Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

Фильтрация зашумленных сигналов с применением комплексных вейвлет-базисов

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студента 2 курса 241 группы
направления 03.04.03 «Радиофизика»
физического факультета
Никулина Никиты Олеговича

Научный руководитель
г.н.с., д.ф.-м.н., профессор _______________ А.Н. Павлов

доцент, к.ф.-м.н., доцент _______________ О.Н. Павлова

Зав. кафедрой
д.ф.-м.н., профессор _______________ В.С. Анищенко

Саратов 2018 год

ВВЕДЕНИЕ

Вейвлет-анализ в последние годы стал восприниматься в качестве одной из наиболее активно развивающихся технологий цифровой обработки сигналов, и этот подход успешно применяется как в научных, так и в разных технических приложениях [1, 2]. К числу задач, где востребованы подходы на основе вейвлет-анализа, относится фильтрация аддитивных шумов, присутствующих в экспериментальных данных [3–6]. Любой регистрируемый процесс содержит различные помехи. Устранение аддитивного шума, особенно, если речь идет о хорошо локализованных помехах, - это очень сложная проблема, которая требует привлечения специального инструментария, например, методов, использующих дискретное вейвлет-преобразование. В технических приложениях часто используют методы пирамидального разложения, применяющие базисы вещественных вейвлет-функций (например, вейвлеты семейства Добеши) [7]. За последнее время получили широкое распространение методы, применяющие комплексные базисные функции, в числе которых следует выделить дуальное комплексное вейвлет-преобразование [8–10] и вейвлет-преобразование двойной плотности [11].

Задача фильтрации решается в четыре этапа:

1. Сигнал раскладывается в базисе вейвлет-функций.

2. Устанавливается пороговое значение для вычисленных коэффициентов разложения.

3. Удаление или корректировка вычисленных коэффициентов.

4. Синтез сигнала по набору коэффициентов разложения.

Чтобы улучшить качество очистки сигнала от фоновых помех, которое можно охарактеризовать величиной среднеквадратичной ошибки фильтрации, необходимо подобрать базис вейвлет-функций, выбрать саму пороговую функцию и задать пороговое значение. Если фильтрация проводится с применением комплексных вейвлетов, то можно избавиться от главных ограничений стандартного метода вейвлет-фильтрации, которые включают осциллирующий характер коэффициентов разложения вблизи нерегулярностей, которые приводят к сложностям анализа сигналов, неинвариантность коэффициентов разложения при смещении базисной функции, наличие искажений восстановленного сигнала и (при двумерном разложении) отсутствие селективности по направлениям. Несмотря на это, методы, использующие комплексные базисы, пока еще недостаточно изучены, что не позволяет точно определить границы их применимости. Это означает, что исследование и проверка возможностей методов вейвлет-фильтрации на основе комплексных базисных функций является по-прежнему актуальной задачей.

Целью данной выпускной квалификационной работы является сопоставление методов фильтрации зашумленных сигналов на основе дискретного вейвлет-преобразования с вещественными базисами и вейвлет-преобразования, применяющего быстрые алгоритмы разложения и комплексные базисные функции.

Материалы исследования. Принимая во внимание локализованный характер многих помех, присутствующих в сигналах, в качестве инструментов исследования были выбраны **методы**, которые предусматривают применение локализованных базисных функций (вейвлетов). Учитывая также ограничения стандартных подходов вейвлет-фильтрации, основное внимание в работе уделено применению комплексных вейвлет-базисов.

Выпускная квалификационная работа содержит введение, три главы (1. Основные сведения о вейвлетах; 2. Общие принципы вейвлет-фильтрации; 3. Результаты проведенных исследований), заключение и список использованных источников. Общий объем работы 60 стр.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Основные сведения о вейвлетах. Вейвлет-анализ относится к числу наиболее мощных инструментов анализа структуры сигналов. Наряду с фильтрацией экспериментальных данных или их сжатием, разложение по вейвлетам обеспечивает возможность проводить идентификацию сигналов, моделировать процессы, аппроксимировать сигналы на разных уровнях разрешения, изучать особенности сигналов, такие как нерегулярное поведение, фрактальность и т.д. Вейвлет-преобразование расширяет возможности представления результатов вычислений. Так, Фурье-преобразование дает информацию о спектральном составе анализируемого сигнала, но при этом нет возможности изучать локализацию во времени разных составляющих сложного сигнала. Применение хорошо локализованных функций (вейвлетов) дает возможность обратить внимание на разные локальные особенности исследуемых процессов, которые нельзя охарактеризовать с использованием классического спектрального анализа.

