Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра **Математической экономики**

Решение задачи оптимизации прибыли фирмы с помощью численного метода условного градиента

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 441 группы

направления 09.03.03 – Прикладная информатика

механико-математического факультета

Скозобова Романа Александровича

Научный руководитель
Зав. кафедрой д.ф.-м.н.
профессор ______________ С.И.Дудов

Заведующий кафедрой
д.ф.-м.н., профессор ______________ С.И.Дудов

Саратов 2018

Введение. Актуальность темы связана с определением метода моделирования объекта оптимизации и применения к рассматриваемой модели (задачи оптимизации фирмы) математического метода исследования с учетом взаимосвязей и отношений с другими объектами экономики и процессами, происходящих в сложных системах, какими являются сами предприятия, с применением вычислительной техники. Выбор того или иного метода в значительной степени определяется постановкой оптимальной задачи, а также используемой моделью объекта оптимизации.

В области экономико-математических методов существует множество различных моделей, позволяющих проанализировать и оптимизировать работу предприятий. Одним из таких направлений является теория производственных функций. В настоящее время она идет по пути совершенствования и модификации уже существующих моделей.

Цель работы — решение задачи оптимизации прибыли фирмы численным методом условного градиента.

Для достижения поставленной цели в рамках исследования **решаются следующие задачи:**

1. Постановки и решения задачи оптимизации.
2. Анализ упрощенной задачи выпуклого программирования. Теоремы Куна-Таккера.
3. Решение задачи с производственной функцией Кобба-Дугласа
4. Решение задачи оптимизации численным методом условного градиента.
5. Решение вспомогательной задачи методом золотого сечения.
6. Создание программного продукта для нахождения оптимального решения задачи оптимизации фирмы.
7. Осуществление экспериментальных расчетов и анализ полученных результатов

Содержание работы. В первой главе описываются основные понятия, свойства и интерпретации различных производственных функций.

Деятельность фирмы может обозначить производственную и коммерческую (транспортировка, хранение, перепродажа) деятельность. Под *производством* будем понимать процесс взаимодействия экономических факторов, который завершается выпуском какой-либо продукции. Производство - основная область деятельности фирмы.

Фирма - второе основное понятие микроэкономики. Под фирмой будем понимать организацию, осуществляющую затраты экономических ресурсов для изготовления продукции, которую она продает потребителям. Деятельность фирмы многогранна. При этом в качестве основной конечной цели фирмы будем считать получение наибольшей прибыли от реализации своей продукции.

Прибыль понимается как разность дохода от реализации продукции и издержек производства. *Издержки производства* - общие выплаты за все виды затрат.

Основная цель экономико-математического моделирования производственных задач заключается в том, чтобы ответить, сколько нужно вовлечь ресурсов и в каких пропорциях, чтобы максимизировать прибыль или определить объем максимального выпуска продукции.

Производственная функция характеризует зависимость между количеством используемых ресурсов (*факторов производства*) и максимально возможным объемом выпуска, который может быть достигнут при условии, что все имеющиеся ресурсы используются наиболее рациональным образом [2]. Также производственная функция:

1. Способ установления связи между ресурсами и выпуском продукции.
2. Показывает максимально возможный выпуск продукции, который может быть получен для заданного обьема русурсов.
3. Может показывать минимальное количество ресурсов, которое необходимо для получения заданного обьема продукции.

Раскрывается понятие вектора затрат: учитывая, что фирма производит только один вид продукции, используя n видов затрат. Если через x_i обозначим количество i-го вида затрат, используемого фирмой, то в целом получим вектор-столбец

$$x = (x_1, x_i, ..., x_n)^T$$

который будем называть *вектором затрат.* Множество всех возможных векторов затрат, в предположении, что все затраты могут непрерывно изменяться, будем называть *пространством затрат.* Поскольку затраты естественно считать неотрицательными величинами, пространство затрат можно считать неотрицательным ортантом евклидова пространства:

$$T = \{x \in R^n : x_i \geq 0,\ i = 1, ..., n\}$$

Каждой точке пространства затрат $x \in T$ можно сопоставить максимальный выпуск продукции $f(x)$, произведенный фирмой при использовании этих затрат. Эту функциональную связь $f(\cdot) : T \to R^1$ между затратами и выпуском продукции будем называть *производственной функцией (п.ф.).*

Во второй главе рассматриваются формальные свойства производственных функций, характеристики П. Ф. и примеры П. Ф., задача оптимизации прибыли фирмы, ее постановка. Задача фирмы, как организации производящей затраты производственных ресурсов для изготовления продукции, сводится к определению количества выпускаемой продукции и необходимых для этого затрат. Фирма должна решить свою задачу оптимальным образом. При этом оптимальность можно понимать неоднозначно. Это может быть, например, достижение необходимого уровня выпуска с наименьшими затратами, или получение максимального дохода без превышения заданного уровня издержек. Мы ограничимся рассмотрением задачи получения наибольшей прибыли.

