

Министерство образования и науки Российской Федерации  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра нелинейной физики

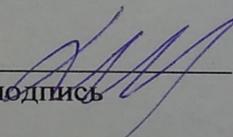
Расчет дисперсионных характеристик латерально-ограниченных  
нерегулярных магнитных волноводов.

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студента 4 курса 411 группы  
Направления 03.03.01 «Прикладные математика и физика»  
Факультета нелинейных процессов  
Степина Игоря Алексеевича

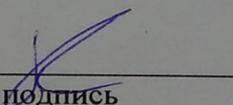
Научный руководитель

Ассистент кафедры  
нелинейной физики  
должность, уч. степень, уч. звание

\_\_\_\_\_  
дата, подпись 

Д.В. Романенко  
инициалы, фамилия

Заведующий кафедрой  
к.ф.-м.н., доцент  
должность, уч. степень, уч. звание

\_\_\_\_\_  
дата, подпись 

Е.Н. Бегинин  
инициалы, фамилия

Саратов 2018 год

## Введение

На протяжении последних десятилетий сложился и сохраняется устойчивый интерес к исследованиям спиновых волн (СВ) в слоистых структурах на основе магнитоупорядоченных кристаллов. Это обусловлено, с одной стороны, перспективой практического использования СВ в различных устройствах твердотельной СВЧ-электроники, а с другой - уникальной совокупностью свойств СВ, приводящей к большому разнообразию физических эффектов, наблюдающихся при возбуждении, распространении и взаимодействии волн.

В 70-х годах была проведена теоретическая работа, в которой было показано, что если рассматривать волновод конечной ширины, то у него сдвигаются частоты отсечки, по сравнению с безграничным волноводом и было показано, что при увеличении ширины у него все частоты едут вверх.

(изогнутый волновод)

В настоящее время исследуются волноводы, имеющие достаточно сложную форму конфигурацию и аналитически для них дисперсионное соотношение получить очень трудоёмко. Поэтому возникает вопрос: как их смоделировать?

**Глава 1. Преобразованию Фурье.** Непрерывным преобразованием Фурье или просто преобразованием Фурье будем называть интегральное преобразование, которое определено следующим образом

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{i\omega t} dt$$

Иногда это определение заменяют на определение

$$F(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{i2\pi\nu t} dt$$

Если  $t$  - это время, то  $\nu$  - это линейная частота (герц), а  $\omega$  - круговая частота (радиан в секунду). Свойства преобразования Фурье хорошо известны и описаны во многих учебниках и учебных пособиях [1]. На этом

останавливаться не будем, а по мере надобности будем вспоминать те или иные свойства этого преобразования.

Если непрерывная функция  $f(t)$  определена на интервале  $[0, T]$ , то ее дискретным аналогом будем называть вектор  $f_n = f(t_n)$ ,  $n = 1, \dots, N$ . Чаще всего, особенно при численном определении преобразования Фурье, последовательность  $t_n$  является эквидистантной, т.е.  $t_n = (n - 1)\Delta t$ , а  $\Delta t = \frac{T}{N-1}$ . Мы имеем два вектора - вектор дискретного времени и вектор значений функции в этих точках.

Попробуем выяснить, какой частоте соответствует каждая точка в полученном векторе – дискретном Фурье-образе, и почему этот рисунок так странно выглядит. Если предположить, что частота как-то пропорциональна порядковому номеру элементов вектора Фурье-образа, то значимое отличие от нуля Фурье-образа достаточно гладкой функции при малых и больших частотах вызывает недоумение.

