Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра дифференциальных уравнений
и прикладной математики

О кратной полноте корневых функций пучка дифференциальных
название темы выпускной квалификационной работы полужирным шрифтом
операторов пятого порядка с распадающимися краевыми условиями

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студента 4 курса 411 группы

направления 01.03.02 – Прикладная математика и информатика
код и наименование направления
механико-математического факультета
наименование факультета, института, колледжа
Гуреева Владислава Сергеевича
фамилия, имя, отчество

Научный руководитель
к.ф.-м.н., доцент ____________________ В.С. Рыхлов
должность, уч. степень, уч. звание — дата, подпись — инициалы, фамилия

Заведующий кафедрой
д.ф.-м.н., профессор ____________________ А.П. Хромов
должность, уч. степень, уч. звание — дата, подпись — инициалы, фамилия

Саратов 2018 год

Введение

В работе рассматривается пучок обыкновенных дифференциальных операторов $L(\lambda)$, порожденный на конечном интервале $[0,1]$ дифференциальным выражением

$$\ell(y,\lambda) := p_0(x,\lambda)y^{(n)} + p_1(x,\lambda)y^{(n-1)} + \ldots + p_n(x,\lambda)y = \\ = \sum_{0\le j+s\le n} p_{js}(x)\lambda^s y^{(j)}, \quad (1)$$

и линейно независимыми двухточечными краевыми условиями

$$U_i(y,\lambda) := \sum_{j=0}^{n-1} a_{ij}(\lambda)y^{(j)}(0) + b_{ij}(\lambda)y^{(j)}(1) = 0, \qquad i = \overline{1,n}, \quad (2)$$

где $\lambda \in \mathbb{C}$ обозначает спектральный параметр,

$$p_j(x,\lambda) = \sum_{s=0}^{j} p_{n-j,s}(x)\lambda^s, \ j = \overline{0,n}, \qquad p_{js}(x) \in L_1[0,1],$$

а $a_{ij}(\lambda), \ b_{ij}(\lambda)$ есть произвольные полиномы по λ.

Наряду с краевыми условиями (2), будут рассматриваться краевые условия

$$\sum_{j=0}^{n-1} a_{ij}y^{(j)}(0) + b_{ij}y^{(j)}(1) = 0, \quad i = \overline{1,n}, \quad (3)$$

не содержащие параметра λ.

Многие проблемы современного естествознания приводят к необходимости исследовать спектральные свойства собственных и присоединенных функций (с.п.ф.) или, кратко, корневых функций (к.ф.) несамосопряженных пучков $L(\lambda)$, в частности, асимптотику спектра, полноту и базисность к.ф., возможность разложения в обобщенные ряды Фурье по к.ф..

Вплоть до настоящего времени вопрос об n- и m-кратной полноте к.ф. до конца не решен даже в случае более простого пучка $L(\lambda)$, порожденного дифференциальным выражением

$$\ell_0(y,\lambda) := \sum_{j+s=n} p_{js}\lambda^s y^{(j)} \quad (4)$$

и краевыми условиями

$$\sum_{0\le j+s\le n-1} \lambda^s (a_{ijs} y^{(j)}(0) + b_{ijs} y^{(j)}(1)) = 0, \quad i = \overline{1,n} \tag{5}$$

где $p_{js},\ a_{ijs},\ b_{ijs} \in \mathbb{C}$.

В работах Гасымова М.Г.[1] и Шкаликова А.А.[2], относящихся к общему виду (1)–(2) пучка $L(\lambda)$, получены достаточные условия n-кратной полноты в $L_2[0,1]$ системы к.ф. в терминах степенной ограниченности по параметру λ функции Грина пучка на некоторых лучах.

Исследование вопроса об n- и m-кратной полноте и неполноте к.ф. пучка $L(\lambda)$ вида (1), (3), д.в. которого имеет постоянные коэффициенты, а краевые условия - полураспадающиеся, провел А.И. Вагабов[3].

Целью работы является изучение n- и m-кратной полноты к.ф. для пучков (4)–(5) общего вида, а также исследование полноты конкретного пучка пятого порядка с помощью интерактивного пакета прикладных программ MATLAB.