Постановка задачи

Итак, будем считать, что цель фирмы заключается в максимизации прибыли путем выбора вектора затрат при заданных ценах на затраты $w = (w_1, w_2, ..., w_n)^T$ с последующим производством, отражаемого производственной функцией $f(x)$ и реализации продукции по заданной цене p. Прибыль $\prod = \prod(x)$ равна полученному фирмой от продажи продукции доходу $R = R(x)$ за вычетом издержек производства $\prod(x) = R(x) - C(x)$. Будем считать, что

$$R(x) = p \cdot f(x),\ C(x) = \sum_{i=1}^{n} w_i x_i = \langle w, x \rangle,$$

то есть учитываем только переменные издержки.

Долгосрочная задача фирмы. В этом случае фирма свободна выбирать вектор из пространства затрат T, т. е. получаем задачу

$$\prod \equiv pf(x) - \langle w, x \rangle \to max,\ x \in T \tag{1}$$

Формулируется упрощенная задача выпуклого программирования. Теорема Куна-Таккера. Пусть функции $f_0(x), f_1(x), ..., f_m(x)$ выпуклые и дифференцируемые на $R^n,\ x \in R^n$. Упрощенной задачей выпуклого программирования будем называть задачу минимизации функции $f_0(x)$ на выпуклом множестве $D \subset R^n$, заданном с помощью системы неравенств

$$D = \{x \in R^n : f_i(x)0,\ i = 1, \cdots, m\}$$

Запишем эту задачу в виде

$$f_0(x) \to min,\ f_i(x) \leq 0,\ i = 1, \cdots, m. \tag{2}$$

Будем говорить, что для множества D выполняется условие Слейтера, если существует точка $x \in R^n$, для которой $f_i x < 0,\ i =, ..., m$. Функцией Лагранжа задачи (2) будем называть

$$L(x, \lambda) = \sum_{i=1}^{m} \lambda_i f_i(x),\ \lambda = (\lambda_0, \lambda_1, ..., \lambda_m).$$

Теорема 1 (Куна-Таккера)**.** Для того, чтобы точка $x_0 \in D$ была решением задачи (2) необходимо, а если выполняется условие Слейтера, то и достаточно, чтобы существовал ненулевой вектор $\lambda \in R^{m+1}$ с неотрицательными компонентами $\lambda_i \leqslant 0,\ i = 0, ..., m$ и такой, что

$$L_x^{'}(x^0, \lambda) = 0_n,\ \lambda_i f_i(x^0) = 0,\ i = 1, ..., m \tag{3}$$

Причем, если выполняется условие Слейтера, можно считать $\lambda_0 = 1$.

Даeтся применение к решению задачи теоремы Куна-Таккера

Будем предполагать, что производственная функция $f(x)$ удовлетворяет следующим условиям:

1. $f(x)$ непрерывна и дважды дифференцируема на T,
2. все частные производные п.ф. неотрицательны на T:

$$MP_i(x) = \frac{\partial f(x)}{\partial x_i} \geq 0,\ i = 1, ..., n,\ x \in t.$$

   $MP_i(x)$ называется предельным продуктом i-го вида,

   $MP_i(x) = (MP_1(x), ..., MP_n(x))^T$ - вектор предельного продукта.
3. матрица Гессе п.ф.

$$f''(x) = \left(\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_i \partial x_j}\right)\ i, j = 1, ..., n$$

   отрицательно определена всюду на T.