Для того, чтобы понять как распределяются частоты, мы должны ввести частоту  $\nu_m = \frac{1}{2\Delta t}$  - критическая частота Найквиста. Максимальная частота в спектре сигнала, которая может быть представлена дискретным преобразованием Фурье, равна частоте Найквиста для данной дискретизации исходного сигнала или, более точно, частоты всех вычисленных гармоник лежат в диапазоне  $-\nu_m \leq \nu_n \leq \nu_m$ . Чтобы получить окончательно выражение для частоты  $n$ -й гармоники, необходимо учесть особенности алгоритма быстрого преобразования Фурье [1], которая приводит к смещению отрицательной части спектра вправо. Тогда частоты определяются следующим образом:

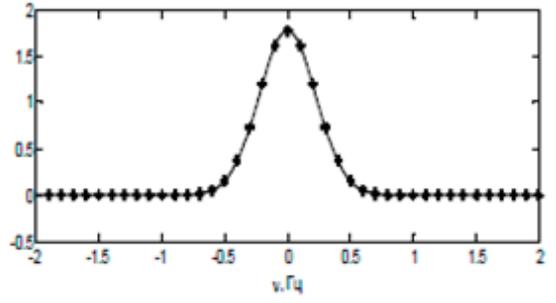
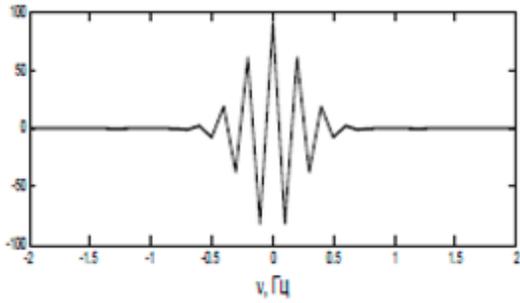
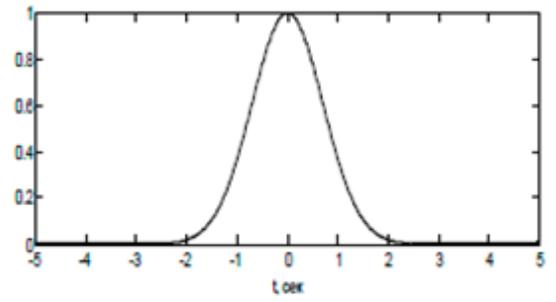
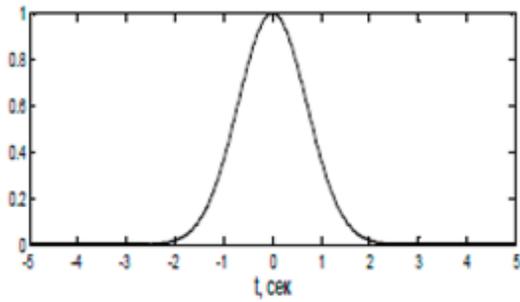
1. Первое значение в вычисляемом векторе Фурье-образа  $F_1$  соответствует частоте  $\nu_1 = 0$ .
2. Предположим, что число значений в векторе исходной функции  $N = 2^k$ . Такое соотношение рекомендуют все руководства по быстрому преобразованию Фурье, поскольку при этом скорость вычислений

максимальна. Что делать, если нет такого количества точек, мы обсудим далее.

3. Диапазон номеров от 2 до  $\frac{N}{2} + 1$  занимают положительные частоты, причем шаг по частоте  $\Delta\nu = \frac{\nu_m}{\frac{N}{2}-1} = \frac{1}{N\Delta t} = \frac{(N-1)\Delta}{NT}$ . Оставшиеся значения соответствуют отрицательным частотам, причем дискретное значение Фурье-образа для положительной и отрицательной частот Найквиста совпадают, то есть по точкам на временной оси мы получаем  $N + 1$  точку в частотной области.

Теперь мы можем объяснить странный вид Фурье-образа функции Гаусса, полученный в первой тестовой программе – это связано с необходимостью сдвига части спектра в область отрицательных частот. Следует заметить, что если вас интересует Фурье-образ при положительных частотах, то необходимо просто выделить из полученного вектора  $F_n$  первую половину плюс один элемент и это будет правильный Фурье-образ для частот от нуля до частоты Найквиста.

