Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математика и методика ее преподавания

Информационный подход к решению задач

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 5 курса 521 группы
направления 44.03.01 – Педагогическое образование (профиль – математическое образование) механико-математического факультета

Пилипенко Василины Васильевны

Научный руководитель
ст. преподаватель ________________ С. В. Лебедева

Зав. кафедрой
к. п. н., доцент _________________ И. К. Кондаурова

Саратов 2017

Введение. Задачи, методы их решения, подходы к обучению решения задач всегда были и будут объектом изучения педагогов-математиков, поскольку задачи являются основным средством обучения математике, а умение решать задачи – главным показателем обученности и развитости.

Отечественные исследователи проблемы целенаправленного поиска решения задач: А. А. Аксёнов, М. Б. Балк, Г. Д. Балк, В. Г. Болтянский, Я. И. Грудёнов, В. А. Далингер, Е. Ф. Данилов, О. Б. Епишева, Ю. М. Колягин, В. И. Крупич, Н. В. Метельский, Г. И. Саранцев, А. А. Столяр, Е. Н. Турецкий, Л. М. Фридман, П. М. Эрдниев; – в своих работах отразили различные аспекты указанной проблемы, а научно-популярные работы американского математика-методиста Дж. Пойа («Как решать задачу», «Математика и правдоподобные рассуждения», «Математическое открытие») дают ответы на многие вопросы о том, как решают задачи и как надо учить решать задачи.

Однако, как указывает А. А. Аксёнов, проблема обучения поиску решения школьных математических задач не теряет своей актуальности в силу целого ряда причин, которые он подробно описывает в диссертации «Теория обучения логическому поиску решения школьных математических задач» (2010 г.). Одна из причин связана с развитием методики обучения математики и разнообразием подходов к исследованию различных аспектов указанной проблемы.

Информационный подход как самостоятельный научно-методологический конструкт впервые был предложен доктором философских наук Эдуардом Павловичем Семенюком в монографии «Информационный подход к познанию действительности» (1988), в которой сформулированы основные положения информационного подхода и его этапы: (1) выявить источник, приемник информации и канал связи между ними; (2) изучить соответствующий информационный процесс; (3) выявить специфику типа и вида конкретного проявления информации.

Цель работы: применить информационный подход к описанию и решению школьных математических задач.

Задачи работы:

– построить информационную модель задачи и выявить ряд методических проблем, обусловленных специфическими особенностями самих задач;

– построить информационную модель процесса решения задачи и выявить ряд учебных и методических проблем, обусловленных спецификой информационного взаимодействия;

– на основе информационного подхода разработать общие рекомендации по решению различных типов задач школьного курса математики.

Методы исследования: анализ философской, психолого-педагогической, методической и специальной литературы; теоретический анализ (теоретическое обобщение, системный анализ, моделирование); систематическое наблюдение за реальным учебным процессом; анализ и обобщение педагогического опыта; психолого-педагогическая диагностика; методы описательной статистики результатов диагностики; педагогическое проектирование.

Структура работы: введение, две главы («Информационный подход к определению понятий «задача» и «решение задачи»», «Информационный подход к решению школьных задач по математике»).

Материалы бакалаврской работы использовались руководителем работы при чтении курсов «Элементарная математика», «Методика обучения и воспитания (математика)» и «Современные формы и средства обучения математике» и разработке соответствующих дистанционных учебных курсов на механико-математическом факультете СГУ им. Н.Г. Чернышевского.

Результаты работы докладывались на конференциях: «Актуальные проблемы углубленного изучения математики», посвящённой 75-летию со дня рождения профессора кафедры математики и методики её преподавания Саратовского государственного университета Петровой Елены Степановны, (Саратов, СГУ, механико-математический факультет, 15-18 декабря 2012 г.), региональной научно-практической конференции «Актуальные проблемы непрерывного математического образования» (Саратов, СГУ, 16-17 октября 2013 г.), XII Всероссийской конференции «Преподавание информационных технологий в Российской Федерации» (15-16.05.2014, Казань, КФУ), XIV Всероссийской конференции «Преподавание информационных технологий в Российской Федерации» (19-20.05.2016, Санкт-Петербург, СПбГУ), Всероссийской научно-практической конференции «Образование. Технологии. Качество» (Саратов, 3 апреля 2017 г.), XIII очно-заочной научно-методической конференции «Инновационные стратегии развития педагогического образования» (Саратов, СГУ имени Н.Г. Чернышевского, 13 апреля 2017 года) и ежегодных студенческих научных конференциях «Математика. Механика. Информатика» (Саратов, СГУ, механико-математический факультет, 16-30 апреля 2013 г., 7-30 апреля 2014 г., 06-30 апреля 2015 г., 11-29 апреля 2016 г., 27 апреля 2017 г.).

