

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

**Исследование динамики малоразмерных ансамблей осцилляторов с
удвоенным периодом колебаний**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 421 группы
направления 03.03.03 «Радиофизика»
физического факультета

Закондаева Юрия Александровича

Научный руководитель

доцент, к.ф.-м.н.

Слепнев А.В.

Зав. кафедрой

д.ф.-м.н., профессор

Анищенко В.С.

Саратов 2018

Введение.

Современные исследователи с пристальным вниманием относятся к такой фундаментальной проблеме естествознания, как хаотические процессы в детерминированных нелинейных диссипативных системах. Доказано, что в таких системах причина генерирования сложных колебательных процессов, которые могут не отличаться по физическим характеристикам от истинно случайных, кроется не в большом числе степеней свободы и не в наличии флуктуаций, как ранее полагалось, а в экспоненциальной неустойчивости режимов, порождающей чувствительную зависимость от точности задания начального состояния системы. Возможность подобных явлений прекрасно понимал и предвидел А. Пуанкаре. В неустойчивых системах - совершенно ничтожная причина, ускользающая от нас по своей малости, вызывает значительное действие, которое мы не можем предусмотреть. В 1908 году в книге "Наука и метод" Пуанкаре писал: "Предсказание становится невозможным, мы имеем перед собой явление случайное.". Развитие идей А. Пуанкаре в настоящее время привело к созданию фундамента хаотической динамики детерминированных систем. Как оказалось, необходимым условием возникновения хаоса в динамических системах является размерность фазового пространства $N \geq 3$, и возбуждение незатухающих хаотических пульсаций становится принципиально возможным в генераторах всего с полутора степенями свободы. В системах с одной степенью свободы, фазовым пространством которых служит двумерная плоскость, возможные динамические режимы исчерпываются состояниями равновесия и периодическими колебаниями (предельными циклами).

Цель работы.

Выявить особенности динамики цепочки связанных генераторов Анищенко – Астахова в режиме колебаний удвоенного периода при постепенном увеличении числа элементов, входящих в цепочку, и изменении структуры связи между ними.

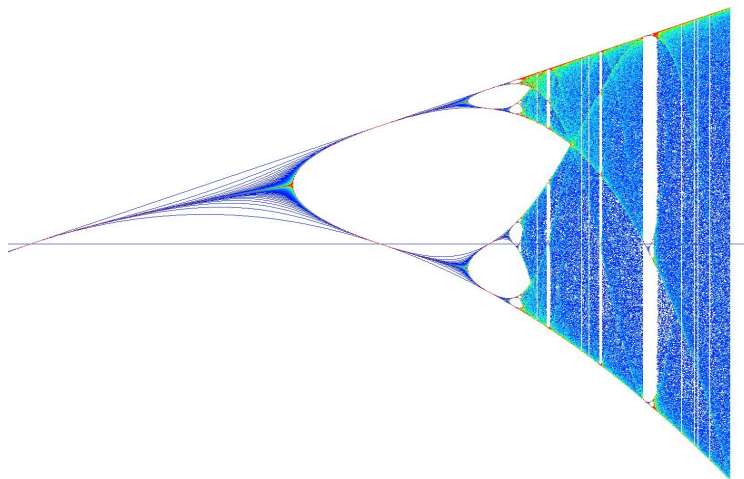
Методы исследования.

Для построения фазовых портретов, временных реализаций, амплитудных спектров использовалась программа XPP-AUT. Для построения графиков использовались такие приложения, как MS Excel, Graph.

Основная часть.

Общие сведения о генераторах с инерционной нелинейностью

Генератор с инерционной нелинейностью (ГИН) является одной из базовых моделей теории детерминированного хаоса. Под термином «генератор с инерционной нелинейностью» имеют в виду инерционную зависимость активных потерь энергии автоколебаний от переменных, совершающих



автоколебания. К генераторам с инерционной нелинейностью относится большое число автоколебательных систем различной физической природы. Непрерывную в пространстве автоколебательную среду в большинстве случаев можно представить, как множество элементов, каждый из которых сам является генератором. В качестве элемента ансамбля взят генератор Анищенко-Астахова, в котором при переходе к хаосу реализуется сценарий удвоения периода.

Количество генераторов в цепочке. Конфигурация связи. Варианты начальных координат.