Теперь мы знаем, как строить спектр (Фурье-образ) функции, но полученный результат хотя и больше похож на ожидаемый результат, чем полученная ранее функция, состоящая из разных кусков, тем не менее, он противоречит известному факту – Фурье образ функции Гаусса является функцией Гаусса.



а)

б)

Рис. 1. Результат с учётом (а) сдвига спектра и правильного выбора частоты и (б) исправленной нормировки. [1]

В моей работе было использовано двумерное дискретное преобразование Фурье. Оно отличается от одномерного только тем, что преобразование идёт независимо по двум координатам.

## Глава 2. Практическая часть

В данной работе была рассмотрена модель магнитного волновода с тонкой ферромагнитной плёнкой (Рис. 2).

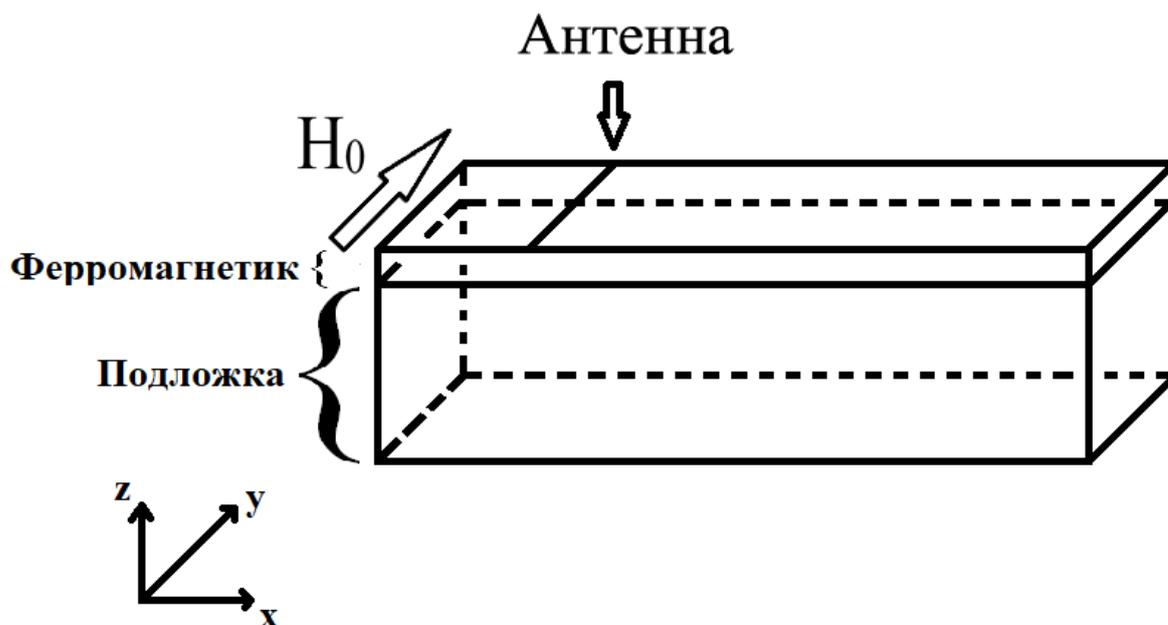


Рис. 2. Схема волновода.  $H_0$ - напряженность магнитного поля.

Рассчитываемый образец плёнки ЖИГа имеет следующие параметры: длина - 5 мм, ширина - 5000 мкм, толщина - 10 мкм, внешнее поле - 800 Э, направлено касательно по ширине волновода. С помощью программы *mitax*<sup>3</sup> был смоделирован магнитный волновод, возбуждаемый микрополосковой антенной в конфигурации Деймона-Эшбаха. Для исследования дисперсии возбуждаемых спиновых волн было применено двумерное дискретное преобразование Фурье для распределения высокочастотной намагниченности вдоль направления распространения волны. Далее, воспользовавшись преобразованием Фурье, строился спектр (Фурье-образ) функции высокочастотной намагниченности в зависимости от волнового числа.