По теме бакалаврской работы опубликовано 12 статей.

Основное содержание работы. Информационная структура задачи представлена компонентами: A, C, D, B, где A – условие задачи, B – её требование (рисунок 1). С точки зрения психологии мышления, требование и искомое в задаче – разные понятия: так как, требование всегда известно (обозначим этот компонент T), а искомое (компонент E) – нет. Задача имеет место лишь тогда, когда известен и компонент A, и компонент B; если хотя бы один из этих компонентов неизвестен, задача места не имеет. C – базис решения задачи, то есть теоретическая и практическая основа, необходимая для обоснования решения. D – способ, определяющий процесс решения задачи, то есть способ действия по преобразованию условия задачи для выполнения требования. R – основное отношение в системе отношений между требованием и условием в задаче. С учётом этого информационная структура задачи Z может быть представлена в виде: $Z = \{A, C, D, B = R(A)\}, B \in \{E, T\}$.

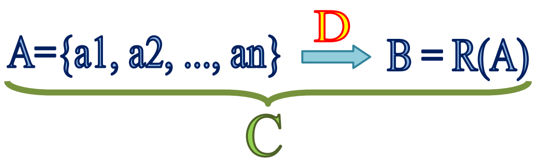

Рисунок 1 – Информационная модель задачи

Математическая задача называется *чёткой*, если информационная структура её формулировки имеет вид Z = {A, C, T} или Z = {A, C, E}. Другими словами, чёткой является задача, условие и требование/искомое которой однозначно заданы.

Задача называется *нечёткой*, если информационная структура её формулировки имеет один из следующих видов: $Z_A = \{X, C, B\}$, $Z_B = \{A, C, Y\}$, $Z_{AB} = \{X, C, Y\}$, где $X = \{a_1, a_2, \dots , a_n\}$ и $Y = \{b_1, b_2, \dots , b_n\}$. Другими словами, нечёткой является задача, в которой задано только условие A или только требование B, а несформулированные компоненты являются следствием конкретизации и уточнения условия или требования задачи на основе строгих логических рассуждений. Компонент C считается известным только после выполнения указанной конкретизации и уточнения.

Школьная математическая задача называется *корректной,* если одновременно выполнены условия: (а) предметное содержание компонента C её информационной структуры соответствует стандартам, в нашем случае, школьного математического образования; (б) предметного содержания компонента C информационной структуры её формулировки достаточно для задания компонентов A и B; (в) предметное содержание компонентов A и B позволяет решить данную задачу (удовлетворить предметное содержание компонента B); (г) для выполнения условий пункта в) задействовано всё предметное содержание компонентов A и B; – и *некорректной,* если имеет место несоответствие хотя бы одному аспекту предметного содержания пунктов (а)-(г). Другими словами, в корректной задаче между собой согласованы все компоненты её информационной структуры в смысле сущности их предметного содержания (компоненты A и B известны, нет ни лишних, ни недостающих данных, и всё то, что в задаче имеет место, позволяет выполнить её требование), а также взаимно согласованы формулировка, способ решения и его теоретический базис.

Начнём систематизировать задачи, выбрав в качестве основания систематизации знание решающего о способе решения D.

Нами выделены (рисунок 2): *учебные* задачи – алгоритмические корректные чёткие математические задачи – предназначены для усвоения теоретического материала и усвоения изучаемых алгоритмов; *развивающие* задачи четырёх видов, способствующие формированию и развитию математических способностей: полуалгоритмические корректные чёткие практические задачи, решаемые математическими методами – *развивающие задачи I вида*, чёткие полуалгоритмические корректные и полуэвристические некорректные математические задачи – *развивающие задачи II вида*, полуэвристические некорректные чёткие практические задачи, решаемые математическими методами – *развивающие задачи III вида*, эвристические некорректные Z^D нечёткие математические задачи – *развивающие задачи IV вида*; *познавательные* задачи – эвристические некорректные Z^C нечёткие математические задачи – предназначены для формирования математического тезауруса; *исследовательские* задачи – эвристические корректные нечёткие математические и практические (ограничимся расширяющимися) задачи ${}^{1}_{n}Z_{C_{n+1}}$ – предназначены для выполнения действий адекватных процессу научного исследования: постановка задачи; предварительный анализ имеющейся информации; условий и методов решения задач данного класса; формулировка исходных гипотез; планирование организация и проведение эксперимента; анализ и обобщение полученных результатов; окончательная формулировка новых фактов и законов, получение объяснений или научных предсказаний.