Работа имеет следующую структуру:

1. Введение.
2. Постановка задачи и краткая история вопроса.
3. Вспомогательные обозначения и определения.
4. Определение и свойства одного специального решения основного дифференциального уравнения.
5. Достаточные условия полноты.
6. Пример исследования кратной полноты пучка пятого порядка.

[1]О кратной полноте системы собственных и присоединенных функций одного класса дифференциальных операторов // Докл. АН Азерб. ССР.. – 1974. – Т. 30. – №12. – С. 9-12.

[2]Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений с параметром в граничных условиях // Тр. семин. им. И.Г.Петровского. – м.: Изд-во Моск. ун-та. – 1983. – №9. – С. 190-229.

[3]Разложение в ряды Фурье по главным функциям дифференциальных операторов и их применения: Дис. докт. физ.-мат. наук. – Москва, 1988. – 201 с. Введение в спектральную теорию дифференциальных операторов. - Ростов-на-Дону: Изд-во Рост. ун-та, 1994. – 160 с.

7. Список использованных источников.
8. Заключение.
9. Приложение A.

Основное содержание работы

Основополагающей по этой проблеме является работа М.В. Келдыша[4], в которой он сформулировал теорему об n-кратной полноте к.ф. пучка $L(\lambda)$, порожденного дифференциальным выражением (д.в.) (1) со специальной главной частью.

$$\ell(y,\lambda) := y^{(n)} + \lambda^n y + \{\text{возмущение}\},$$

и распадающимся краевыми условиями (3). Эта теорема в случае аналитических коэффициентов была доказана А.П. Хромовым[5] и, независимо, W. Eberhard'ом[6]. А.А. Шкаликов[7] доказал эту теорему случае суммируемых коэффициентов. А.П. Хромов[8] обобщил эту теорему на случай конечномерных возмущений вольтерровых операторов. Случай произвольной главной части д.в. был рассмотрен G. Freiling'ом[9] и С.А. Тихомировым[10].

Определение 1. Система Y корневых функций пучка $L(\lambda)$ называется *m-кратно полной в пространстве* $L_2[0,1]$ $(0 < m \le n)$, если из условия ортогональности вектор-функции $h \in L_2^m[0,1] := \underbrace{L_2[0,1] \oplus \ldots \oplus L_2[0,1]}_{m\text{ раз}}$ всем производным m-цепочкам, соответствующим системе Y, следует равенство $h = 0$.

Предполагается, что краевые условия (5) нормированы и порядок i-го краевого условия есть $\varkappa_i$ $(0 \le \varkappa_i \le n-1)$, то есть рассматриваются краевые

[4] О собственных значениях и собственных функциях некоторых классов несамосопряженных уравнений // Докл. АН СССР. – 1951. – Т. 77. – №1. – С. 11-14.

[5] Конечномерные возмущения вольтеровых операторов: Дис. докт. физ.-мат. наук. – Новосибирск, 1973. – 242 с.

[6] Zur Vollständigkeit des Biorthogonalsystems von Eigenfunktionen irregulärer boundary values problems. *Math. Z.*. 146 (3). p. 231-221.

[7] О полноте собственных и присоединенных функций обыкновенного дифференциального оператора с нерегулярными краевыми условиями // Функц. анализ и его прил.. – 1976. – Т. 10. – №4. – С. 69-80.

[8] О порождающих функциях вольтерровых операторов // Матем. сборник. – 1977. – Т. 102(104). – №3. – С. 457-472.

[9] Zur Vollständigkeit des Systems der Eigenfunktionen und Hauptfunktionen irregulärer Operator-büschel // *Math. Z.*. – 1984. – Bd. 188. – H. 1. – C. 55-68.

[10] Конечномерные возмущения интегральных вольтеровых операторов в пространстве вектор-функций: Дис. канд. физ.-мат. наук. – Саратов, 1987. – 126 с.