Далее строился двумерный Фурье спектр (образ) этого импульса (рис. 3)

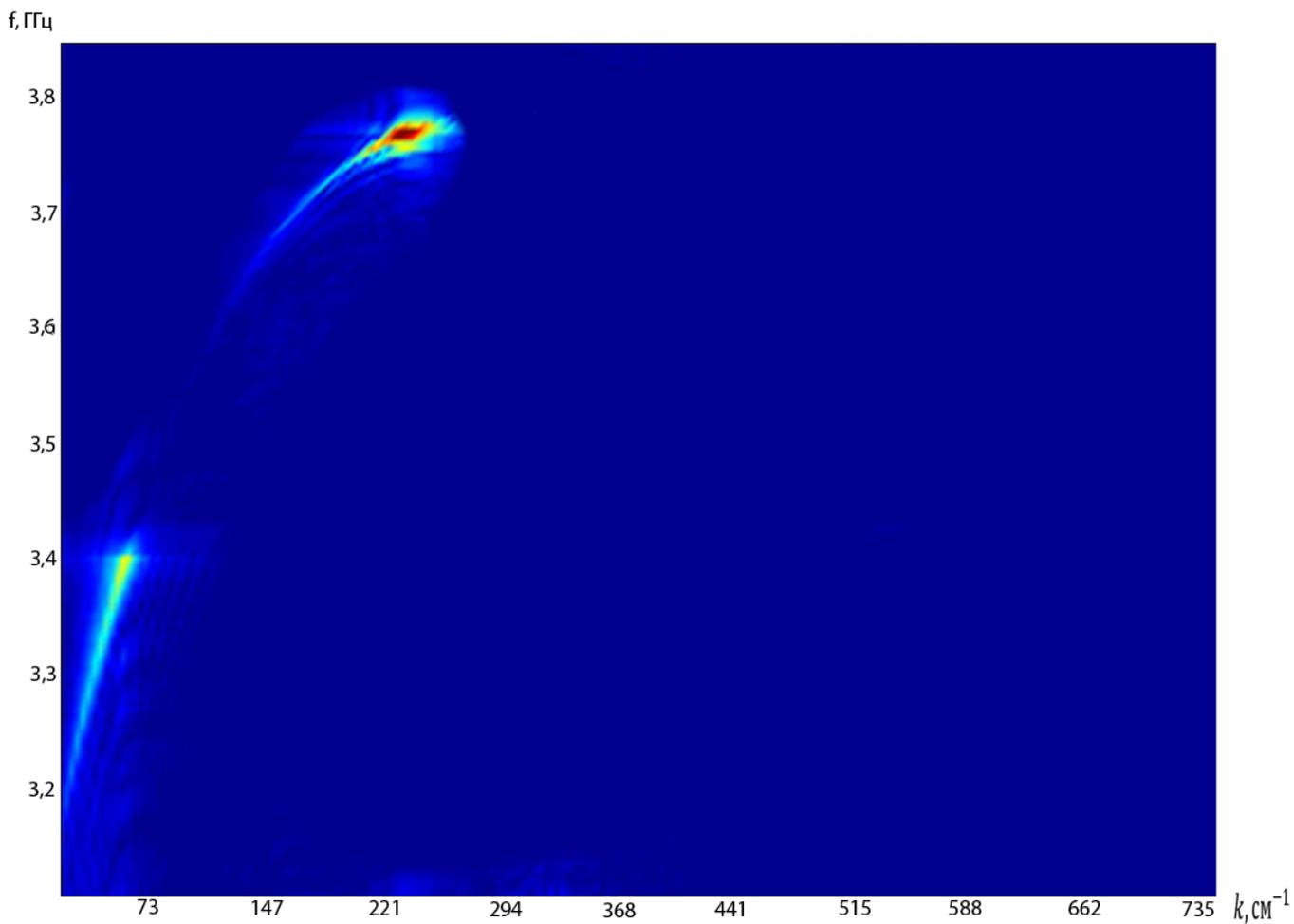


Рис. 3. График зависимости частоты —  $f$ , от волнового числа —  $k$ . Ширина волновода 5000 мкм.