Для любого количества генераторов в цепочке мы легко можем добиться режима, при котором все генераторы будут работать синхронно, то есть

добиться полной синхронизации системы, но такой режим особого интереса не представляет. Будем рассматривать случаи, когда часть элементов цепочки колеблются противофазно относительно оставшейся части ансамбля. Для этого будем использовать два набора начальных условий.

Варианты начальных условий для каждого из режимов будут обозначены как набор из цифр 1 и 2, в количестве, равном количеству генераторов. При этом колебания, развивающиеся из начальных условий 1 противофазны колебаниям, развивающимся из 2.

Также в экспериментах с ансамблями из 4 и более элементов используется понятие «Конфигурация связи». Оно означает, как именно связаны между собой элементы ансамбля. Описывать конфигурации связи будем по мере их возникновения.

В процессе последующих экспериментов изменялись:

1. Количество генераторов.
2. Конфигурации связи.
3. Варианты начальных параметров.
4. Параметры связи.

Параметр возбуждения m , а также параметр инерционности генератора g , оставались неизменными ($m=1.2$, $g=0.2$).

В связи с отсутствием интереса к режиму полной синхронизации, перед началом каждого из экспериментов, с точностью до 10^{-3} , были определены значения *порогового параметра связи*. Выше порогового значения система переходит к режиму полной синхронизации. Во всех случаях рассматривается диффузионная двунаправленная связь.

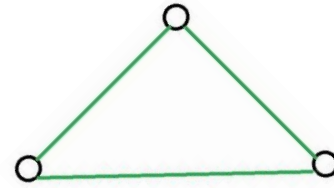
Система уравнений для ансамбля из 2 и 3 генераторов.

В случае с двумя и тремя генераторами мы можем рассмотреть только одну конфигурацию связи, при которой первый генератор связан со вторым и наоборот. Подробнее о конфигурации связи будут разобраны, когда в ансамбле из 4 генераторов возникнет необходимость в использовании другой конфигурации. Система уравнений (рис.1) примет вид (рис.3,4).

Блок уравнений первого, второго генератора для 2. Первого, второго, третьего для 3 генераторов.

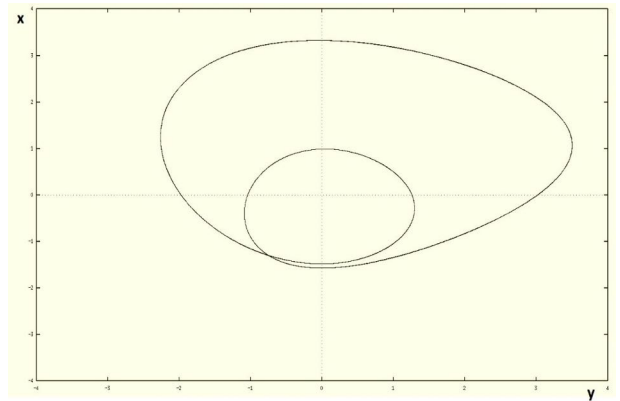
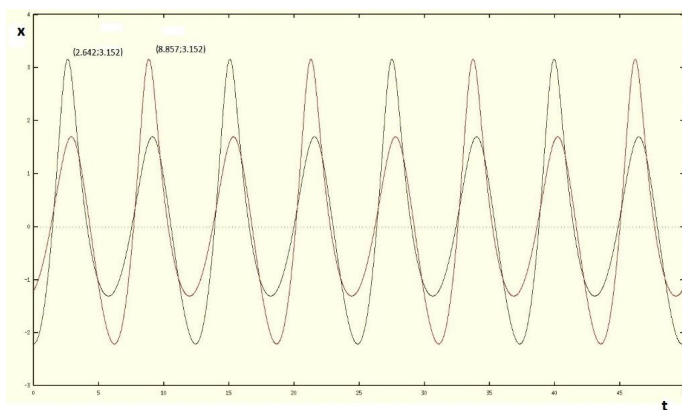


$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= mx_1 + y_1 - x_1 z_1 + \sigma(x_2 - x_1) \\ \dot{y}_1 &= -x_1 + \sigma(y_2 - y_1) \\ \dot{z}_1 &= -gz_1 + \frac{g}{2}x_1(x_1 + |x_1|) \\ \dot{x}_2 &= mx_2 + y_2 - x_2 z_2 + \sigma(x_1 - x_2) \\ \dot{y}_2 &= -x_2 + \sigma(y_1 - y_2) \\ \dot{z}_2 &= -gz_2 + \frac{g}{2}x_2(x_2 + |x_2|)\end{aligned}$$