<table>
<tr><td colspan="8">Школьные задачи предметной области «Математика»</td></tr>
<tr><td colspan="3">математические чёткие</td><td colspan="2">практические чёткие, решаемые мат.методами</td><td colspan="3">нечёткие (математические и практические, решаемые мат.методами)</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">корректные</td><td colspan="2" rowspan="2">некорректные Z^D</td><td rowspan="2">корректные</td><td colspan="2">некорректные</td><td rowspan="2">корректные ${}^{1}_{n}Z_{C_{n+1}}$</td></tr>
<tr><td>Z^D</td><td>Z^C</td></tr>
<tr><td>алгоритм.</td><td>полуалгоритм.</td><td colspan="2">полуэвристич.</td><td>полуалгоритм.</td><td colspan="3">эвристические</td></tr>
<tr><td rowspan="2">УЧЕБНЫЕ</td><td colspan="5">РАЗВИВАЮЩИЕ</td><td rowspan="2">ПОЗНАВАТ.</td><td rowspan="2">ИССЛЕДОВАТ.</td></tr>
<tr><td colspan="2">2 вида</td><td>3 вида</td><td>1 вида</td><td>4 вида</td></tr>
</table>

Рисунок 2 – Классификация школьных математических задач

Система задач школьного курса математики должна включать учебные, развивающие, познавательные и исследовательские задачи, однако (процентное) отношение между этими классами задач не играет определяющей роли в формировании умения решать задачи; эта цель с той или иной долей успешности достигается в разнообразных подходах к процессу решения задач.

На основе закона сохранения информации и закона изменения разнообразия системы построена общая информационная модель решения задачи (рисунок 3) и информационные модели решения выделенных нами семи классов школьных математических задач. Основными структурными компонентами системы «решение задачи» являются:

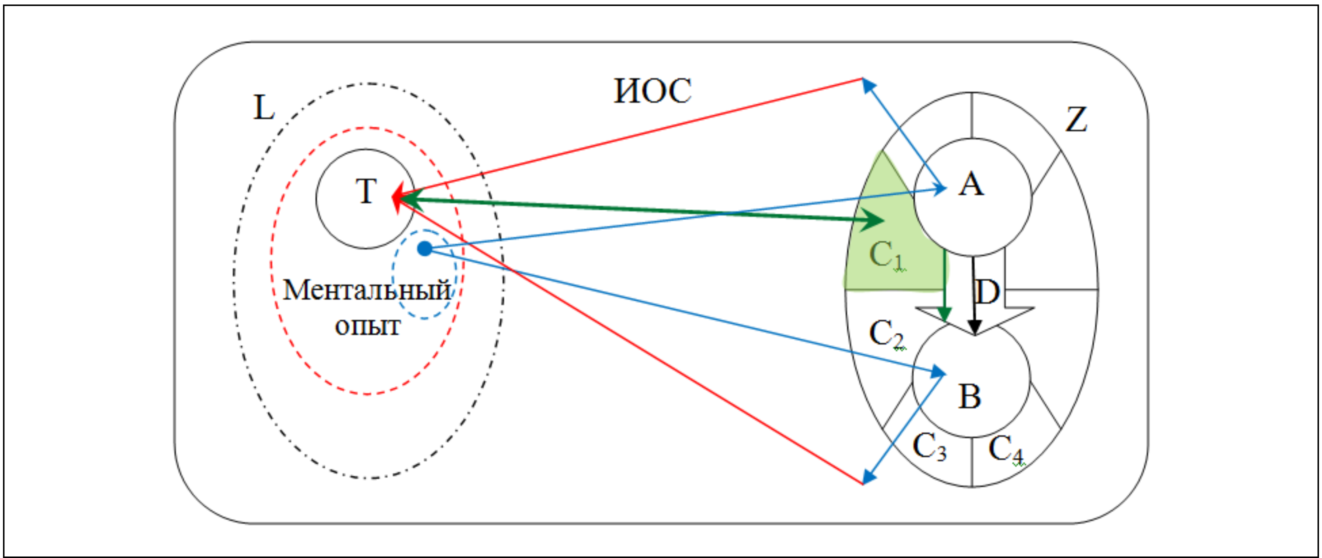

Рисунок 3 – Информационная модель «Решение задачи».