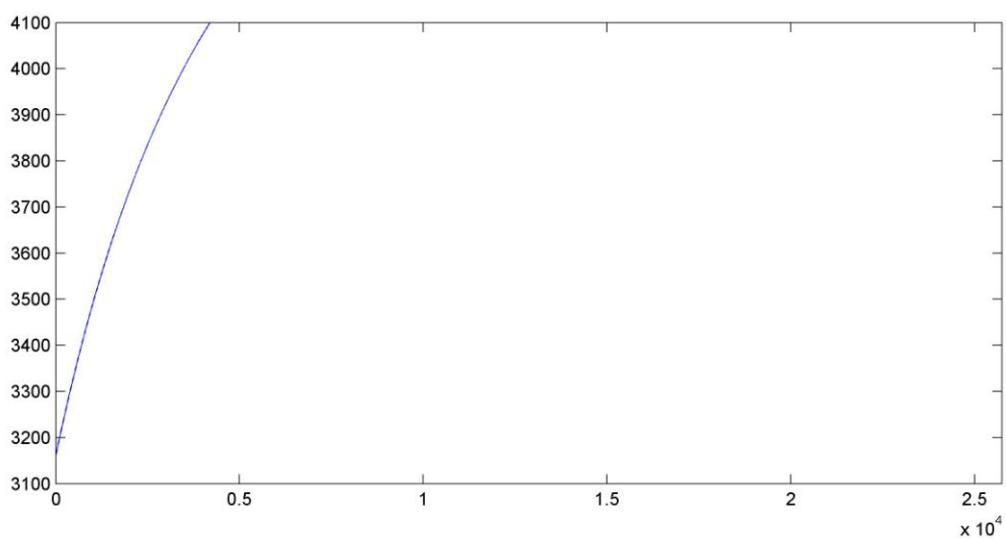


Рис. 4. Дисперсионная кривая для безграничного волновода, построенная по формуле Деймона-Эшбаха.

Далее была изменена ширина волновода с 5000 мкм до 2000 мкм.