Отметим, что в соответствии с критерием Сильвестра последнее условие влечет строгую вогнутость п.ф. на пространстве затрат и, кроме того,

$$\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_i \partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_i}(MP_i(x)) < 0,\ i = 1, ..., n$$

Это неравенство выражает закон убывающей отдачи (доходности): по мере того, как затраты одного вида добавляются, при фиксированных объемах других затрат, количество дополнительно произведенного продукта снижается. Если введем обозначения

$$f_0(x) = \langle w, x\rangle - f(x),\ f_i(x) = (x_i),\ i = 1, ..., n.)$$

то задачу (3.1) можно записать в виде

$$f_0(x) \to \min_{x \in T},$$

где $T = \{x \in R^n : f_i(x) \leqslant 0,\ i = 1, ..., n\}$. Поскольку все функции $f_i(x),\ i = 0, \cdots, n$, являются выпуклыми на R^n, к ее решению можно применить теорему Куна–Таккера. Условие Слейтера, очевидно, выполняется. Поэтому функция Лагранжа имеет вид

$$L(x, \lambda) =< w, x > -pf(x) - \sum_{i=1}^{n} \lambda x_i$$

а ее частные производные

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = w_i - p\frac{\partial f(x)}{\partial x_i},\ i = 1, ..., n.$$

Таким образом, если вектор затрат $x^* = (x_1^*, ..., x_n^*)^T$ является решением задачи (1), то в соответствии с теоремой Куна–Таккера найдутся такие $\lambda \geq 0,\ i = 1, ..., n$, что

$$w_i = p\frac{\partial f(x^*)}{\partial x_i} + \lambda_i,\ i = 1, ..., n, \tag{4}$$

$$\lambda_i x_i^* = 0,\ \lambda_i \geq 0,\ _i \geq 0. \tag{5}$$

Приводятся свойства решения

1. Если все виды затрат были использованы, т. е. $x^* > 0_n$, то из (2)–(3) следует

   $$pMP_i(x^*) = w_i,\ i = 1, ..., n$$

   — стоимость предельных продуктов равна соответствующим ценам на затраты. Эти соотношения иногда называют "золотым правилом"экономики фирмы. Оно говорит о том, что наращивать объем продукции следует только до тех пор, пока с некоторого момента стоимость дополнительно произведенной продукции не сравняется со стоимостью затраченных на это ресурсов (т. е. прибыли от дополнительно произведенной продукции нет).
2. Решая задачу (1) для различных p и w, мы будем получать различные значения оптимального вектора затрат x^*. Таким образом x^* есть вектор-функция от p и w:

   $$x^* = x^*(p, w) = (x_1^*(p, w), ..., x_n^*(p, w))^T$$

   Здесь $x_i^*(p, w)$ называется функцией спроса на затраты i-го вида. Если $\alpha > 0$, то для новой пары цен $p(\alpha) = \alpha p, w(\alpha)$ новая функция прибыли будет отличаться от прежней лишь на множитель α. Поэтому решение задачи будет тем же самым

$$x^*(\alpha p, \alpha w) = x^*(p, w), \ \alpha > 0$$

Таким образом функции спроса на затраты являются положительно однородными нулевой степени.

3. Подставляя функции спроса на затраты в производственную функцию в качестве аргументов, получен объем оптимального выпуска как функцию цен на продукцию и цен на затраты:

$$q(p, w) = f(x^*(p, w)).$$

Эта функция называется функцией предложения выпуска. Очевидно, как и функции спроса на затраты, она является положительно однородной нулевой степени относительно совокупности (p, w).

4. Множество точек пространства затрат, где п.ф. принимает одно и то же значение

$$M(\alpha) = \{x \in T : f(x) = \alpha\}$$

называется изоквантой. А множество точек из T, где издержки одинаковы

$$N(\alpha) = \{x \in T : \langle w, x_i \rangle = \alpha\}$$

называется изокостой. Предположим, что все виды затрат были использованы, т. е. $x^* > 0_n$. Тогда в соответствии с $(2) - (3)$ выполняется

$$pf'(x^*) = w. \tag{6}$$

В третьей главе приводится решение задачи с производственной функцией Кобба-Дугласа.

Производственная функция имеет вид

$$f(x) = b_0 x_1^{b_1} x_2^{b_2}, \ x = (x_1, x_2) \in R^2,$$
$$\text{где } b_i > 0, \ i = 0, 1, 2., \ b_1 + b_2 < 1.$$

Её частные производные(производные 1-го и 2-го вида) равны

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x_1} = MP_1(x1) = b_0 b_1 x_1^{b_1-1} x_2^{b_2},$$

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x_2} = MP_2(x1) = b_0 b_2 x_1^{b_1} x_2^{b_2-1}$$

а матрица Гессе данной функции:

$$f''(x) = \begin{pmatrix} b_0 b_1 (b_1-1) x_1^{b_1-2} x_2^{b_2} & b_0 b_1 b_2 x_1^{b_1-1} x_2^{b_2-1} \\ b_0 b_1 b_2 x_1^{b_1-1} x_2^{b_2-1} & b_0 b_2 (b_2-1) x_1^{b_1} x_2^{b_2-2} \end{pmatrix}$$