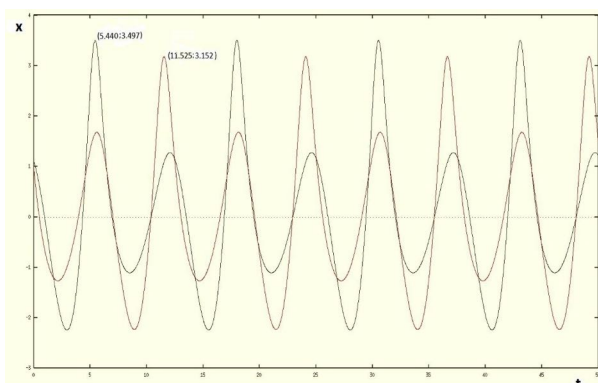
$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= mx_1 + y_1 - x_1 z_1 + \frac{\sigma}{2}(x_2 + x_3 - 2x_1) \\ \dot{y}_1 &= -x_1 + \frac{\sigma}{2}(y_2 + y_3 - 2y_1) \\ \dot{z}_1 &= -gz_1 + \frac{g}{2}x_1(x_1 + |x_1|) \\ \dot{x}_2 &= mx_2 + y_2 - x_2 z_2 + \frac{\sigma}{2}(x_1 + x_3 - 2x_2) \\ \dot{y}_2 &= -x_2 + \frac{\sigma}{2}(y_1 + y_3 - 2y_2) \\ \dot{z}_2 &= -gz_2 + \frac{g}{2}x_2(x_2 + |x_2|) \\ \dot{x}_3 &= mx_3 + y_3 - x_3 z_3 + \frac{\sigma}{2}(x_1 + x_2 - 2x_3) \\ \dot{y}_3 &= -x_3 + \frac{\sigma}{2}(y_1 + y_2 - 2y_3) \\ \dot{z}_3 &= -gz_3 + \frac{g}{2}x_3(x_3 + |x_3|)\end{aligned}$$

Временная реализация и фазовый портрет для ансамбля из 2 и 3 генераторов.

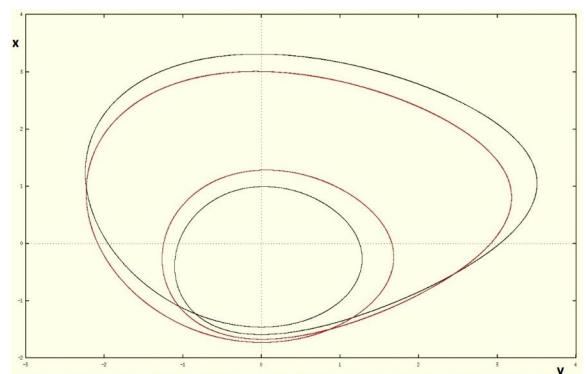


В ансамбле из двух генераторов колебания генераторов противофазны и идентичны. Как уже было сказано, режима противофазных колебаний можно добиться, используя разные начальные условия для разных генераторов.

Режим 12.

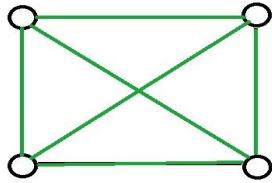


5



В ансамбле из трёх генераторов колебания двух генераторов синфазны и идентичны, а третий генератор колеблется противофазно относительно двух других и с меньшей амплитудой. Режим 122.

Конфигурация связи на примере 4 генераторов.