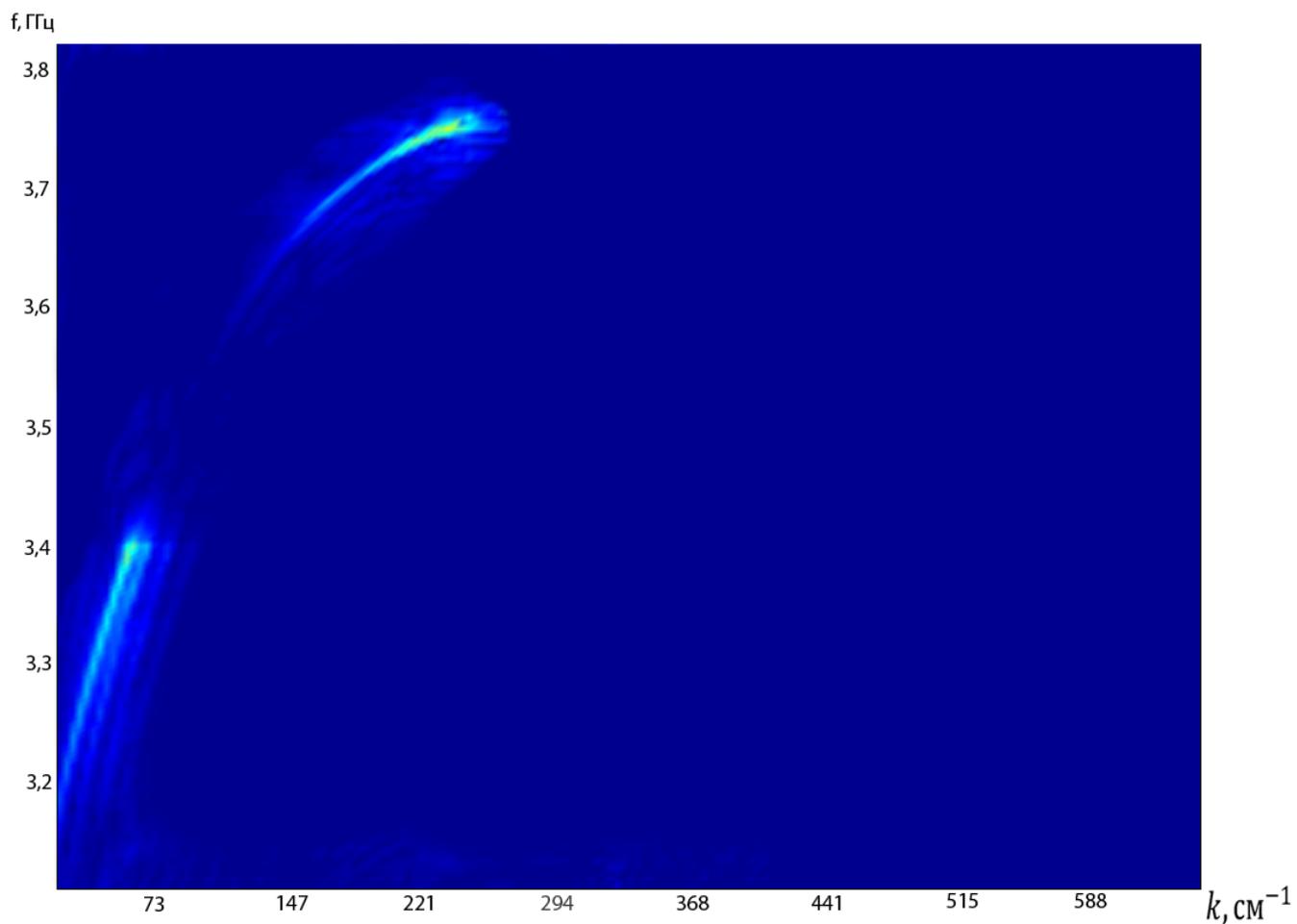


Рис. 5. График зависимости частоты —  $f$ , от волнового числа —  $k$ . Ширина волновода 2000 мкм.

Можно видеть, что частота отсечки сместилась с 3,77 ГГц до 3,75 ГГц.

Повторяем ту же процедуру и изменяем ширину волновода с 2000 мкм до 1000 мкм.