Непрерывное вейвлет-преобразование некоторого сигнала $f(t)$ можно представить в виде

$$W_f(a,b) = a^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\Psi\left(\frac{t-b}{a}\right)dt. \qquad (1)$$

Функция Ψ представляет собой вейвлетом; a, b – это параметры масштаба и сдвига. Величина $\sqrt{a}$ требуется для установки единичной нормы для каждой функции базиса. Количество обращающихся в ноль моментов вейвлета равно порядку полинома (тренда), который будет игнорироваться при проведении расчетов. У каждой вейвлет-функции есть свои особенности по времени и по частоте, и с применением разных вейвлетов можно лучше проанализировать разные свойства изучаемого сигнала. В качестве вейвлет-функций часто используют производные Гауссиана

$$\psi_n(t) = (-1)^{n+1}\frac{d^n}{dt^n}e^{-\frac{t^2}{2}}, \qquad n = 0,1,2,\ldots \qquad (2)$$

Чаще всего применяют производные небольших порядков, обычно не выше 3–4:

$$\psi_1(t) = -te^{-\frac{t^2}{2}};$$

$$\psi_2(t) = (1-t^2)e^{-\frac{t^2}{2}};$$

$$\psi_3(t) = (t^3-3t)e^{-\frac{t^2}{2}};$$

Наличие экспоненциального множителя обеспечивает локализацию вейвлетов по оси времени. Однако в задачах фильтрации предпочитают применять дискретное вейвлет-преобразование и иногомасштабный анализ, в рамках которого традиционно применяют вейвлеты Добеши. Ингрид Добеши ввела вейвлет ψ и скейлинг-функцию φ, учитывая ряд общих требований [7]. Одно из них состояло в том, чтобы скейлинг-функция φ имела компактный носитель. Она должна быть равна нулю вне конечного отрезка. Добеши выбрала в качестве носителя отрезок $[0,3]$ и обосновала, что такую функцию нельзя выразить через элементарные функции, например многочлены, тригонометрические или степенные функции. Она также доказала, что φ можно построить рекурсивно, задав некоторое начальное значение и сформулировав рекурсивное правило.

Общие принципы вейвлет-фильтрации. Стандартные подходы к цифровой фильтрации экспериментальных данных, применяющие преобразование Фурье (в частности, алгоритмы на основе быстрого Фурье-преобразования), широко используются для устранения помех и улучшения отношения сигнал/шум, но они эффективны в том случае, когда помехи не являются локализованными. Привлечение этих методов, например, для фильтрации артефактов нецелесообразно, поскольку локализованные помехи почти не фильтруются с использованием Фурье-преобразования. Кроме того, вследствие использования базиса гармонических функций информация о помехе содержится во всех коэффициентах разложения, что может приводить к искажениям отфильтрованного сигнала вне области расположения помехи. Применение вейвлетов для фильтрации представляет собой более перспективный подход, исключающий подобные искажения путем применения хорошо локализованных базисных функций. В зависимости от вида преобразования, эти функции могут иметь аналитическую форму записи (например, при использовании производных функции Гаусса) или задаваться набором коэффициентов фильтров.

Методы фильтрации на основе дискретного вейвлет-преобразования обеспечивают более высокую скорость обработки данных, чем в случае непрерывного преобразования, особенно в случае ортонормированных базисов. Это связано с избыточностью непрерывного преобразования, вычисляющего большое число коэффициентов разложения, повторяющих ту информацию, которая есть и в других коэффициентах. В результате дискретного преобразования получается набор коэффициентов, отражающих детали сигнала на разных уровнях разложения [4, 6]. В зависимости от характера присутствующих помех вейвлет-фильтрация предусматривает корректировку (или обнуление) части коэффициентов разложения перед проведением процедуры синтеза сигнала. Пример разложения приведен на рисунке 1.