условия вида

$$U_i^0(y,\lambda) \equiv U_{i0}^0(y,\lambda) + U_{i1}^0(y,\lambda) := \sum_{j+s\le \varkappa_i} \lambda^s(\alpha_{ijs}y^{(j)}(0) + \beta_{ijs}y^{(j)}(1)) = 0, \quad (6)$$

где $i=\overline{1,n}$. Суммарный порядок краевых условий (6) обозначим буквой $\varkappa$, то есть по определению $\varkappa = \varkappa_1 + \varkappa_2 + \ldots + \varkappa_n$. Пучок (4), (6) будем обозначать $L_0(\lambda)$.

Рассмотрим уравнение $\ell_0(y,\lambda)=0$. Пусть $\{\omega_k\}_{k=1}^n$ корни его характеристического уравнения $\sum\limits_{j+s=n} p_{js}\omega^j = 0$ попарно различны и отличны от нуля. Система функций $y_j(x,\lambda) = \exp(\lambda\omega_j x),\ j=\overline{1,n}$ является фундаментальной системой решений (ф.с.р.) уравнения $\ell_0(y,\lambda)=0$ при $\lambda\ne 0$.

Введем следующие вектор-столбцы при $j=\overline{1,n}$

$$H_j(\lambda) \equiv (h_{1j},h_{2j},\ldots,h_{nj}(\lambda))^T := \left(U_1^0(y_j,\lambda),U_2^0(y_j,\lambda),\ldots,U_n^0(y_j,\lambda)\right)^T,$$
$$V_j(\lambda) \equiv (v_{1j},v_{2j},\ldots,v_{nj}(\lambda))^T := \left(U_{10}^0(y_j,\lambda),U_{20}^0(y_j,\lambda),\ldots,U_{n0}^0(y_j,\lambda)\right)^T,$$
$$W_j(\lambda) \equiv (w_{1j},w_{2j},\ldots,w_{nj}(\lambda))^T := e^{-\lambda\omega_j}\left(U_{11}^0(y_j,\lambda),U_{21}^0(y_j,\lambda),\ldots,U_{n1}^0(y_j,\lambda)\right)^T.$$

С использованием этих обозначений характеристический определитель пучка $L_0(\lambda)$ примет вид

$$\Delta(\lambda) = \det\left(U_i^0(y_j,\lambda)\right)_{i,j=1}^n = |H_1(\lambda)H_2(\lambda)\ldots H_n(\lambda)| =$$
$$\left|V_1(\lambda)+e^{\lambda\omega_1}W_1(\lambda), V_2(\lambda)+e^{\lambda\omega_2}W_2(\lambda),\ldots,V_n(\lambda)+e^{\lambda\omega_n}W_n(\lambda)\right|. \quad (7)$$

Отличные от нуля собственные значения (с.з.) пучка $L_0(\lambda)$ есть нули $\Delta(\lambda)$.

Обозначим через Ω множество, состоящее из 0 и всевозможных сумм различных чисел $\omega_j,\ j=\overline{1,n}$ по одному, по два и так далее до n слагаемых. Далее совпадающие точки $\omega\in\Omega$, полученные разными способами (разные слагаемые в сумме), считаем разными точками Ω. После разложения определителя (7) на сумму определителей получим

$$\Delta(\lambda) = \lambda^{\varkappa}\sum_{\omega\in\Omega} F^{\omega}(\lambda)e^{\lambda\omega},$$

где

$$F^{\omega}(\lambda) = F_0^{\omega} + \frac{1}{\lambda}F_1^{\omega} + ... + \frac{1}{\lambda^{\varkappa}}F_{\varkappa}^{\omega}.$$

Положим $M = \mathrm{conv}\{\Omega\}$ (может случиться, что M – отрезок).

Для $r \in \{0, 1, ..., \varkappa\}$ через $(M_\Delta)_r$ обозначим выпуклую оболочку тех точек ω, для которых $[F^{\omega}(\lambda)]_r \not\equiv 0$. Будут выполняться следующие включения

$$(M_\Delta)_0 \subset (M_\Delta)_1 \subset ... \subset (M_\Delta)_{\varkappa} \subset M.$$

Определение 2. Пучок $L_0(\lambda)$ называется *регулярным*, если $(M_\Delta)_0 = M$.