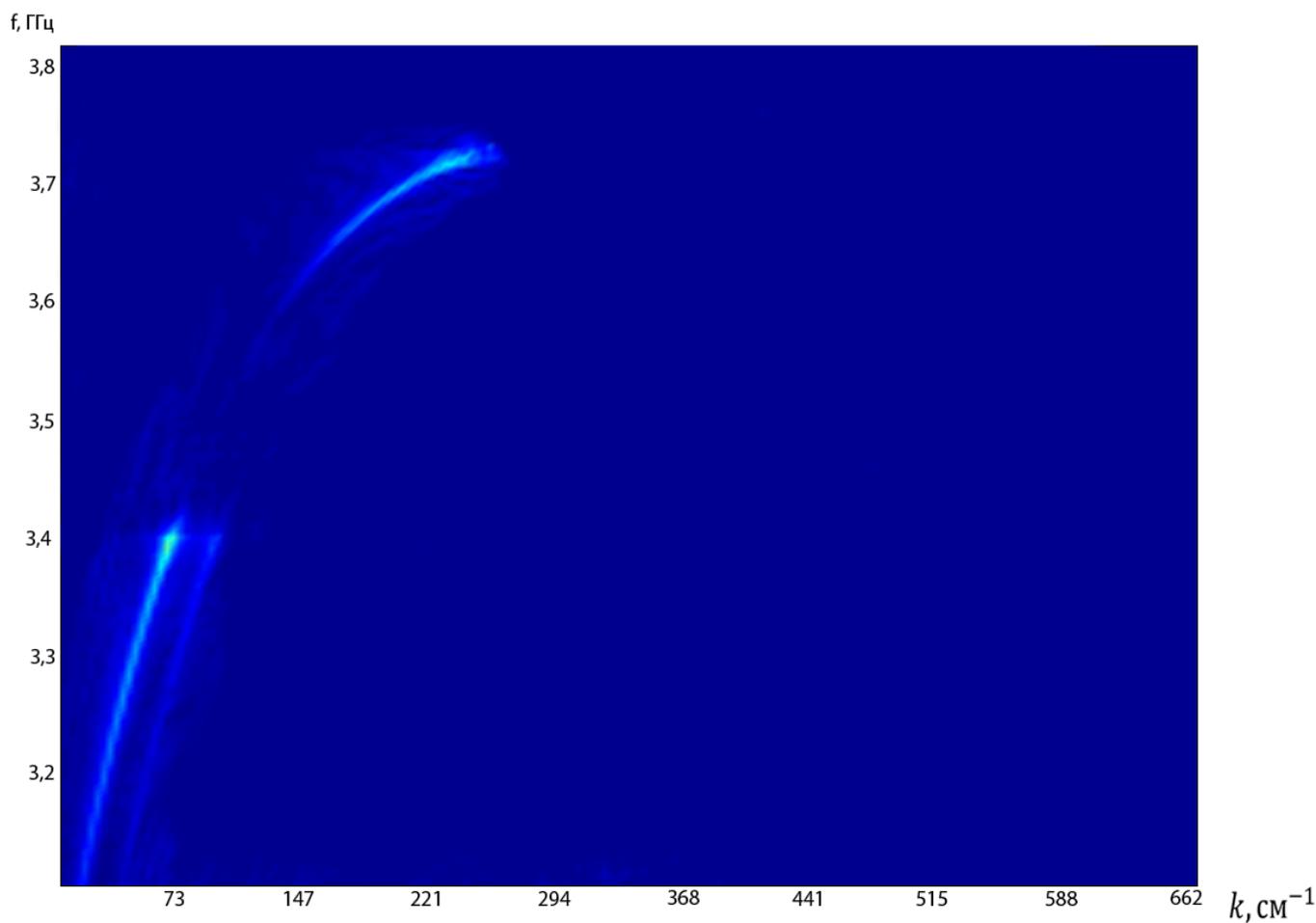


Рис. 6. График зависимости частоты —  $f$ , от волнового числа —  $k$ . Ширина волновода 1000 мкм.

Частота отсечки снова сместилась вверх с 3,75 ГГц до 3,72 ГГц.

И с 2000 мкм до 5000 мкм.

