

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математического обеспечения
вычислительных комплексов и систем

Многоуровневые алгоритмы разбиения графов в пакете METIS

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 4 курса 441 группы
направления 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование
информационных систем»
факультета компьютерных наук и информационных технологий
Гараничевой Анны Александровны

Научный руководитель:
д-р физ.-мат. наук, канд. тех.
наук, проф. по кафедре МКиКН

Д. К. Андрейченко

Зав. кафедрой:
д-р физ.-мат. наук, канд. тех.
наук, проф. по кафедре МКиКН

Д. К. Андрейченко

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. Задача разбиения графа возникает во многих ситуациях. Например, при проектировании сложных электронных схем. Когда схема содержит достаточно большое количество элементов, она просто физически не помещается на печатную плату какого-либо разумного размера. Поэтому разработчикам приходится разбивать её на несколько частей, реализуя эти части на разных платах и соединяя их затем проводами. В данном случае алгоритмы разбиения графов могут помочь минимизировать количество соединительных проводов. Среди прочих примеров применения алгоритмов разбиения графов – разработка СБИС, параллельное решение системы линейных уравнений с разреженной матрицей и так далее. Так же такая задача может возникать при раскраске графа и при работе с большими географическими системами.

Существует много эвристик и алгоритмов разбиения графа, но наиболее качественно и быстро с этой задачей справляются многоуровневые алгоритмы разбиения, которые реализованы в пакете METIS.

Вышесказанное определило *цель бакалаврской работы*: изучить пакет METIS изнутри.

Поставленная цель определила следующие *задачи*:

1. Изучение многоуровневого алгоритма рекурсивной бисекции графа.
2. Изучение многоуровневого алгоритма k -частного разбиения графа.
3. Изучение алгоритмов, применяемых на каждом этапе разбиения графов (схемы нахождения максимальных паросочетаний, методы предварительного разбиения и алгоритмы уточнения).
4. Изучение пакета METIS.
5. Сравнение по скорости и качеству многоуровневых алгоритмов рекурсивной бисекции и k -частного разбиения графа.

Методологические основы сравнения алгоритмов многоуровневого разбиения представлены в работах Дж. Кариписа и В. Кумара [4, 5, 8, 13].

Теоретическая значимость бакалаврской работы заключается в том, что в ней представлены алгоритмы, которые являются наиболее качественными и быстрыми среди всех алгоритмов разбиения графов, но несмотря на это существует мало источников, где они описаны.

Практическая значимость бакалаврской работы. В ходе выполнения практической части бакалаврской работы был полностью изучен пакет METIS, исправлен один из файлов пакета так, чтобы работы с ним была возможна, а также продемонстрировано сравнение двух алгоритмов многоуровневого разбиения графов. Данные навыки могут быть использованы для разбиения структур, которые можно представить в виде графа или сетки.

Структура и объём работы. Бакалаврская работа состоит из введения, определений, трёх разделов, заключения, списка использованных источников и одного приложения. Общий объём работы – 44 страницы, из них 33 страницы – основное содержание, включая 5 рисунков и 3 таблицы, цифровой носитель в качестве приложения, список использованных источников информации – 21 наименование.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Первый раздел «Проблема разбиения графов» посвящен знакомству с уже существующими алгоритмами разбиения графов, историей развития алгоритмов для решения задачи разбиения графов. Так же в этой главе происходит постановка задачи разбиения графов. Раздел содержит два подраздела.

В подразделе «Общие сведения» рассказывается об истории разработки многоуровневых алгоритмов разбиения графов, перечисляются ученые, которые работали над этой проблемой. Так же в этом разделе приведены ссылки на ранние исследования [1, 2, 3].

В подразделе «Постановка задачи разбиения графа» будет описана проблема разбиения графа и будут поставлены условия его разбиения. Так же будут описаны некоторые важные понятия разбиения графов.

Второй раздел «Многоуровневая схема разбиения графов» посвящен изложению алгоритмов многоуровневого разбиения графов, а так же алгоритмов, задействованных на каждом этапе, разбиения и их альтернатив. Этот раздел содержит шесть подразделов.

Первый подраздел «Многоуровневая парадигма» описывает в общем этапы разбиения и рассказывает об отличии многоуровневого алгоритма рекурсивной бисекции (MLRB) и многоуровневого алгоритма k -частного разбиения (MLKW). В нём так же содержатся две картинки, иллюстрирующие многоуровневые алгоритмы разбиения.