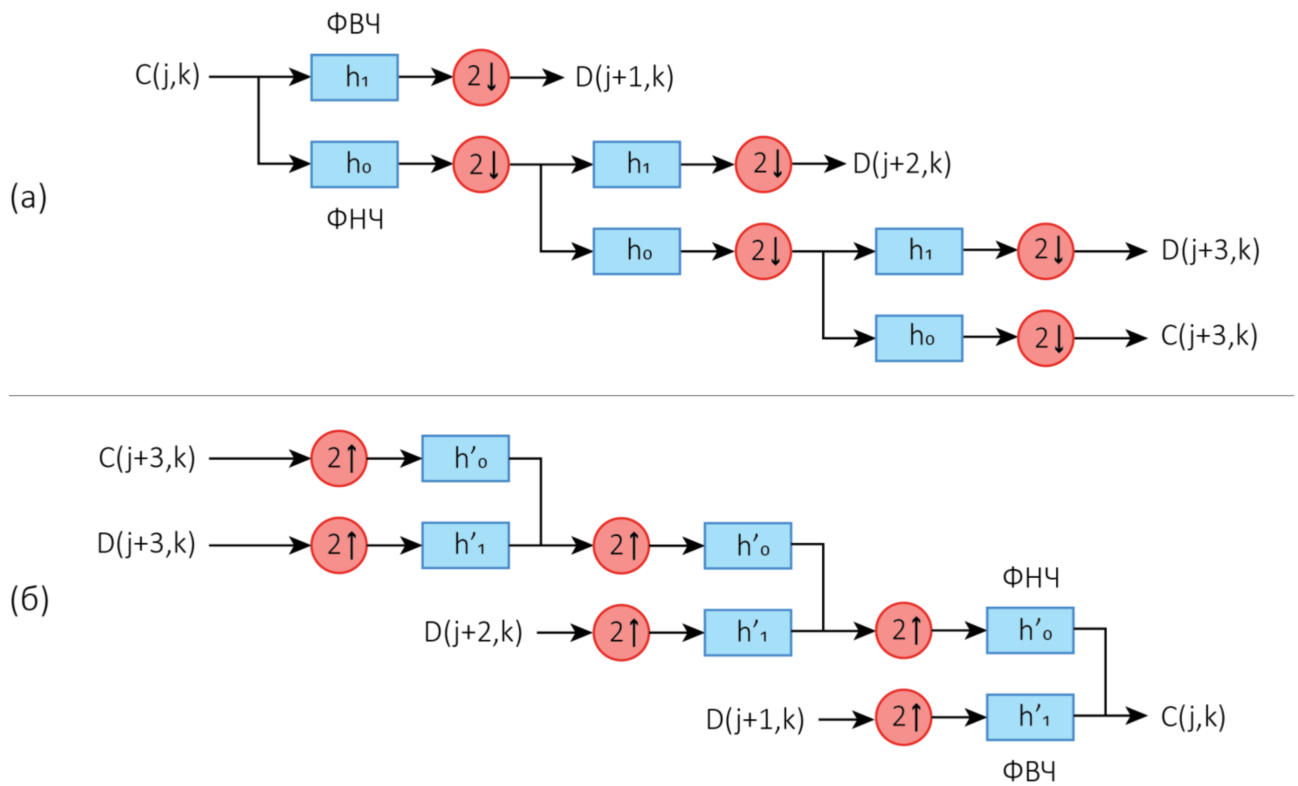

Рисунок 1 – Разложение сигнала по вейвлет-коэффициентам (а) и его восстановление (б) при реализации одномерного дискретного вейвлет-преобразования. Здесь ФНЧ и ФВЧ обозначают низкочастотные и высокочастотные квадратурные зеркальные фильтры.

Разработанные за последние годы варианты реализации комплексного вейвлет-преобразования можно разделить на два класса: избыточные и неизбыточные [12–15]. В первом случае для сигнала, содержащего N отсчетов, будет вычислено M вейвлет-коэффициентов ($M > N$), и можно вычислить параметр избыточности M / N. Во втором случае число отсчетов равно числу коэффициентов, и процесс их вычисления ускоряется, так как требуется проводить меньшее число математических операций. Если условие ортонормированности базиса вейвлет-функций не накладывается, то есть применяются избыточные вейвлет-преобразования, это создает свои преимущества при проведении цифровой обработки сигналов. Такие преобразования, позволяют исключить необратимую потерю данных. Они также позволяют уменьшить точность расчета вейвлет-коэффициентов (в случае, если экспериментальные данные содержат аддитивный шум), но при этом решить с высокой точностью задачу синтеза сигнала.