Нетрудно видеть, что $MP_i(x) \geq 0, \ i = 1, 2.$ и матрица $f''(x)$ - является отрицатльно определенной на пространстве затрат $T = \{x \in R^2 : x_1 \geq 0, \ x_2 \geq 0\}$ формула прибыли в рассматриваемом случае выглядит так:

$$\prod(x) = pb_0 b_1 x_1^{b_1} x_2^{b_2} - w_1 x_1 - w_2 x_2,$$

а условия оптимальности принимают вид:

$$pb_0 b_1 x_1^{b_1-1} x_2^{b_1} = w_1, \tag{7}$$

$$pb_0 b_2 x_1^{b_1} x_2^{b_2-1} = w_2. \tag{8}$$

Эта система фактически эквивалентна системе уравнений

$$\frac{\partial \prod(x)}{\partial x_1} = 0, \ \frac{\partial \prod(x)}{\partial x_2} = 0$$

Решаем систему (1)- (2). Возводим в степень $\frac{b_2}{1-b_2}$ левую и правую часть уравнения (2) и получаем

$$(pb_0)^{\frac{1}{1-b_2}} b_1 b_2^{\frac{b_2}{1-b_2}} x_1^{\frac{b_1+b_2-1}{1-b_2}} = w_1 w_2^{\frac{b_2}{1-b_2}} \tag{9}$$

Отсюда получаем искомую функцию спроса на затраты первого вида

$$x_1(p, w_1, w_2) = (pb_0)^{\frac{1}{1-b_1-b_2}} b_1^{\frac{1-b_2}{1-b_1-b_2}} b_2^{\frac{b_2}{1-b_1-b_2}} w_1^{\frac{b_2-1}{1-b_1-b_2}} w_2^{\frac{-b_2}{1-b_1-b_2}}$$

Инверсией индексов 1 и 2 получаем функцию спроса на затраты второго вида

$$x_2(p,w_1,w_2)=(pb_0)^{\frac{1}{1-b_1-b_2}}b_1^{\frac{b_1}{1-b_1-b_2}}b_2^{\frac{1-b_1}{1-b_1-b_2}}w_1^{\frac{-b_1}{1-b_1-b_2}}w_2^{\frac{b_1-1}{1-b_1-b_2}}$$

Тогда функция предложения выпуска принимает вид

$$q(p_1,w_1,w_2)=f(x_1(p,w_1,w_2),\ x_2(p,w_1,w_2))=$$
$$=p^{\frac{b_1=b_2}{1-b_1-b_2}}b_0^{\frac{1}{1-b_1-b_2}}b_1^{\frac{b_1}{1-b_1-b_2}}b_2^{\frac{b_2}{1-b_1-b_2}}w_1^{\frac{1}{b_2+b_2-1}}w_2^{\frac{1}{b_2+b_2-1}}$$

В четвертой главе дается решение задачи максимизации выпуска фирмы и минимизации ее издержек в случае производственной функции с постоянной эластичностью замены ресурсов. Которое представлено в виде преобразования производственной функции Кобба-Дугласа.

В пятой главе рассматривается оптимизация прибыли методом условного градиента при ограничениях на ресурсы с использованием вспомогательной задачи метода золотого сечения.

В этом разделе рассматривается задача оптимизации прибыли фирмы при наличии ограничений на все виды используемых затрат:

$$pf(x)-\sum_{i=1}^{n}w_ix^{(i)}\to \max_{x\in D}, \qquad (10)$$

$$D=\{x=(x^{(1)},x^{(2)},...,x^{(n)})\in R^n:0\leqslant x^{(i)}\leqslant a_i,\ i-1,...,n.\} \qquad (11)$$

Для получения приближенного решения этой задачи предполагается использовать метод условного градиента.

Далее дается описание метода условного градиента, а также метода золотого сечения для минимизации унимодальной функции на отрезке, который используется в процессе реализации метода условного градиента. После этого приводятся результаты вычислительных экспериментов по решению задачи (9) – (10) для конкретных примеров производственных функций.

схема метода условного градиента

Метод условного градиента используется для решения задач вида:

$$\varphi(x) \to \min_{x \in D}, \tag{12}$$

где предполагается, что $D \subset R^n$ — выпуклое ограниченное замкнутое множество, а $\varphi(x)$ — дифференцируемая на D функция. В процессе его реализации строится последовательность приближений $\{x_k\}_{k=0,1,...}$. К точке решения $x^k \in C_\varphi = \{y \in D : \ \varphi(x) = \min_{x \in D} \varphi(x),\}$. Приведем описание построения этой последовательности.

