Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математического обеспечения
вычислительных комплексов и информационных систем

МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРАВЛЯЕМЫХ КОМБИНИРОВАННЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАЮЩИМИ ЗВЕНЬЯМИ

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 441 группы
направления 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем
факультета компьютерных наук и информационных технологий
Мокиенко Дмитрия Константиновича

Научный руководитель
Профессор, д.ф.-м.н. Д.К. Андрейченко

Зав. кафедрой
д.ф.-м.н. Д.К. Андрейченко

Саратов 2018

ВВЕДЕНИЕ

Комбинированные динамические системы представляют собой математические модели ряда технических систем в форме связанных посредством граничных условий и условий связи систем обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных при соответствующих начальных условиях. Наличие запаздывающих звеньев в системе управления (например, ракетных двигателей в системах стабилизации космических аппаратов) приводит к тому, модельные уравнения содержат обыкновенные дифференциальные уравнения с запаздывающими аргументами.

Целью данной работы является исследование эффективности параметрического синтеза управляемых комбинированных динамических систем с запаздывающими звеньями, эффективности распараллеливания вычислений при его программной реализации, а также по результатам численного моделирования, исследование возможности стабилизации исходной нелинейной управляемой комбинированной динамической системы с запаздывающими звеньями на основе параметрического синтеза по линеаризованной модели. В качестве модельных рассмотрены задачи о стабилизации и о программном развороте спутников с деформируемыми элементами конструкции (в частности, космических аппаратов наблюдения – КАН).

Для достижения поставленной цели необходимо решить ряд задач:

– построить области устойчивости линеаризованной модели КДС;

– на основе параметрического синтеза по линеаризованной модели выбрать значения параметров обратных связей, обеспечивающие требуемое качество переходных процессов;

– исследовать эффективность распараллеливания на основе многопоточности при программной реализации параметрического синтеза при использовании стандартных средств технологии Open MP для создания наборов задач и управления ими;

– для анализа переходных процессов в нелинейной управляемой КДС реализовать проекционный метод Галеркина и свести нелинейную начально-краевую задачу к задаче Коши для нелинейной системы обыкновенных дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом;

– с целью сокращения времени компьютерного моделирования при численном интегрировании дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом реализовать подключение ряда стандартных математических библиотек, а также вычислительного ядра системы MATLAB к программным проектам, разработанным в среде Microsoft Visual C++;

– по результатам численного моделирования исследовать возможность стабилизации исходной нелинейной КДС на основе параметрического синтеза по линеаризованной модели, в частности, выполнить анализ влияния типовой нелинейности на выходные функции системы;

– для визуализации результатов математического моделирования разработать графический интерфейс пользователя на основе технологии WinForms с использованием в качестве источников и приемников данных рабочих книг MS Excel;

В мировой практике исследованию поставленной темы посвятили свои труды ряд ученых: Джон Эшворт Нелдер, Роджер Мид, Иоганн Гаусс, Джордж Бернард Данцигом, Маршалл Вуд и др.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Методы теории комбинированных динамических систем. В данной работе будут рассматриваются КДС с сосредоточенными входными и выходными вектор-функциями. Описать её можно следующими уравнениями:

$$\dot{y} = f(x, y, h);$$
$$\dot{u} = F(u, x, y, \dot{y}), r \in \Omega;$$
$$G(u, y)|_{S} = 0;$$
$$h = \int_S H(u) dS;$$
$$y(0) = y0, u(r, 0) = u0(r).$$

Динамическая модель КДС сводится к матрице передаточных функций $\Phi(\lambda) = [\Phi_{kj}(\lambda)], k = 1,2, \dots, N_y, j = 1,2, \dots, N_x$, причём

$$\tilde{y}(\lambda) = \Phi(\lambda)\, \tilde{x}(\lambda),$$
$$\Phi(\lambda) = [\Phi_{kj}(\lambda)] = [Q_{kj}(\lambda)/D(\lambda)] = [\lambda\mathrm{E} - \mathrm{C} - \mathrm{AC}(\lambda)]^{-1}[\mathrm{B} + \mathrm{AB}(\lambda)]$$
$$k = 1,2, \dots, N_y, j = 1,2, \dots, N_x,$$