$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= mx_1 + y_1 - x_1 z_1 + \frac{\sigma}{3}(x_2 + x_3 + x_4 - 3x_1) \\ \dot{y}_1 &= -x_1 + \frac{\sigma}{3}(y_2 + y_3 + y_4 - 3y_1) \\ \dot{z}_1 &= -gz_1 + \frac{g}{2}x_1(x_1 + |x_1|) \\ \dot{x}_2 &= mx_2 + y_2 - x_2 z_2 + \frac{\sigma}{3}(x_1 + x_3 + x_4 - 3x_2) \\ \dot{y}_2 &= -x_2 + \frac{\sigma}{3}(y_1 + y_3 + y_4 - 3y_2) \\ \dot{z}_2 &= -gz_2 + \frac{g}{2}x_2(x_2 + |x_2|) \\ \dot{x}_3 &= mx_3 + y_3 - x_3 z_3 + \frac{\sigma}{3}(x_1 + x_2 + x_4 - 3x_3) \\ \dot{y}_3 &= -x_3 + \frac{\sigma}{3}(y_1 + y_2 + y_4 - 3y_3) \\ \dot{z}_3 &= -gz_3 + \frac{g}{2}x_3(x_3 + |x_3|) \\ \dot{x}_4 &= mx_4 + y_4 - x_4 z_4 + \frac{\sigma}{3}(x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4) \\ \dot{y}_4 &= -x_4 + \frac{\sigma}{3}(y_1 + y_2 + y_3 - 4y_4) \\ \dot{z}_4 &= -gz_4 + \frac{g}{2}x_4(x_4 + |x_4|)\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= mx_1 + y_1 - x_1 z_1 + \frac{\sigma}{2}(x_2 + x_4 - 2x_1) \\ \dot{y}_1 &= -x_1 + \frac{\sigma}{2}(y_2 + y_4 - 2y_1) \\ \dot{z}_1 &= -gz_1 + \frac{g}{2}x_1(x_1 + |x_1|) \\ \dot{x}_2 &= mx_2 + y_2 - x_2 z_2 + \frac{\sigma}{2}(x_1 + x_3 - 2x_2) \\ \dot{y}_2 &= -x_2 + \frac{\sigma}{2}(y_1 + y_3 - 2y_2) \\ \dot{z}_2 &= -gz_2 + \frac{g}{2}x_2(x_2 + |x_2|) \\ \dot{x}_3 &= mx_3 + y_3 - x_3 z_3 + \frac{\sigma}{2}(x_2 + x_4 - 2x_3) \\ \dot{y}_3 &= -x_3 + \frac{\sigma}{2}(y_2 + y_4 - 2y_3) \\ \dot{z}_3 &= -gz_3 + \frac{g}{2}x_3(x_3 + |x_3|) \\ \dot{x}_4 &= mx_4 + y_4 - x_4 z_4 + \frac{\sigma}{2}(x_1 + x_3 - 2x_4) \\ \dot{y}_4 &= -x_4 + \frac{\sigma}{2}(y_1 + y_3 - 2y_4) \\ \dot{z}_4 &= -gz_4 + \frac{g}{2}x_4(x_4 + |x_4|)\end{aligned}$$

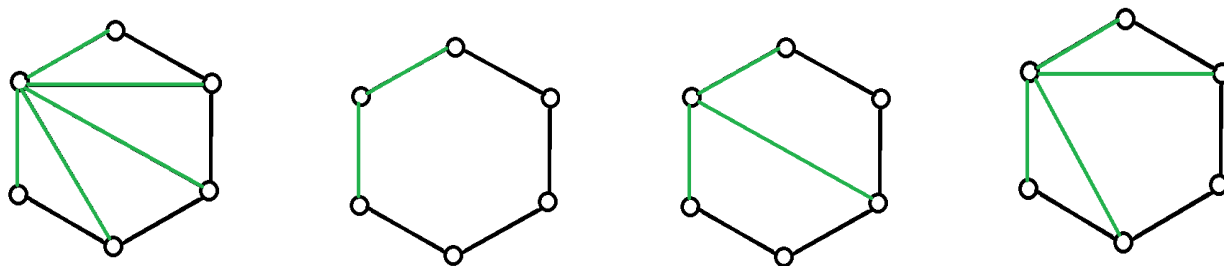
Слева представлена конфигурация, которая уже встречалась в ансамблях из 2 и 3 генераторов, связь всех генераторов со всеми, глобальная связь.

При использовании 4 генераторов появляется новая конфигурация связи, представленная справа. Локальная связь.

В случае первой связи было найдено два режима. Во второй – три. Почему для разных конфигураций связи реализуется разное количество режимов, разберу позже.

Ансамбль из пяти генераторов в плане конфигурации связи и вариантов начальных координат оказался идентичен цепочке из четырёх генераторов.