Определение 3. Пучок $L_0(\lambda)$ называется *почти регулярным*, если

$$(M_\Delta)_{\varkappa} = M.$$

Определение 4. Пучок $L_0(\lambda)$ называется *слабо нерегулярным* (или *нормальным*), если многоугольник $(M_\Delta)_{\varkappa}$ имеет не менее двух точек касания с M, причем перпендикуляры, проеденные из некоторой фиксированной внутренней точки к сторонам M, на которых лежат точки касания (если точка касания – вершина, то таких перпендикуляров два), разбивают комплексную плоскость на секторы раствора $< \pi$. Если M есть отрезок, то пучок $L_0(\lambda)$ называется *слабо нерегулярным*, когда $(M_\Delta)_{\varkappa} = M$.

Из определений следует, что регулярный и почти регулярный пучок является в то же время слабо нерегулярным.

Определение 5. Пучок $L_0(\lambda)$, который не удовлетворяет предыдущему определению, называется *сильно нерегулярным*.

Многоугольник $(M_\Delta)_{\varkappa}$ обозначим M_Δ и будем называть характеристическим многоугольником функции $\Delta(\lambda)$.

Далее рассматривается следующее решение уравнения $\ell_0(y, \lambda) = 0$ при $\lambda \neq 0$

$$g(x, \lambda, \Gamma(\lambda)) := \begin{vmatrix} 0 & y_1(x,\lambda) & \dots & y_n(x,\lambda) \\ \multicolumn{4}{c}{\dotfill} \\ -\Gamma(\lambda) & H_1(\lambda) & \dots & H_n(\lambda) \end{vmatrix}, \qquad (8)$$

зависящее от вектор-столбца $\Gamma(\lambda) = (\gamma_1(\lambda), \gamma_2(\lambda), \ldots, \gamma_n(\lambda))^T$, который является параметром. Функция вида (8) играет важную роль при доказательстве полноты системы к.ф. пучка $L_0(\lambda)$. Обозначим $\Lambda_0 = \{\lambda_k\} \cup \{0\}$, где λ_k есть с.з.

Лемма 1. *При $\lambda \in \mathbb{C} \backslash \Lambda_0$ функции $g(x, \lambda, \Gamma_j(\lambda))$, $j = \overline{1, n}$, линейно независимы по $x \in [0, 1]$ тогда и только тогда, когда линейно-независимы вектор-функции $\Gamma_j(\lambda)$, $j = \overline{1, n}$.*

Через Ω_j обозначим подмножество тех точек из Ω, которые представляются в виде $\omega_j + \ldots$, то есть содержат в качестве слагаемого число ω_j. Через Ω^j обозначим множество $\Omega \backslash \Omega_j$, то есть те точки из Ω, которые не содержат в качестве слагаемого число ω_j.

Далее будем считать, что $\Gamma(\lambda)$ есть векторы-полиномы по λ вида $\Gamma(\lambda) = (\gamma_1(\lambda), \ldots, \gamma_n(\lambda))^T$, где

$$\gamma_j(\lambda) = \gamma_{j,\varkappa_j} \lambda^{\varkappa_j} + \gamma_{j,\varkappa_j - 1} \lambda^{\varkappa_j - 1} + \cdots + \gamma_{j0}, \quad j = \overline{1, n}.$$

После раскрытия определителя (8) по первой строке, получим (аргумент λ у векторов $V_j(\lambda)$, $W_j(\lambda)$ и $\Gamma(\lambda)$ опустим)

$$g(x, \lambda, \Gamma(\lambda)) = \sum_{k=1}^{n} y_k(x, \lambda) \left| H_1(\lambda), \ldots, H_{k-1}(\lambda), \Gamma(\lambda), H_{k+1}(\lambda), \ldots, H_n(\lambda) \right| =$$
$$= \sum_{k=1}^{n} e^{\lambda \omega_k x} \big| V_1 + e^{\lambda \omega_1} W_1, \ldots, V_{k-1} + e^{\lambda \omega_{k-1}} W_{k-1}, \Gamma, V_{k+1} + e^{\lambda \omega_{k+1}} W_{k+1}, \ldots$$
$$\ldots, V_n + e^{\lambda \omega_n} W_n \big| = \lambda^{\varkappa} \sum_{k=1}^{n} \sum_{\omega \in \Omega^k} G_k^{\omega}(\lambda) e^{(\lambda \omega_k x + \omega)},$$

где $G_k^{\omega}(\lambda) = O(1)$ при $|\lambda| >> 1$.