Второй подраздел «Фаза сжатия» подробно рассказывает про первую фазу разбиения графов в многоуровневых алгоритмах разбиения графов и рассказывает про разные алгоритмы сжатия.

Сжатие графов основано на идее о нахождении максимального паросочетания. Этот подраздел содержит шесть пунктов, в которых рассказывается о разных алгоритмах нахождения максимального паросочетания:

1. Случайное паросочетание (RM).

2. Паросочетание из тяжелых ребер (HEM).
3. Сортированное паросочетание из тяжелых ребер (SHEM).
4. Модифицированное паросочетание из тяжелых ребер (HEM*).
5. Паросочетание из легких ребер (LEM).
6. Паросочетание из тяжелых клик (HCM).

В третьем подразделе «Фаза разбиения» описаны два разных подхода к получению предварительного разбиения и более подробно рассмотрена идея этой фазы.

В четвертом подразделе «Фаза восстановления» рассмотрено три подхода к уточнению предварительного разбиения, которые основаны на алгоритме Кернигана-Лина. Все эти способы уточнения содержит в себе концепцию локальных минимумов, окрестности вершины и внутренней степени.

Так как для каждой фазы разбиения описан не один алгоритм, с помощью которого можно получить желаемый результат, в подразделе «Алгоритмы, применяемые на каждой фазе разбиения» рассказывается, какие именно алгоритмы используются Дж. Кариписом и В. Кумаром в их многоуровневых алгоритмах. Предпочтения алгоритмам отдается не столько в зависимости от времени выполнения (в целом оно одинаковое), сколько качеству разбиения. Потому как для первой фазы – фазы сжатия – было описано шесть алгоритмов с той целью, чтобы выбрать такой алгоритм, который поглотит граф к предварительному разбиению наилучшим образом, ведь от этой, первой, фазы, будет зависеть в наибольшей степени качество разбиения и даже его скорость.

В подразделе «Вычислительная сложность алгоритмов» рассчитана общая вычислительная сложность алгоритмов MLRB и MLKB.

В третьем разделе «Практическое использование многоуровневых алгоритмов в пакете METIS» рассказывается про особенности пакета METIS, его структуру, сложности, возникшие в процессе его сборки для Visual Studio 15, показано сравнения многоуровневых алгоритмов разбиения графов, которые входят в пакет. Раздел содержит пять подразделов.

В первом разделе пакет METIS даны общие сведения о пакете, его создателях.

Второй раздел «Сборка пакета METIS» содержит информацию о том, как был собран пакет и рассказывает о том, с какими трудностями пришлось столкнуться на этом этапе и как они были решены.

В третьем разделе «API пакета METIS» описаны функции, которые вызываются при разбиении графа, сетки, для преобразования сетки в граф и несколько вспомогательных функций, а так же описаны параметры этих функций.

Подраздел «Автономные программы» описывает 5 автономных программ в пакете METIS, которые вызывается через консоль. В это подразделе так же представлены параметры программ и их вариации.

В пятом подразделе «Использование пакета METIS и сравнение результатов разбиения графов» представлены результаты разбиения трёх графов от малого к большому. Все графы разбиты с использованием разных алгоритмов фаз. Произведено сравнение и пояснение результатов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Алгоритмы многоуровневого разбиения дают отличные результаты по времени и качеству разбиения для нерегулярных графов. В практической части можно было видеть, как многоуровневый алгоритм k -частного разбиения справляется с задачей разбиения графа из 258569 вершин менее чем за 6 секунд. Результат в 8,5 секунд показал алгоритм многоуровневой рекурсивной бисекции. Каждый из этих алгоритмов работает очень быстро, особенно по сравнению с аналогами.

Стоит обратить внимание и на качество разбиения. Алгоритм не только разбивает графы на примерно равные части, но и проделывает достаточно серьезную работу для сокращения множества ребер-разделителей, что так же является важным, например, для больших микросхем.