где

$$D(\lambda) = \det(\lambda\mathrm{E} - \mathrm{C} - \mathrm{AC}(\lambda)),$$

Иногда требуется учитывать конечное время запаздывания в системе управления. При создании управляющих сил и моментов газореактивными двигателями требуется учитывать некоторое время τ, которое тратится на запуск реактивного двигателя. В модельных уравнениях данных физических систем содержатся обыкновенные дифференциальные уравнения с запаздывающими аргументами. В стационарной системе характерное время запаздывания τ может зависеть от величин x и y, однако прямой зависимости от времени t нет.

Существует зависимость модельных уравнений управляемых КДС от так называемых параметров обратных связей $p = (p_1, p_2, \dots, p_{N_p})^T \in R^{N_p}$. Они в свою очередь принадлежат так называемому пространству обратных связей. В данном случае динамическая модель линейной или же линеаризированной КДС определяется матрицей передаточных функций

$$\Phi(\lambda, p) = \left[\Phi_{kj}(\lambda, p)\right] = \left[Q_{kj}(\lambda, p)/D(\lambda, p)\right].$$

Под параметрическим синтезом понимается нахождение таких значений параметров обратных связей $\mathrm{p} = (\mathrm{p}_1, \mathrm{p}_2, \dots, p_{N_p})T \in \mathbb{R}^{N_p}$, при которых переходные процессы затухают как можно быстрее. Для выполнения параметрического синтеза не обязательно знать о конфигурации области устойчивости Ω_{st}. Единственным требованием является принадлежность параметров обратных связей области устойчивости.

Областью устойчивости является такое открытое множество в пространстве параметров обратных связей $\Omega_{st} \in R^{N_p}$, при котором КДС устойчива если $p \in \Omega_{st}$ и неустойчива если $p \notin \widetilde{\Omega_{st}}$. Следовательно, границей области устойчивости является $N-1$ – мерное многообразие $\partial\widetilde{\Omega_{st}}$, находящееся в пространстве параметров обратных связей.

В работе ставится задачи о стабилизации и программном развороте спутника, расчетная схема которого изображена на рисунке 1.

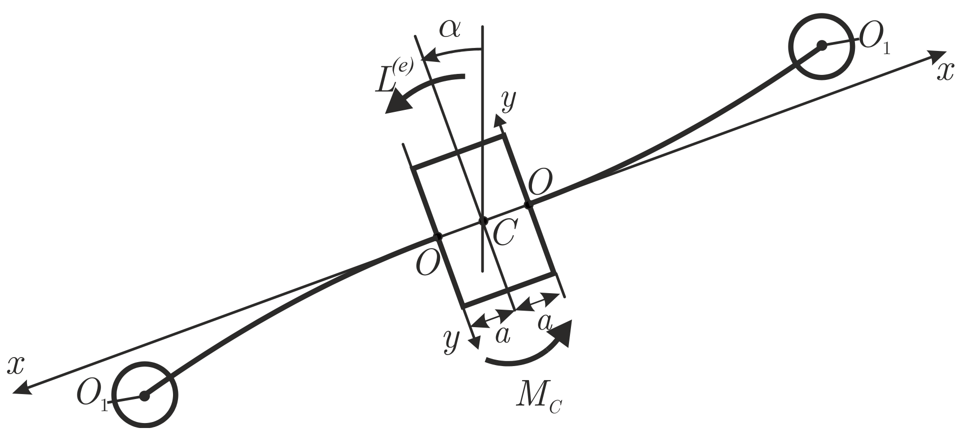

Рисунок 1 – расчетная схема.