Назовем характеристическим многоугольником порядка r $(0 \leq r \leq \varkappa)$ функции $g(x, \lambda, \Gamma(\lambda))$ выпуклую оболочку тех точек $\{\omega_k x + \omega\}$, $k = \overline{1, n}$, $\omega \in \Omega^k$, для которых $[G_k^{\omega}]_r \not\equiv 0$. Обозначим его как $(M_{y(x,\lambda,\Gamma(\lambda))})_r$. Многоугольник $(M_{y(x,\lambda,\Gamma(\lambda))})_{\varkappa}$ обозначим как $M_{y(x,\lambda,\Gamma(\lambda))}$.

Пусть $\mathrm{conv}_{x\in[0,1]}\{M_{y(x,\lambda,\Gamma(\lambda))}\}$ характеристический многоугольник вектора $\Gamma(\lambda)$, обозначим его как $M(\Gamma)$. Так как

$$M_{y(x,\lambda,\Gamma(\lambda))} \subset \mathrm{conv}\{M_{y(0,\lambda,\Gamma(\lambda))}, M_{y(1,\lambda,\Gamma(\lambda))}\},$$

то имеет место равенство

$$M(\Gamma) = \mathrm{conv}\{M_{y(0,\lambda,\Gamma(\lambda))}, M_{y(1,\lambda,\Gamma(\lambda))}\},$$

Лемма 2. *Для фиксированного индекса j $(1 \le j \le n)$ имеет место включение $M(V_j) \subset \mathrm{conv}\{M_\Delta, \Omega_j\}$.*

Лемма 3. *Для фиксированного индекса j $(1 \le j \le n)$ имеет место включение $M(W_j) \subset \mathrm{conv}\{M_\Delta, \Omega^j\}$.*

Векторы

$$\left(\frac{\partial^k g(x,\lambda,\Gamma(\lambda))}{\partial\lambda^k}, \frac{\partial^k(\lambda g(x,\lambda,\Gamma(\lambda)))}{\partial\lambda^k}, \ldots, \frac{\partial^k(\lambda^{m-1} g(x,\lambda,\Gamma(\lambda)))}{\partial\lambda^k}\right)^T\Bigg|_{\lambda=\lambda_\nu}, \quad (9)$$

где $k \in \overline{0, s_\nu}$ и $\lambda_\nu \in \Lambda$, являются производными m-цепочками для к.ф. пучка $L_0(\lambda)$, соответствующих с.з. λ_ν кратности $s_\nu + 1$.

Предположим, что система $Y = \{y_k\}$ всех к.ф. пучка $L_0(\lambda)$ m-кратно $(0 < m \le n)$ не полна в $L_2[0,1]$. Тогда найдется вектор-функция $h(x) = (\bar{h_1}(x), \bar{h_2}(x), \ldots, \bar{h_m}(x))^T \in L_2^m[0,1]$, $h \neq 0$, которая ортогональна в пространстве $L_2^m[0,1]$ всем производным m-цепочкам $\widetilde{y}_k$, построенным по системе к.ф. пучка $L_0(\lambda)$. В частности, h ортогональна векторам (9). Из этой ортогональности следует, что с.з. λ_ν, имеющие кратность $s_\nu + 1$, является нулем кратности не меньше $s_\nu + 1$ функции

$$H(\lambda,\Gamma(\lambda)) := \int\limits_0^1 g(x,\lambda,\Gamma(\lambda)) h_m(x,\lambda)dx,$$

где $h_m(x,\lambda) := h_1(x) + \lambda h_2(x) + \ldots + \lambda^{m-1} h_m(x)$. Функция $H(\lambda,\Gamma(\lambda))$ есть целая функция экспоненциального типа (ц.ф.э.т.) по λ.