В результате выполнения выпускной квалификационной работы были реализованы все изначально поставленные цели и задачи: изучены многоуровневые алгоритмы в пакете METIS, подробно изучена структура пакета METIS, проведен сравнительный анализ алгоритмов разбиения с разными параметрами и изучены возможные варианты схем выполнения каждой из фаз многоуровневого разбиения.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Hendrickson B., Leland R. A Multilevel Algorithm for Partitioning Graphs// Sandia National Laboratories – Albuquerque, NM, 1993.
2. Hauck S., Borriello G. An evaluation of bipartitioning technique// Conference on Advanced Research in VLSI, IEEE Computer Society, San Diego, CA, 1995.
3. Cong J., Smith M. L. A parallel bottom–up clustering algorithm with applications to circuit partitioning in VLSI design// ACM/IEEE Design Automation Conference, Dallas, TX, 1993. – с. 755–760.
4. Karypis G., Kumar V. Multilevel k–way partitioning scheme for irregular graphs [Электронный ресурс]– J. Parallel Distrib. Comput., 1998. – с. 96–129 URL: <http://glaros.dtc.umn.edu/gkhome/node/81> (дата обращения: 26.03.2018).
5. Karypis G., Kumar V. A fast and highly quality multilevel scheme for partitioning irregular graphs [Электронный источник]– SIAM J. Scientific Computing, 1995. URL: <http://glaros.dtc.umn.edu/gkhome/node/107> (дата обращения: 26.03.2018).
6. Simon H. D., Teng S.–H., “How Good is Recursive Bisection?": NAS Systems Division – Moffet Field, CA, 1993.
7. Bui T., Jones C. A heuristic for reducing fill in sparse matrix factorization // 6th SIAM Conference Parallel Processing for Scientific Computing, 1993. – с. 445–452.
8. Karypis G., Kumar V. Analysis of Multilevel Graph Partitioning/ G. Karypis, V. Kumar. – Minnesota, 1995. – (Информ. листок о науч.–техн. достижении / Department of Computer Science, University of Minnesota; TR 95–037).
9. Garbers J., Promel H. J., Steger A. Finding clusters in VLSI circuits // IEEE International Conference on Computer Aided Design, 1990. – с. 520–523.
10. Kernighan B. W., Lin S. An efficient heuristic procedure for partitioning graphs: Bell System Technologies, 1970.

11. Barnard S. T., Simon H. D. A fast multilevel implementation of recursive spectral bisection for partitioning unstructured problems // Sixth SIAM Conference on Parallel Processing for Scientific Computing, 1993. – c. 711–718.
12. Fiduccia C. M., Mattheyses R. M. A linear time heuristic for improving network partitions // 19th IEEE Design Automation Conference, 1982. – c. 175–181.
13. Karypis G., Kumar V. METIS: A Software Package for Partitioning Unstructured Graphs, Partitioning Meshes, and Computing Fill-Reducing Orderings of Sparse Matrices Version 5.1.0: Department of Computer Science and Engineering University of Minnesota Minneapolis, MN, 2013.
14. LaSalle D., Karypis G. Multi-Threaded Graph Partitioning // 27th IEEE International Parallel & Distributed Processing Symposium, 2013.
15. Parlett B. N. The Symmetric Eigenvalue Problem // Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1980.
16. Cheng C.-K., Wei Y.-C. A. An improved two-way partitioning algorithm with stable performance // IEEE Trans. Comput. Aided Design, 1991 – c. 1502–1511.
17. Garbers J., Promel H. J., Steger A. Finding clusters in VLSI circuits // IEEE International Conference on Computer Aided Design, 1990. – c. 520–523.
18. Hagen L., Kahng A. Fast spectral methods for ratio cut partitioning and clustering, // IEEE International Conference on Computer Aided Design, 1991. – c. 10–13.
19. Hagen L., Kahng A. A new approach to effective circuit clustering // IEEE International Conference on Computer Aided Design, 1992. – c. 422–427.
20. Li X., Zaiane O. R., Li Zh. Advanced Data Mining and Applications [Электронный ресурс] // Second International Conference, 2006. URL: https://books.google.ru/books?id=jausP_1AGU8C&pg=PA495&lpg=PA495&dq=sorted+heavy+edge+matching&source=bl&ots=X4Xk8UJmM2&sig=fj-xtVqJujYktE83o1Pbzo6ws5A&hl=ru&sa=X&ved=0ahUKEwjRx_um-ajbAhXkF5oKHZeZDCEQ6AEIKDAA#v=onepage&q=sorted%20heavy%20edge%20matching&f=false (дата обращения 10.05.2018).

21. Goehring T., Saad Y., Heuristic Algorithms for Automatic Graph Partitioning/ Goehring T., Saad Y – Minneapolis, 1994. – (Информ. листок о науч.–техн. достижениях / Department of Computer Science, University of Minnesota).