Газореактивная система стабилизации создает управляющий момент:

$$M_c = -f\big(w(t-\tau)\big);$$

$$w(t) = p_1\dot{\alpha}(t) + p_2\alpha(t) + p_3\int_0^t [\alpha(\eta) - \alpha_0(\eta)]d\eta;$$

Безразмерные уравнения возмущенного движения системы стабилизации спутника выглядят следующим образом:

$$J_c\ddot{\alpha} = 2M(0,t) - 2aM'(0,t);$$

$$J_1(\ddot{\alpha}_1 + \ddot{\alpha}) = -M(1,t);$$

$$m_1[\ddot{y}_1 + \ddot{\alpha}(l + a + \mu x_1) - \mu^2\dot{\alpha}^2 y_1 + 2\mu\dot{\alpha}\dot{x}_1] = -Q_1(1,t)\sin(\mu\alpha_1) + M'(1,t)\cos(\mu\alpha_1);$$

$$m_1[\ddot{y}_1 + \ddot{\alpha}(l + a + \mu x_1) - \mu\dot{\alpha}^2 y_1 + 2\mu\dot{\alpha}\dot{x}_1] = -Q_1(1,t)\sin(\mu\alpha_1) + [M'(1,t)]\cos(\mu\alpha_1);$$

$$w(t) = p_1\dot{\alpha}(t) + p_2\alpha(t) + p_3\int_0^t [\alpha(\eta) - \alpha_0(\eta)]d\eta;$$

$$u_x(x,t) = \frac{1}{\mu}\int_0^x \left[\left(1 - \mu^2 u'^2_y(\eta,t)\right)^{\frac{1}{2}} - 1\right]d\eta,$$

$$\dot{u}(x,t) = -\mu\int_0^x \left[\left(1 - \mu^2 u'^2_y(\eta,t)\right)^{\frac{1}{2}}\right]u'_y(\eta,t)\dot{u}'_y(\eta,t)d\eta;$$

$$k = [1 - \mu^2 u'^2_y]^{1/2}u''_y;$$

$$M = k + \gamma\dot{u}'';$$

$$\ddot{u}_y + \ddot{\alpha}(\xi + a + \mu u_x) - \mu\alpha^2 u_y + 2\mu\dot{\alpha}\dot{u}_x = \left(1 - \mu u'^2{}_y\right)^{\frac{1}{2}}(kQ_1 - M'') + \mu u'_y(Q_1' + \mu k M');$$

$$u_y(0,t) = 0;$$

$$u'_y(0,t) = 0;$$

$$u_y(1,t) = y_1(t);$$

$$u'_y(1,t) = \frac{1}{\mu}\sin(\mu\alpha_1(t));$$

$$u_x(1,t) = x_1(t);$$

$$\dot{u}_x(1,t) = \dot{x}_1(t);$$

$$Q_1'' - \mu^2 k^2 Q_1 = -\mu\{k'M' + 2kM'' + \left[\dot{\alpha} + \left(1 - \mu^2 u'^2_y\right)^{-\frac{1}{2}} \dot{u}'_y\right]^2\};$$

$$Q_1'(0,t) + \mu k(0,t) M'(0,t) = -\mu a \dot{\alpha}^2;$$

$$Q_1'(1,t) + \mu k(1,t) M'(1,t) + \frac{1}{m_1} Q_1(1,t) = 0;$$

При $-\tau \leq t \leq 0$ $\alpha(t) = \dot{\alpha}(t) = 0;$

$$y_1(0) = \dot{y}_1(0) = \alpha_1(0) = \dot{\alpha}_1(0) = u_y(x,0) = \dot{u}_y(x,0) = 0;$$

Описание параллельного алгоритма параметрического синтеза. Целевую функцию параметрического синтеза представим в виде:

$$F(p) = \begin{cases} [C_0 + \|R_A(\omega,p)\|^{-2}] \int_0^\infty f(\omega,p) d\omega, p \in \Omega_{st} \\ \infty, p \notin \Omega_{st} \end{cases}$$

Где

$$f(\omega,p) = \begin{array}{l} \|R_A(\omega,p) - R_A(0,p) R_A^*(\omega)\|^2 + \\ +c_1 \left\|R_A'(\omega,p) - R_A(0,p) R_A^{*'}(\omega)\right\|^2 + \\ +c_2 \|R_A''(\omega,p) - R_A(0,p) R_A^{*''}(\omega)\|^2 \end{array}$$

В данном случае, существует несколько вариантов для распараллеливания.