Среди избыточных преобразований можно отметить метод на основе дуального комплексного вейвлет-преобразования [8, 9]. Общая идея данного метода заключается в следующем: проводятся расчеты двух вещественных преобразований, первое из которых вычисляет действительные части вейвле-коэффициентов, а второе – мнимые части. Два проводимых преобразования используют два разных набора вейвлетов, для каждого из которых выполняется требование точной реконструкции сигнала при реализации обратного преобразования. Оба набора конструируются таким образом, чтобы обеспечивалось условие приближенной аналитичности комплексной вейвлет-функции.

Результаты проведенных исследований. Перед применением методов фильтрации к экспериментальным данным было проведено их тестирование на примере гармонической функции, к которой аддитивно подмешивался случайный процесс различной статистики. Вначале тестирование проводилось для белого шума большой интенсивности, например, при отношении сигнал/шум, равном 3 дБ. Сопоставление методов и выбора параметров для фильтров начиналось со стандартного варианта дискретного вейвлет-преобразования с базисами Добеши. При этом, как и в ряде других исследований, было отмечено, что использование «мягкого» варианта задания пороговой функции более предпочтительно, чем выбор «жесткого» варианта. Преимущество первого варианта подтверждается как визуально (при сравнении результатов фильтрации), так и на основе расчета среднеквадратичной ошибки фильтрации. Более того, преимущества «мягкого» варианта сохраняются, если выбирать разные значения отношения сигнал/шум. При этом, однако, важно отметить, что преимущества «мягкого» варианта сохраняются только, если правильно выбирать пороговые значения (задавая их небольшими). Если выбрать большой пороговый уровень, то уже «жесткий» вариант может оказаться лучше, так как при нем не осуществляется искажение больших по величине коэффициентов разложения.

Далее решалась задача настройки параметров фильтра, при которых ошибка фильтрации является минимальной, то есть фильтрация не вносит существенных искажений в информационный сигнал. Было определено оптимальное значение порогового уровня, при котором наблюдается минимум среднеквадратичной ошибки.

После тестирования метода фильтрации, применяющего вещественные базисные функции, аналогичное тестирование было осуществлено и для комплексных базисов. При этом были подтверждены два основных эффекта: происходит уменьшение, как самой среднеквадратичной ошибки фильтрации, так и уменьшение оптимального порогового значения. Оба этих эффекта имеют большое значение. Очевидно, что чем меньше ошибка фильтрации, тем лучше восстанавливается информационный сигнал в ходе процедуры его синтеза по вейвлет-коэффициентам. Таким образом, снижаются возможные искажения, которые могли бы проявиться в ходе фильтрации. Второе важное обстоятельство состоит в уменьшении порогового уровня, который определяет относительное число вейвлет-коэффициентов, подвергаемых коррекции (обнулению). И чем больше этот уровень, тем больше вероятность, что информативные коэффициенты могут быть обнулены, а, стало быть, возрастает риск внесения серьезных искажений сигнала, пусть даже локальных, возникающих только на отдельных участках. При использовании комплексных базисов этот риск существенно снижается. Один из выводов проведенных исследований состоит в необходимости снижать пороговый уровень по сравнению с общими рекомендациями для методов фильтрации с вещественными базисными функциями. В некоторых работах даются рекомендации снижать данный уровень в 2 раза. В проводимом исследовании показано, что снижение может происходить в 1.5 – 1.8 раза в зависимости от отношения сигнал/шум.

Далее методы фильтрации с вещественными и комплексными базисами были сопоставлены на примере экспериментальных данных. В качестве примера радиофизического сигнала были выбраны зашумленные аудио-сигналы, например, записи голосовых сообщений. Для усложнения задачи на эти сообщения накладывался аддитивный шум. Несмотря на существующие особенности зависимости ошибки фильтрации от выбранного порогового значения, общие выводы, сделанные для тестовых примеров, можно было подтвердить. Также как и для тестовых примеров, в случае комплексных вейвлет-базисов снижается как среднеквадратичная ошибка, так и риск пороговой фильтрации, оцениваемый по величине порогового уровня. Снижение уровня является одним из важных преимуществ метода, применяющего комплексные вейвлет-функции – вероятность случайных искажений восстановленного сигнала становится меньше. В тексте выпускной квалификационной работы приведен пример сопоставления значений среднеквадратичной ошибки фильтрации при цифровой обработке зашумленных голосовых сообщений, на примере фразы «Вейвлет-фильтрация. Тестирование». Величина ошибки зависит и от общего уровня присутствующих помех, и от отношения сигнал/шум. Тем не менее, при использовании метода дуального комплексного вейвлет-преобразования ошибка была меньше, чем для стандартного подхода с вещественными базисами семейства Добеши.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе проведенных исследований рассмотрена задача повышения качества фильтрации сигналов с различными источниками помех, в рамках которой в качестве основного метода цифровой обработки сигналов выбран метод вейвлет-преобразования с комплексными базисными функциями. Проанализировано применение разных базисов и способов задания пороговой функции. Учитывая значительный интерес к данной проблеме и многочисленные исследования, поиск путей оптимизации подавления помех, присутствующих в сигналах и изображениях, продолжает оставаться актуальной и важной.