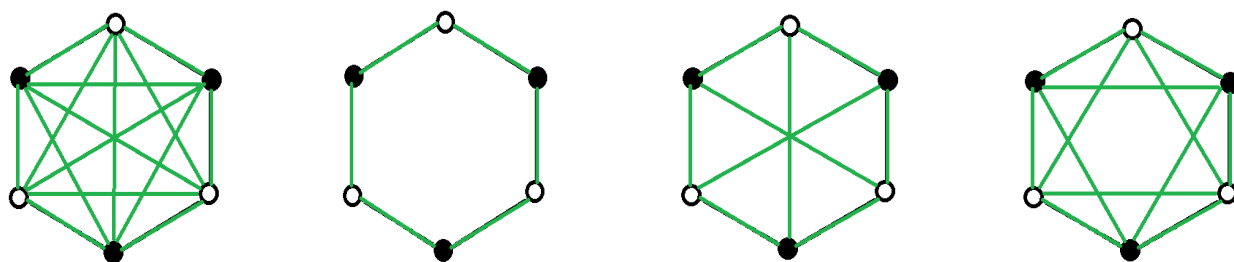
Конфигурация связи на примере 6 генераторов.



Случай с шестью генераторами в плане конфигурации связи и вариантов начальных координат показал существенные изменения. Так, при таком количестве генераторов мы видим, помимо уже рассматриваемых для других цепочек конфигураций ещё две конфигурации.

Наверху представлены конфигурации, идентичные представленным для 4 генераторов. Внизу представлены две новые нелокальные конфигурации, которые появляются только для цепочки из 6 генераторов.

Режим 121212 для четырёх различных конфигураций ансамбля

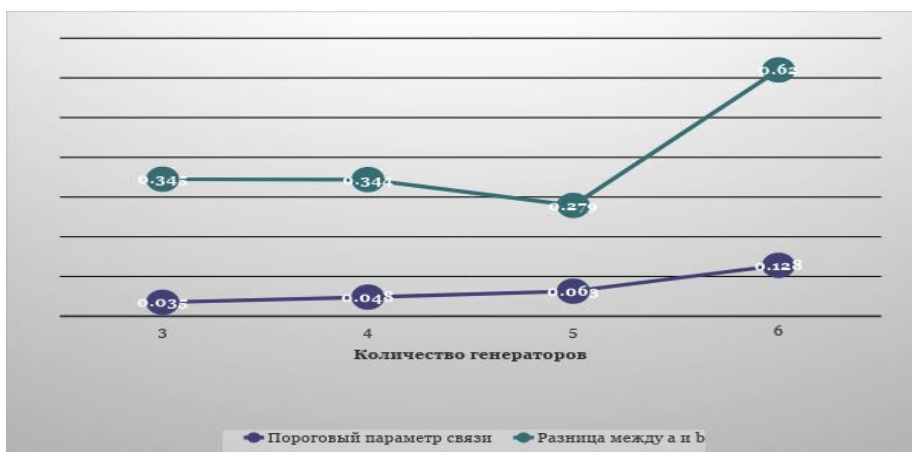


Случай с шестью генераторами в плане конфигурации связи и вариантов начальных координат показал существенные изменения. Так, при таком количестве генераторов мы видим, помимо уже рассматриваемых для других цепочек конфигураций ещё две конфигурации.

Наверху представлены конфигурации, идентичные представленным для 4 генераторов. Внизу представлены две новые нелокальные конфигурации, которые появляются только для цепочки из 6 генераторов.

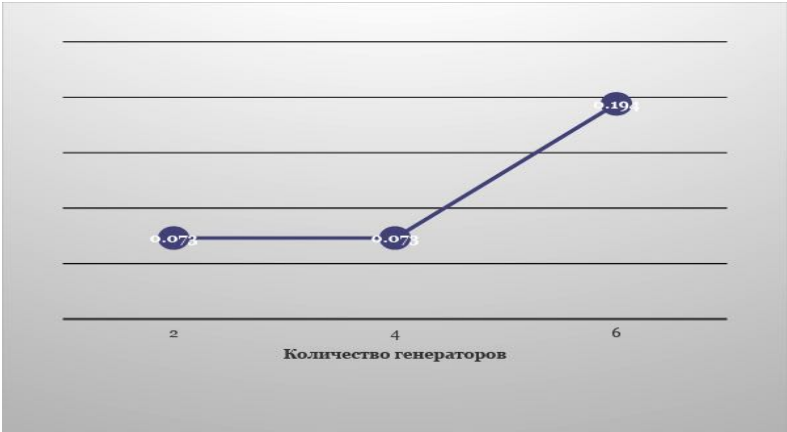
Конфигурация, при которой один генератор в условной фазе, а остальные генераторы в условной противофазе