Во-первых, вычисление подынтегрального выражения $f(\omega,p)$ при фиксированном значении ω требует решения некоторой вспомогательной линейной краевой задачи, которую возможно распараллелить. Распараллеливание принесёт значительный выигрыш в скорости только для достаточно сложных математических моделей элементов комбинированных динамических систем (КДС) с распределенными по пространству параметрами.

Во-вторых, вычисления при минимизации целевой функции F(p) могут быть распараллелены. Для минимизации функции F(p) на основе метода Нелдера-Мида.

Симплекс – представляет из себя геометрическую фигуру, являющуюся n-мерным обобщением треугольника. Для одномерного пространства — это отрезок, для двумерного — треугольник. На некоторых этапах выполняется построение симплекса из $N_p + 1$ точек в пространстве $p \in \mathbb{R}^{N_p}$, и значения целевой функции в его вершинах могут быть обновлены независимо друг от друга. Если применяется градиентный метод, то компоненты градиента целевой функции также можно вычислять независимо. Для эффективного распараллеливания желательно $N_p \gg 1$, но число параметров обратных связей обычно не очень большое. А так же, из-за острых пиков в подынтегральном выражении $f(\omega, p)$ требуется применение адаптивных методов численного интегрирования. Следовательно, время вычисления целевой функции для различных параметров p может существенно различаться.

В-третьих, возможно распараллелить операцию численного интегрирования. Является наиболее удачным способом распараллеливания в данном случае. Пусть $0 < \omega_0 < \omega_1 < \omega_2 < \ldots < \omega_N < \omega_{N+1}$ некоторые точки на числовой полуоси $\omega \geq 0$, тогда:

$$\int_0^\infty f(\omega, p) d\omega = \sum_{j=0}^{N} \int_{\omega_j}^{\omega_{j+1}} f(\omega, p) d\omega + \int_{\omega_{N+1}}^{\infty} f(\omega, p) d\omega$$

Обычно $N \gg 1$, а характерная длина отрезка $[\omega_j, \omega_{j+1}]$ увеличивается с ростом j. Следовательно, $\omega_{N+1} \gg 1$. Наличие острых пиков в подынтегральном выражении требует применения адаптивных методов Гаусса для вычисления первых N + 1 слагаемых. Последнее слагаемое вычисляется при помощи отображения интервала $[\omega_{N+1}, \infty)$ на $[0, 1]$ и применения адаптивного метода, в следствии чего, невозможно довольно точно оценить характерное время вычисления каждой подзадачи, поэтому целесообразно применять схему распараллеливания «портфель задач».

Может возникнуть такая ситуация, при которой время выполнения одной подзадачи будет сравнимо со временем выполнения всех остальных вместе взятых. В таком случае ускорение не может быть больше, чем в два раза. В случае с параметрическим синтезом КДС такая ситуация может возникнуть если частотная характеристика будет иметь один узкий и высокий пик.

Интеграция MATLAB и среды разработки MS Visual Studio 2017. MATLAB — это инструмент, предназначенный для решения сложных вычислительных задач с большим набором современных численных методов. Для ускорения работы в MATLAB используется система прекомпиляции, что в свою очередь дает множество преимуществ, таких как проверка ошибок, защита исходного кода и его эффективное использование. При первом вызове функции происходит интерпретация в целевой код, а при повторном вызове трансляции не происходит.