Введем мероморфную функцию

$$\mathscr{H}(\lambda, \Gamma(\lambda)) := \frac{H(\lambda, \Gamma(\lambda))}{\Delta(\lambda)},$$

которая формально имеет полюса в точках $\lambda \in \Lambda$, но все эти полюса компенсируются числителем, за исключением случая, когда $\lambda = 0$ является нулем $\Delta(\lambda)$, но не является с.з. или является с.з. меньшей кратности. Такая ситуация может быть, так как используемая ф.с.р. не является такой при $\lambda = 0$. В таком случае дополнительное предположение об ортогональности вектор-функции $h(x)$ в пространстве $L_2^m[0,1]$ конечному набору вектор-функциям из $L_2^m[0,1]$, позволяет сделать вывод о том, что $\mathscr{H}(\lambda, \Gamma(\lambda))$ есть ц.ф.э.т.

Определение 6. Будем говорить, что вектор-функция $\Gamma(\lambda)$ удовлетворяет условию (α) (обозначим $\Gamma(\lambda) \in (\alpha)$), если в λ-плоскости существуют по крайней мере три луча, исходящие из начала, каждые два соседних из которых имеют между собой угол меньше π и на которых функция $\mathscr{H}(\lambda, \Gamma(\lambda))$ имеет не более чем степенной рост.

Лемма 4. *Либо система к.ф. пучка $L_0(\lambda)$ n-кратно полна в $L_2[0,1]$, либо соответствующая система производных n-цепочек $\widetilde{y}_k$, построенная по системе к.ф. пучка $L_0(\lambda)$, имеет бесконечный дефект в $L_2[0,1]$.*

Теорема 1. *Если существуют n линейно независиыых в.-ф. $\Gamma_1(\lambda), \Gamma_2(\lambda), \ldots$ $\ldots, \Gamma_n(\lambda) \in (\alpha)$, то система к.ф. пучка $L_0(\lambda)$ n-кратно полна в $L_2[0,1]$.*

С учетом Лемм 2 и 3 очень удобно в качестве $\Gamma_j(\lambda)$ брать векторы $V_i(\lambda)$ и $W_i(\lambda)$.

Следствие 1. *Если $V_{i_s}(\lambda) \in (\alpha)$, $s = \overline{1,k}$, $W_{j_t}(\lambda) \in (\alpha)$, $t = \overline{1,l}$, $k + l \geq n$ и $\operatorname{rank}(V_{i_1}(\lambda), V_{i_2}(\lambda), \ldots, V_{i_k}(\lambda), W_{j_1}(\lambda), W_{j_2}(\lambda), \ldots, W_{j_l}(\lambda)) = n$, то система к.ф. пучка $L_0(\lambda)$ n-кратно полна в $L_2[0,1]$.*

Ввиду специфической структуры функции $g(x, \lambda, \Gamma(x))$, определяемой формулой (8), доказывается, в частности, следующая теорема.

Теорема 2. *Если существуют m пар векторов $\{V_{j_s}(\lambda), W_{j_s}(\lambda)\}$, $s = \overline{1,m}$ таких, что $V_{j_s}(\lambda) \in (\alpha)$, $W_{j_s}(\lambda) \in (\alpha)$, то имеет место m-кратная полно-*

та в $L_2[0,1]$ системы к.ф. пучка $L_0(\lambda)$ с возможным конечным дефектом.