Здесь представлен режим 121212 для четырёх различных конфигураций ансамбля из шести элементов. Этот режим приведён мной в качестве примера, чтобы показать, почему в некоторых конфигурациях есть режимы, непредставленные в других. Порядок, в котором мы берём элементы цепочки может варьироваться, так как их нумерация условна. Но только в случае, если генераторы связаны друг с другом диффузионной связью (показать режим на каждом из изображений).



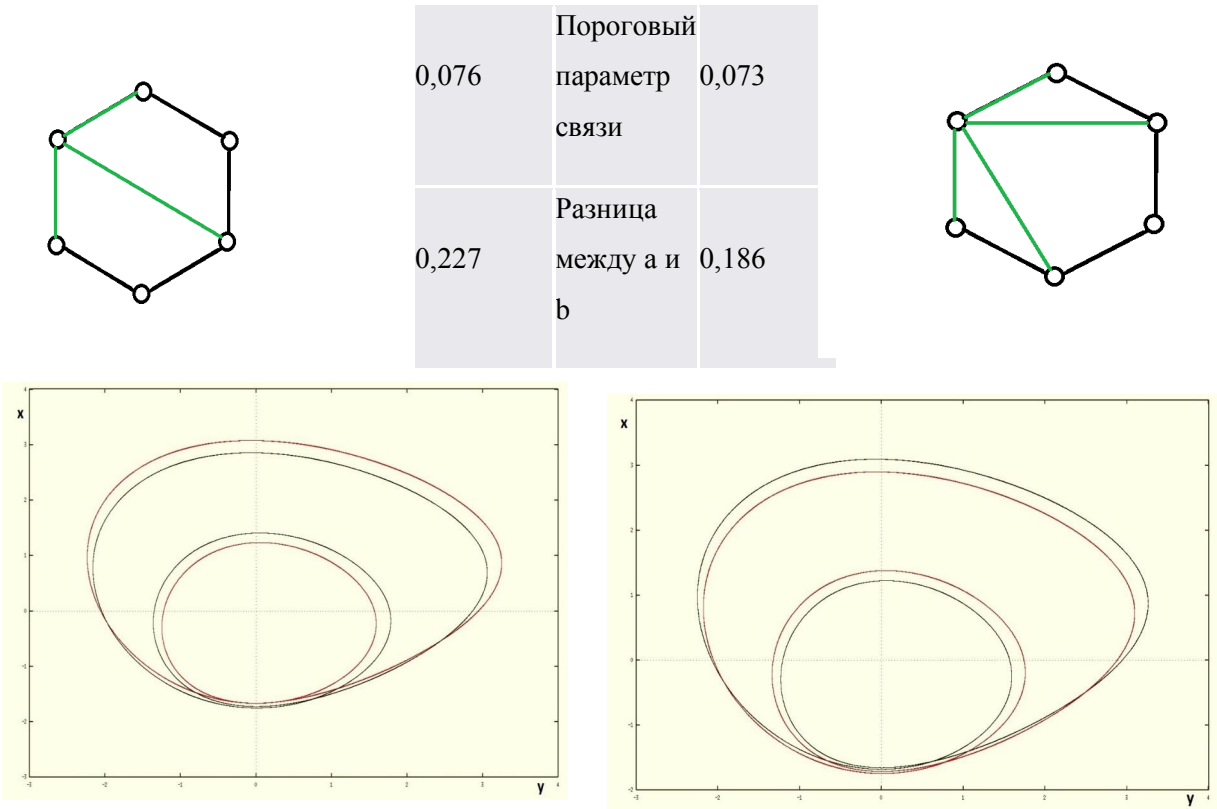
Количество генераторов	3	4	5	6
Пороговый параметр связи	0,035	0,048	0,063	0,128
Разность между максимумами переменной x	0,345	0,344	0,279	0,62

Конфигурация, при которой половина генераторов в условной фазе, а вторая половина - в противофазе.