Довольно часто приходится совмещать программы, написанные на разных языках программирования, так как это дает свои преимущества в скорости работы, производительности, использовании уже существующих программных продуктов и в правильности и возможности их использования. В работе часть программы написана на внутреннем языке MATLAB, с реализацией стандартными средствами C/C++. Типичный пример такого использования — моделирование выходных функций нелинейной КДС с учётом времени запаздывания.

Для совмещения MATLAB и C/C++ необходимо, чтобы интерпретатор MATLAB использовал бинарные модули, которые находятся в разделяемых библиотеках, написанных на C/C++. А так же подключение оттранслированных интерпретатором функций MATLAB к разработанным на C/C++ программным продуктам используется компонент MATLAB Compiler.

Для решения поставленной задачи, необходимо реализовать численное интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений с запаздывающими аргументами и интерполирование результатов численного интегрирования. Это можно осуществить с помощью подключения к программному продукту стандартных функций MATLAB dde23 и deval.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные исследования позволяют сделать следующие выводы.

1. Параметрический синтез позволяет существенно улучшить качество переходных процессов в управляемых КДС с запаздывающими звеньями.

2. При программной реализации параметрического синтеза на основе стандартных средств технологии параллельного программирования OpenMP достигается ускорение, практически совпадающее с числом используемых физических процессоров (ядер).

3. При разработке программ компьютерного моделирования переходных процессов в нелинейных КДС с запаздывающими звеньями и реализации численного интегрирования, соответствующих начально-краевым задачам, эффективно подключено вычислительное ядро и стандартные библиотеки системы MATLAB к программным проектам, разработанным в среде Microsoft Visual C++.

При умеренных значениях параметра типовой нелинейности параметрический синтез по линеаризованной модели позволяет эффективно стабилизировать исходную нелинейную модель с запаздывающими звеньями.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Андрейченко Д.К., Андрейченко К.П. К теории комбинированных динамических систем/ Д.К. Андрейченко, К.П. Андрейченко// Изв. РАН. Теория и системы управления, 2000. – № 3. – С. 54-69.

2. Андрейченко Д.К., Андрейченко К.П. Моделирование, анализ и синтез комбинированных динамических систем: учебное пособие/ Д.К. Андрейченко, К.П. Андрейченко. – Саратов: ООО «Издательский Дом «Райт-Экспо». – 2013 г. – 144 с.

3. Андрейченко Д.К., Андрейченко К.П. К теории стабилизации спутников с упругими стержнями/ Д.К. Андрейченко, К.П. Андрейченко // Изв. РАН. Теория и системы управления, 2004. – № 6. – С. 150-163.

4. Андрейченко Д.К., Андрейченко К.П., Комарова М.С. Параллельный алгоритм параметрического синтеза комбинированных динамических систем/ Д.К. Андрейченко, К.П. Андрейченко М.С. Комарова// Доклады Академии военных наук. 2012, - № 5 (54). - С. 14-20.

5. Андрейченко К.П., Андрейченко Д.К., Шорин В.С., Наумов С. Г. Моделирование влияния запаздывающего аргумента в нелинейной газореактивной системе стабилизации спутника с упругим стержнем и закреплённым на его конце телом / К.П. Андрейченко, Д.К. Андрейченко, В.С. Шорин, С. Г. Наумов// Вестник Саратовского государственного технического университета. 2005. Т. 3, - № 1. - С. 17-27.

6. Андрейченко Д.К., Ерофтиев А.А., Мельничук Д.В. Распараллеливание параметрического синтеза по схеме «Портфель задач» на основе технологии MPI// Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия Математика. Механика. Информатика. 2015. Т. 15. С. 222-227

7. Андрейченко Д.К., Портенко М.С., Мельничук Д.В. Условия аналитичности характеричстического и возмущающих квазимногочленов

комбинированных динамических систем.// Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия Математика. Механика. Информатика. 2016. Т. 16. № 2. С. 208-216.

8. Введение в OpenMP: параллельное программирование на C++ [Электронный ресурс] / Intel Software – Электрон. дан. – 2018 – Режим доступа: https://software.intel.com/ru-ru/blogs/2011/11/21/openmp-c, свободный.