подсистема L характеризует решающего (в нашем случае школьника) и определяется: (1) объёмом ментального опыта в целом и его ядра – тезауруса – в частности, (2) точкой локации мотивации решения задачи, (3) степенью информационного взаимодействия с другими компонентами системы, (4) спецификой внутренних изменений (генерацией или рассеянием внутренней информации);

подсистема Z характеризует задачу;

подсистема ИОС (информационная образовательная среда, часть информационного образовательного пространства) – источник устранения дефицита информации в подсистеме L как педагогическая система, определяющая форму и содержание образования, и как система ресурсов, имеющих образовательное значение, и непосредственно связанных, функционирующих, развивающихся и управляемых педагогической системой.

Разработанная нами информационная модель решения задачи позволяет определить наиболее эффективные механизмы решения выделенных нами классов школьных математических задач, выявить суть разнообразных учебных и методических проблем, наметить пути их преодоления.

Выявлены основные стратегии решения задач, обусловленных внутренней мотивацией: стратегия неоправданной помощи, стратегия ограниченного тезауруса, стратегия незавершённого решения, стратегия оправданной помощи и стратегия обогащения ментального опыта; и стратегии решения задач, обусловленных внешней мотивацией: стратегия подмены данных и стратегия подмены задачи. Чаще всего школьники используют стратегии неоправданной помощи и ограниченного тезауруса; реже всего – стратегию обогащения ментального опыта. Выбор указанных стратегий не позволяет им успешно осуществить предлагаемых для решения неалгоритмических задач школьного курса математики.

Как правило, учащиеся классифицируют задачи по принципу «Могу – не могу», что является следствием накопления отрицательного опыта решения развивающих задач II вида и отсутствия опыта самостоятельного решения развивающих задач III вида; взамен классификации «Могу – не могу» следует предложить такую классификацию, которая позволила бы школьникам хотя бы приступить к решению задачи (провести анализ задачи и собственных знаний); если нет возможности предложить ученикам информационную модель решения задачи в качестве ориентировочной основы деятельности, то следует внедрять информационный подход в процессе решения задачи, демонстрируя, таким образом, разнообразие действий по преобразованию условия и достижению требования на основании собственного ментального опыта.

Специфической особенностью учебных задач являются три точки вхождения в учебный процесс: на этапе изучения материала, в ходе повторения и в процессе контроля. На этапе изучения, как правило, учащиеся успешно решают учебные задачи, осваивая и закрепляя данный алгоритм. Однако, если при этом они не анализируют саму задачу, то со временем происходит рассеивание тезауруса и невозможность решения задачи в ходе отсроченного повторения и/или контроля. Методическая проблема связана с побуждением учащихся к анализу задачи и способов решения; сложность её обусловлена отсутствием мотивации к этому анализу. Учителю необходимо разработать такую систему задач к уроку, которая бы естественным образом побуждала учащихся к аналитической деятельности. Основными требованиями к системе задач являются: ориентация на типовые ошибки, вариативность, стратегию неоправданной помощи, формирование обобщённого способа деятельности и установления внутрипредметных связей.

Чётко поставленные практические задачи, решаемые математическими методами, традиционны для школьного курса математики: с их помощью проверяются умения, связанные с переносом знаний в стандартную (чётко поставленные практические задачи с приведённым условием – полуалгоритмические корректные, развивающие I вида) и нестандартную (чётко поставленные практические задачи с неприведённым условием – полуэвристические некорректные вида Z^D, развивающие III вида) ситуации.

Информационная модель практических задач с приведённым условием позволила выявить их специфику и связанные с ней учебные и методические проблемы. В школьном курсе математики имеются три основных вида функциональных зависимостей, определяющих всё разнообразие алгебраических моделей чётко поставленных практических задач: $a+b=c$, $a\cdot b=c$, $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$. Простота этих моделей и приведённость условия провоцируют учителей не акцентировать особого внимания учащихся на решении и проверке результатов, что отрицательно сказывается на общем умении решать задачи. Основная методическая проблема связана с побуждением учащихся к анализу решения и поиску новых способов решения. Сложность её обусловлена отсутствием мотивации к этому анализу (ученики не видят необходимости анализировать решение простых задач и искать новые способы решения). Следовательно, учителю необходимо время от времени включать в тексты практических задач с приведённым условием дополнительное требование решения задачи несколькими способами. Один из способов мотивации – включение развивающих задач I вида в различные досуговые мероприятия познавательного и культурно-просветительского направления.

Каждая практическая задача с неприведённым условием сводится: к системе/совокупности задач с приведённым условием в результате анализа информации, содержащейся в тексте задачи; к математической задаче (алгоритмической, полуалгоритмической, полуэвристической или эвристической) в результате математического моделирования.