В работе проведено сопоставление методов фильтрации, основанных на применении вещественных и комплексных вейвлет-функций. Вначале изучен стандартный метод решения задачи очистки сигнала от помех и случайных искажений, который применяет вейвлеты Добеши и корректировку вейвлет-коэффициентов на основе мягкого и жесткого вариантов выбора пороговой функции. Далее проанализирован способ фильтрации на основе комплексного (дуального) вейвлет-преобразования, где в качестве базиса выбираются аналитические функции, мнимая часть которых представляет собой преобразование Гильберта от действительной части. Было выявлено, что использование комплексных базисов обеспечивает преимущество как с точки зрения ошибки фильтрации, так и с точки зрения уменьшения риска случайных искажений при восстановлении (синтезе) полезного сигнала по вейвлет-коэффициентам. Выводы работы были сделаны для тестового сигнала (гармонические колебания с аддитивным белым шумом) и подтверждены на экспериментальных данных (зашумленные голосовые сообщения). Дополнительно рассмотрены другие примеры зашумленных сигналов, позволившие удостовериться в выводах работы.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

[1] Н. М. Астафьева. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения // Успехи физических наук. – 1996. – Т. 166, №11. – С. 1145–1170.

[2] И. М. Дремин, О. В. Иванов, В. А. Нечитайло. Вейвлеты и их применение // Успехи физических наук. – 2001. – Т. 171. – С. 465–501.

[3] A. N. Akansu, R. A. Haddad. Multiresolution signal decomposition: transforms, subbands and wavelets. – San Diego: Academic Press, 2001.

[4] D. L. Donoho, I. M. Johnstone. Ideal spatial adaptation via wavelet shrinkage / // Biometrika. – 1994. – Vol. 81. – P. 425-455.

[5] D. L. Donoho. De-noising by soft-thresholding // IEEE Transactions on Information Theory. – 1995. – Vol. 41. – P. 613-627.

[6] M. Jensen. Noise reduction by wavelet thresholding. – New York: Springer-Verlag, 2001.

[7] I. Daubechies. Ten lectures on wavelets. – Philadelphia: S.I.A.M., 1992.

[8] N. G. Kingsbury. Complex wavelets for shift invariant analysis and filtering of signals // Appl. Comput. Harmon. Anal. – 2001. – Vol. 10. – P. 234-253.

[9] I. W. Selesnick, R. G. Baraniuk, N. G. Kingsbury. The dual-tree complex wavelet transform // IEEE Signal Processing Magazine. – 2005. – Vol. 22(6). – P. 123-151.

[10] I. W. Selesnick. W. Hilbert transform pairs of wavelet bases // IEEE Signal Processing Lett. – 2001. – Vol. 8(6). – P. 170-173.

[11] I. W. Selesnick. The double-density dual-tree discrete wavelet transform // IEEE Trans. Signal Processing. – 2004. – Vol. 52. – P. 1304-1314.

[12] B. Belzer, J. M. Lina, J. Villasenor. Complex, linear-phase filters for efficient image coding / // IEEE Trans. Signal Processing. – 1995. – Vol. 43(10). – P. 2425-2427.

[13] P. D. Shukla. Complex wavelet transforms and their applications. – Master of Philosophy report. – Scotland: University of Strathclyde Glasgow, 2003.
[14] D. Bhonsle, S. Dewangan. Comparative study of dual-tree complex wavelet transform and double density complex wavelet transform for image denoising using wavelet-domain // International Journal of Scientific and Research Publications. – 2012. – Vol. 2(7). – P. 1-5.
[15] S. G. Chang, B. Yu, M. Vetterli. Adaptive wavelet thresholding for image denoising and compression // IEEE Trans. Image Proc. – 2000. – Vol. 9. – P. 1532-1546.