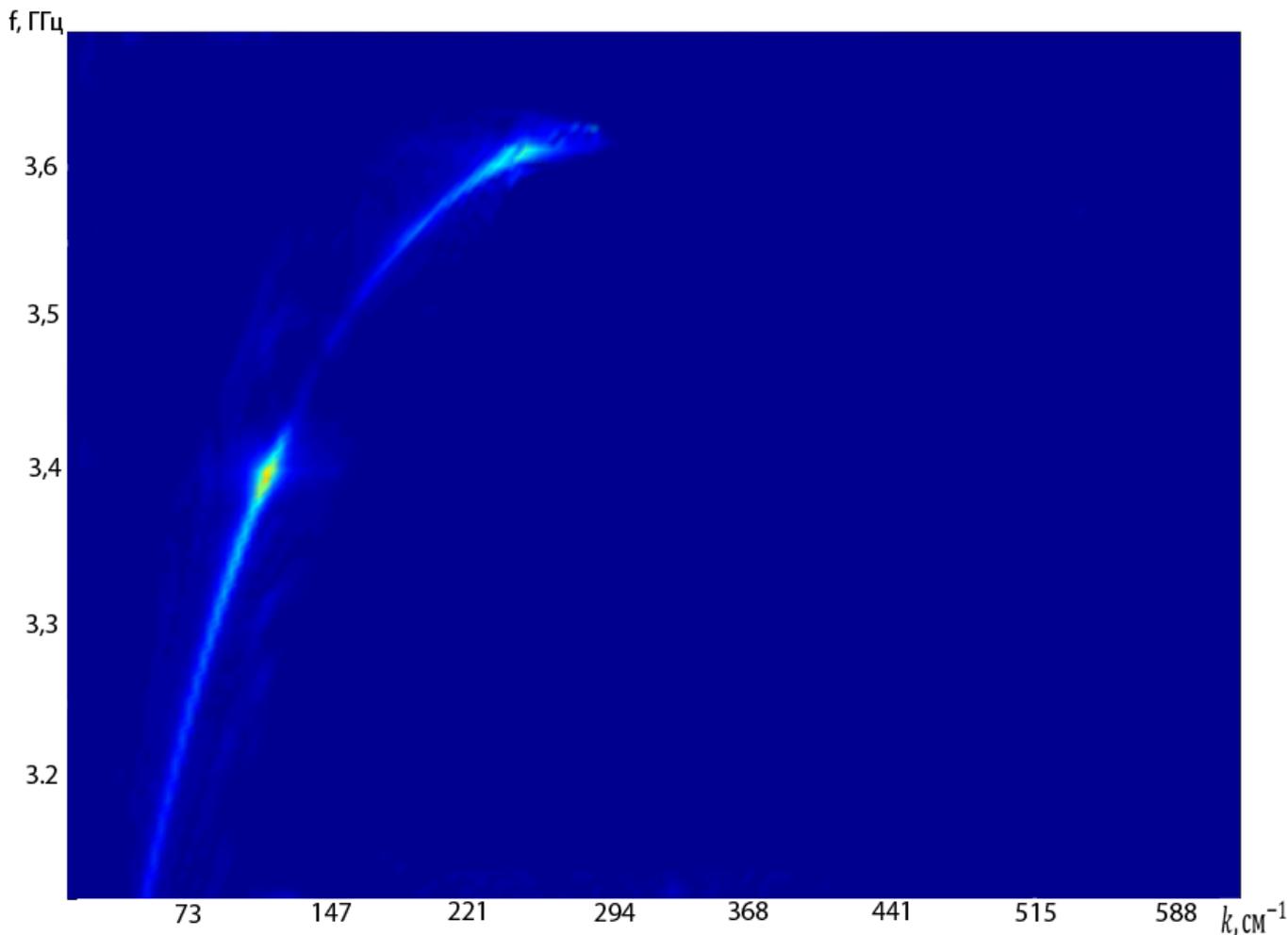


Рис. 7. График зависимости частоты —  $f$ , от волнового числа —  $k$ . Ширина волновода 500 мкм.

Частота отсечки сместилась вниз с 3,72 ГГц до 3,61 ГГц.

Из данных рисунков можно видеть, что с уменьшением ширины волновода частота смещается вниз.

### **Заключение**

Была реализована процедура распространения широкополосного импульса в волноводах конечной ширины, рассчитанная в программном пакете микроволнового моделирования.

Проведена процедура двойного дискретного преобразования Фурье и рассчитана дисперсия для волноводов конечной ширины.

Показано, что при уменьшении ширины волновода дисперсионные кривые смещаются вниз по частоте.

## **Список используемой литературы**

1. Б.А. Князев, В.С. Черкасский, Дискретное преобразование Фурье – как это делается.
2. А. В. Вашковский, В. С. Стальмахов, Ю. П. Шараевский  
Магнитоэлектронные волны в электронике сверхвысоких частот  
Саратов: Издательство Саратовского университета. 1993. 315с.
3. А. Г. Гуревич, Г. А. Мелков. Магнитные колебания и волны. - М.: Физматлит, 1994. -464 с.