Каждая из этих стратегий решения вызывает ряд частных учебных и методических проблем. Общей проблемой для них является значительная трудоёмкость, а следовательно, необходимость специальной организации деятельности учащихся на уроке. Исходя из этого, основными точками вхождения развивающих задач III вида следует считать заключительные уроки закрепления изученного материала, уроки повторения, обобщения и систематизации знаний, домашние работы учащихся, отборочные туры математических олимпиад школьников. Психологическая установка учителя может быть описана так: «поясни, как ты планируешь решать задачу» (в отличие от традиционной – «расскажи, как нужно решать задачу»). Этот тип задач требует обязательного информационного подхода к решению: анализа условия и требования данной задачи, её возможной переформулировки или других адекватных преобразований исходной информационной модели, анализа имеющихся знаний и собственного жизненного познавательного опыта, выдвижения гипотез относительно методов и способов решения, выбора оптимальной математической модели, её решения и интерпретации полученных результатов, анализа всей процедуры с целью выделения разнообразных приёмов решения (эвристик).

К олимпиадным относят развивающие задачи II, III и IV видов, а также исследовательские задачи. Сложность обучения решению олимпиадных задач заключается, во-первых, в демонстрации учащимся процесса поиска этого решения и, во-вторых, в мотивации к осуществлению подобного поиска. Здесь можно рекомендовать сочетание индивидуальной, групповой и коллективной форм деятельности по решению задач, основанное на принципах педагогики сотрудничества.

Познавательные задачи имеют две точки вхождения в учебный процесс: в качестве предваряющих новый материал и в качестве отдельных задач. Процесс обучения предваряющих задач подробно описан в соответствующих методических рекомендациях для учителя, организующих изучение математики по тому или иному УМК, построенному на системе познавательных задач. Отдельные познавательные задачи отнесены, как правило, к дополнительному материалу и входят в содержание дополнительного математического образования школьников. Информационная модель таких задач требует обязательного выхода в ИОС. Именно это и является основной методической проблемой: учителю нужно целенаправленно руководить процессом поиска и освоения новой информации, руководствуясь при этом, в первую очередь, двумя принципами: (1) Если познавательная задача предполагает изучение нового теоретического материала, то целесообразно обратиться к соответствующим печатным источникам (учебниками, учебным пособиям, справочникам, энциклопедиям, научно-популярным изданиям) или их электронным аналогам. (2) Если познавательная задача предполагает изучение нового способа деятельности, то целесообразно обратиться за разъяснением к учителю, тьютору и т.п., просмотреть сборники задач и упражнений, решебники, периодические издания, посвящённые решению задач (например, журнал «Квант») и соответствующие образовательные интернет-ресурсы. Кроме поисковых сред рекомендуется использовать различные интерактивные среды для проведения экспериментов с моделями математических объектов.

В силу сложной информационной структуры процесса решения исследовательских задач их вхождение в учебный процесс может быть связано только с углубленным изучением математики в классах и школах соответствующих профилей или в системе дополнительного образования. Даже для учебных проектов и учебных исследований школьников учителями отбираются развивающие задачи II-IV видов или познавательные задачи, которые учителя причисляют к исследовательскому типу, полагая, что любое исследование, проводимое в ходе решения задачи, автоматически делает задачу исследовательской. Мы же определяем *исследовательскую задачу* как эвристическую корректную нечёткую задачу, предназначенную для выполнения действий адекватных процессу научного исследования и, поэтому решаемую, в первую очередь, генетическим методом, и только во вторую очередь – логическими методами. Исходя из этого, одна и та же задача на разных этапах обучения может быть отнесена к различным типам задач. Практические логические задачи – сюжетные задачи на установление истинности утверждений – для школьников любого возраста будут исследовательскими. Интерактивные среды (LearningApps, Graph Online и т.п.) являются тем инструментом, который поможет младшим школьникам и младшим подросткам, обладающим, как правило, кинестетическим и визуальным каналами восприятия материала и наглядно-действенным мышлением, проводить анализ задачи и осуществить поиск её решения. Разнообразные стратегии, способы и инструменты, выбранные школьником для решения исследовательской задачи, способствует формированию культуры мышления за счёт обогащения ментального опыта эвристическими методами поиска.

Вывод. Информационный подход оказался весьма перспективным для обучения школьников решению задач. Результаты, полученные при написании работы: (1) построена информационная модель задачи и выявлен ряд методических проблем, обусловленных специфическими особенностями самих задач; (2) построена информационная модель процесса решения задачи и выявлен ряд учебных и методических проблем, обусловленных спецификой информационного взаимодействия; (3) на основе информационного подхода разработаны общие рекомендации по решению различных типов задач школьного курса математики.