9. Годунов С.К., Рябенький В.С.. Разностные схемы (введение в теорию) / С.К. Годунов, В.С. Рябенький // Изв. "Наука", - М., 1977. – С. 427.

10. Дьяконов В.П. MATLAB. Полный самоучитель. / В.П. Дьяконов// – М.: ДМК Пресс, 2012. – 768 с.: ил.

11. Комарова, М.С. Моделирование, анализ и синтез управляемых комбинированных динамических систем: дис. канд. физ.-мат. наук: 05.13.18: защищена 27.12.2012: утв. 30.09.2013 / Комарова Мария Сергеевна; науч. рук. Д.К. Андрейченко; Министерство образования и науки РФ, Сарат. гос. техн. университет. Саратов, 2012, 167 с.

12. Комарова М.С. Параметрический синтез систем стабилизации// Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия Математика. Механика. Информатика. 2012. Т. 12. №2. С. 82-90.

13. Литвинов Н.Д. Формирование математических моделей космического аппарата с учетом процесса деформации его конструкции / Н.Д. Литвинов// Изв. РАН. Теория и системы управления. 2002, - № 6. - С. 158-174.

14. Параллельное программирование на OpenMP [Электронный ресурс]/ ccfit.nsu – Электрон. дан. – 2018 – Режим доступа: http://ccfit.nsu.ru/arom/data/openmp.pdf, свободный.

15. Пономарева В.М., Литвинова А.П. Основы автоматического регулирования и управления: учебное пособие / В. М. Пономарева, А. П. Литвинова – «Высшая школа», 1974 - 439 с.

16. Прикладная и инженерная математика [Электронный ресурс]/ simumath – Электрон. дан. – 2018 – Режим доступа: http://www.simumath.net/library/book.html?code=Num_Integr_introduction, свободный.

17. Проекционные методы [Электронный ресурс]/ ИВТ – Электрон. дан. – 2018 – Режим доступа: http://w.ict.nsc.ru/books/textbooks/akhmerov/nm-ode_unicode/2-4.html, свободный.

18. Лупин С.А., Посыпкин М.А. Технологии параллельного программирования. М.: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М, 2011. - 208 с.

19. Научная библиотека [Электронный ресурс] / – Электрон. дан. – 2018 – Режим доступа: http://stu.scask.ru/book_oau.php?id=43, свободный.

20. Рутковский В.Ю., Суханов В.М. Управление угловым движением деформируемого спутника с распределенными массами / В.Ю. Рутковский, В.М. Суханов / Космические исследования. 1970. Т. 8. Вып. 1.С. 71-79.

21. Флетчер К. Численные методы на основе метода Галеркина. М.: Мир, 1988. 352 с.

22. Численное интегрирование [Электронный ресурс]/ математический справочник – Электрон. дан. – 2018 – Режим доступа: http://dict.sernam.ru/index.php?id=1879, свободный.

23. Шклярчук Ф.Н. Нелинейные и линеаризованные уравнения движения упругих космических конструкций / Ф.Н. Шклярчук// Изв. РАН. Механика твердого тела. 1996, - № 1. - С. 161-175.

24. Build MEX functions from C++ or Fortran source code [Электронный ресурс] / MathWorks. – Электрон. дан. – 2018 – Режим доступа: https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/mex.html, свободный.

25. StudFiles [Электронный ресурс] / StudFiles – Электрон. дан. – 2018 – Режим доступа: https://studfiles.net/preview/6226565/page:20/, свободный.

26. Using C/C++ and Fortran together [Электронный ресурс] / yolinux – Электрон. дан. – 2018 – Режим доступа: http://www.yolinux.com/TUTORIALS/LinuxTutorialMixingFortranAndC.html, свободный.

Using MATLAB with C and C++. [Электронный ресурс] / MathWorks. – Электрон. дан. – 2018 – Режим доступа: https://www.mathworks.com/solutions/matlab-and-c.html, свободный.