В работе приводится пример пучка пятого порядка со следующими корнями его характеристического многочлена:

$$\omega_1 = 1, \quad \omega_2 = 2, \quad \omega_3 = 4, \quad \omega_4 = 8, \quad \omega_5 = 2i,$$

и краевыми условиями

$$U_{10} = y'(0) = 0, \quad U_{20} = y''(0) - \lambda^2 y(0) = 0, \quad U_{30} = y'''(0) + \lambda y''(0) = 0,$$
$$U_{41} = y(1) = 0, \quad U_{51} = y''(1) + \lambda y'(1) = 0$$

Была установлена однократная полнота по теореме 2: $V_5(\lambda) \in (\alpha)$, $W_5(\lambda) \in (\alpha)$ (рисунок 1–2: сплошной линией обозначен M_Δ, пунктирной – $\mathrm{conv}\{M_\Delta, \Omega_5\}$ и $\mathrm{conv}\{M_\Delta, \Omega^5\}$ соответственно, точки ω_i обозначены как «i», $\omega_i + \omega_j$ как «ij» и т.д.), и доказана двукратная полнота.

Рисунок 1 – $M(V_5)$

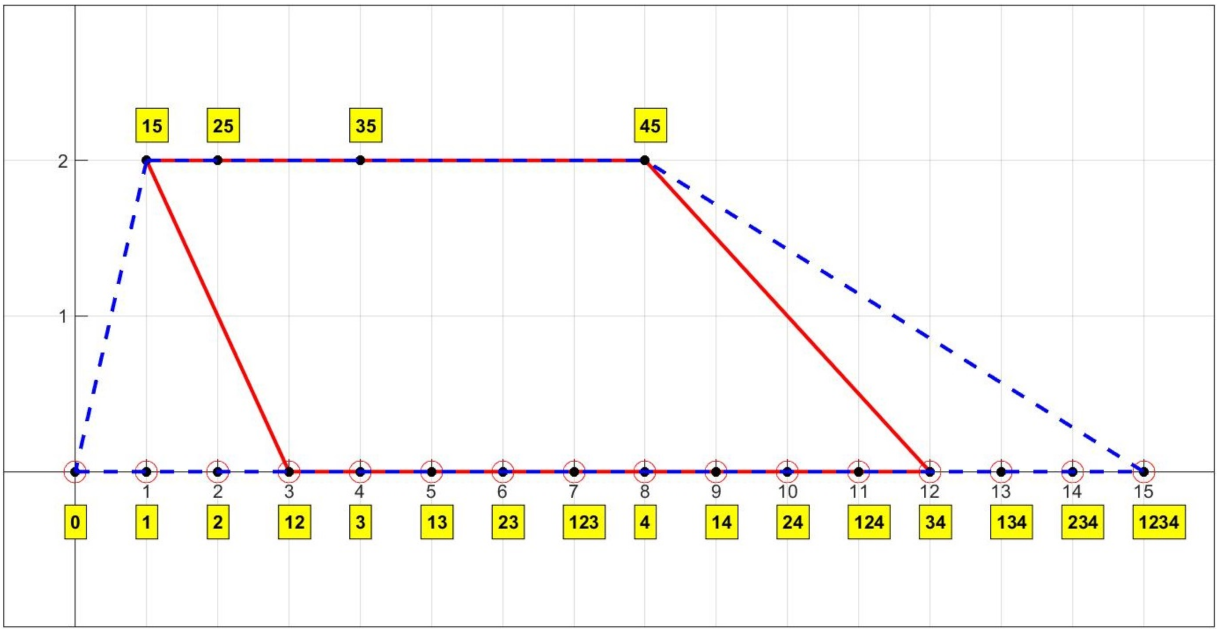

Рисунок 2 – $M(W_5)$

Приложение бакалаврской работы состоит из текста программного кода на языке MATLAB. Программа реализует построение минимально выпуклых оболочек и проверку на принадлежность вектор-функции $\Gamma(\lambda)$ условию (α) для решаемой задачи.

Заключение

В работе были изучены условия n- и m-кратной полноты корневых функций пучка $L(\lambda)$, порожденного дифференциальным выражением (4) и краевыми условиями (5). Рассмотрен пример пучка пятого порядка: построены характеристические многоугольники M и M_Δ, $M(V_j(\lambda))$ и $M(W_j(\lambda))$ по средствам прикладной программы MATLAB, найдены те вектор-функции среди $V_j(\lambda)$, $W_j(\lambda)$, которые принадлежат условию (α), и установлена однократная и двукратная полнота.