Количество генераторов	2	4	6
Пороговый параметр связи	0,073	0,073	0,194
Разность между максимумами переменной x	0	0	0

Ансамбль из шести элементов. Режим 111222. Пороговое значение параметра связи 0,076.



Заключение.

В рамках данной работы была исследована цепочка связанных генераторов с инерционной нелинейностью Анищенко – Астахова, находящихся в режиме колебаний удвоенного периода. Число элементов ансамбля менялось от 2 до 6, при этом рассматривались различные варианты структуры связи и варьировались комбинации начальных условий. Было выявлено два основных вида динамики исследуемой цепочки: 1) часть элементов колеблется противофазно относительно оставшихся генераторов, при этом аттракторы отдельных элементов идентичны; 2) часть элементов колеблется противофазно относительно оставшихся генераторов, при этом колебания противофазных элементов отличаются друг от друга по амплитуде.

В ансамбле из шести элементов возникает новый режим, заключающийся в том, что при равном количестве генераторов в фазе и противофазе их колебания становятся неидентичными.

Результаты проведённых исследований могут быть использованы при выявлении закономерностей формирования пространственных структур в больших ансамблях и активных средах.

Книги и учебные пособия

1. **Анищенко В.С.** Знакомство с нелинейной динамикой: Лекции саровского профессора: Учебное пособие. Москва-Ижевск. Институт компьютерных исследований, 2002. -144с.
2. **Неймарк Ю.И.** Стохастические и хаотические колебания. Ю.И.Неймарк. Наука, 1987. -424с.
3. **Постнов Д.Э., Павлов А.Н., Астахов С.В.** Методы нелинейной динамики. Учебное пособие для студентов физического факультета. Д.Э.Постнов, А.Н.Павлов, С.В.Астахов. Саратов, 2008. -120с.
4. **Астахов В.В., Шабунин А.В.** Радиофизический практикум по теории колебаний. Учебное пособие для студентов вузов. Саратов, Издательство ГосУНЦ "Колледж", 2003.
5. **Ikeda, K.** Optical turbulence: chaotic behavior of transmitted light

- from a ring cavity / K. Ikeda, H. Daido and O. Akimoto // Physical Review Letters. -1980. -V. 45. -P. -709.
6. **Гласс Л.** От часов к хаосу: Ритмы жизни. Л. Гласс, М.Маккей. Мир, 1991. - 248с.
 7. **Шредер М.** Фракталы, хаос, степенные законы. Миниатюры из бесконечного рая. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 528 с.
 8. **Астахов С.В., Вадивасова Т.Е., Анищенко В.С.** Исследование пространственного перехода к временному хаосу в активной среде с однонаправленной связью // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. — 2008. — Т. 16, № 2. — С. 122–130.
 9. **Слепнев А.В., Вадивасова Т.Е., Листов А.С.** Мультистабильность, удвоения периода и подавление бегущих волн шумовым воздействием в нелинейной автоколебательной среде с периодическими граничными условиями // Нелинейная динамика. — 2010. — Т. 6, № 4. — С. 755–767.
 10. **Слепнев А.В., Вадивасова Т.Е.** Бифуркации удвоения периода и эффекты шумового воздействия в мультистабильной автоколебательной среде // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. — 2011. — Т. 19, № 4. — С. 53–67.
 11. **Bogomolov S.A., Slepnev A.V., Strelkova G.I., Schöll E., Anishchenko, V.S.** Mechanisms of appearance of amplitude and phase chimera states in ensembles of nonlocally coupled chaotic systems // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. — 2017. — V. 43 — P. 25–36.
 12. **Slepnev A.V., Bukh A.V., Vadivasova T.E.** Stationary and non-stationary chimeras in an ensemble of chaotic self-sustained oscillators with inertial nonlinearity // Nonlinear Dynamics. — 2017. — V. 88, I. 4. — P. 2983–2992.

Электронные ресурсы

1. <https://mipt.ru>
2. <http://pkgs.org/download/xppaut>
3. <http://chaos.sgu.ru>
4. www.math.pitt.edu/~bard/xpp/xpp.html
5. www.scholarpedia.org/article/XPPAUT