. – С. 65–71.

некоторых оптимизационных задач. Разработанный конспект урока для 10 класса, посвященного составлению сложных математических моделей, представлен в Приложении Г.

Заключение

В работе рассмотрены проблемы обучения школьников математическому моделированию на примере задач № 10, № 11, № 17 ЕГЭ по математике профильного уровня 2017 года. В работе проанализированы уровни решаемости этих задач на ЕГЭ в последние годы, указаны возможные причины недостаточной подготовленности школьников к решению задач практической направленности. Поскольку навыки моделирования приобретаются учащимися на протяжении всех лет обучения в школе, даны методические рекомендации по включению конкретных прототипов задач в курс школьной математики в зависимости от класса. В работе рассмотрены конкретные методические приемы решения указанных задач, проанализированы методы решения, обоснованы этапы решения, приведены примеры реализации этих приемов, методов и методических рекомендаций при решении конкретных задач, выявлены трудности и указаны некоторые пути их возможного преодоления.

При подготовке к ЕГЭ огромную роль играет умение решать текстовые задачи. Способы решения текстовых задач приучают школьников к абстракциям, позволяют воспитывать логическую культуру, могут способствовать созданию благоприятного эмоционального фона обучения, развитию эстетического чувства применительно к решению задачи и изучению математики, вызывая интерес сначала к процессу поиска решения задачи, а потом и к изучаемому предмету. Повседневная кропотливая работа учителя математики предполагает системный подход в обучении. Нацеленность на конечный результат, на успешное прохождение ЕГЭ учениками требует от учителя анализа ситуации и контроля в достижении цели. Проведенное в работе исследование указывает возможные пути

достижения успеха учащихся при решении задач, опирающихся на математическое моделирование.