Пусть $x_0 \in D$ — некоторое начальное приближение. Предположим, что уже получена точка $x_k \in D$. Поскольку функция $\varphi(x)$ дифференцируема в точке x_0, то справедливо представление приращения функции в этой точке в виде:

$$\varphi(x) - \varphi(x_k) = \langle \varphi'(x_k), x - x_k \rangle + 0(||x - x_k||),$$

$$\text{где } 0(||x - x_k||)/||x_{xk}|| \to 0, \text{ при } x \to x_k$$

Обозначим через

$$\varphi_k(x) = \langle \varphi(x_k), x - x_k \rangle \tag{13}$$

После этого решим вспомогательную задачу

$$\varphi_k(x) \to \min_{x \in D}, \tag{14}$$

Пусть $y_k \in D, \ \varphi(y_k) = \min_{x \in D} \varphi(x)$, то есть точка y_n - одно из решений задачи (13) (любое, если задача (13) имеет неединственное решение).

Заметим, что поскольку D — выпуклое ограниченное замкнутое множество, а $\varphi_k(x)$ – непрерывная функция, то решение задачи (13) всегда существует.

Разумеется вспомогательная задача (13) проще исходной задачи (11) ввиду линейности функции $\varphi_k(x)$. Однако её не всегда просто решить. Поэтому для снижения объема вычислений можно ограничиться получением её приближенного решения. Далее предполагается, что точка y_k удовлетворяет условиям:

$$y_k \in D,\ \varphi_k(y_k) \leqslant \underset{x \in D}{min}\ \varphi_k(x) + \varepsilon_k, \tag{15}$$

$$\lim_{k \to \infty} \varepsilon_k = 0. \tag{16}$$

Если точка y_k, удовлетворяющая (14)−(15), получена, то следующая точка приближения ищется в виде: $x_{k+1} = x_k + \alpha(y_k - x_k),\ \ \alpha \in [0, 1]$ При том, если $y_k = x_k$, и y_k является точным решением задачи (13), то из выпуклости функции $\varphi(x)$ следует, что точка x_k является решением задачи (14), то есть задача будет решена. В случае $y_k = x_k$ и точка y_k удовлетворяет соотношениям (14) − (15) выполняются соотношения:

$$-\varepsilon \leqslant \underset{x \in D}{min}\ \varphi(x) \leqslant \varphi_k(y_k) = 0$$

Тогда полагаем $x_{k+1} = x_k$ и проверяем условие (14) − (15) для номера $k + 1$ и так далее.

Метод золотого сечения

Далее при программной реализации метода условного градиента предполагается для решения задачи одномерной минимизации (14), используемый для выбора коэффициента α_n в (13), применить метод золотого сечения. Этот метод применяется для минимизации унимодальной функции одного переменного на отрезке. Напомним определение функции.

Функция $h(\alpha)$ называется унимодальной на отрезке $[a, b]$, если она непрерывна на $[a, b]$ и существуют числа c и d: $a \leqslant c \leqslant d \leqslant b$ такие, что:

1. $h(\alpha)$ строго монотонно убывает при $\alpha \in [a, c]$, если $a < c$,
2. $h(\alpha)$ строго монотонно возрастает при $\alpha \in [d, b]$, если $d < b$
3. $h(\alpha) = \underset{\alpha \in [a,b]}{min}(\alpha)$ при $\alpha \in [c, d]$.

Если $c = d$, то функция $h(\alpha)$ называется строго унимодальной на отрезке $[a, b]$.

Определение 1. Золотым сечением отрезка называется его разбиение на две части так, чтобы отношение длины всего отрезка к длине большей части равнялось отношению длины большей части к длине меньшей части отрезка.

Легко убедиться, что золотое сечение отрезка $[a, b]$ можно сделать двумя точками, а именно точкой $y = a + (3 - \sqrt{5})(b - a)/2 \approx a + 0.382(b - a)$ и точкой $z = a + (\sqrt{5} - 1)(b - a)/2 \approx a + 0.618(b - a)$.

Важным фактом является то, что точка y в свою очередь делает золотое сечение отрезка $[a, z]$, поскольку $z - y < y - a = b - z$ и $(z - a)/(y - a)/(z - y)$. А точка z при этом дает золотое сечение отрезка $[y, b]$. Пользуясь этим замечательным свойством предлагается следующий метод минимизации унимодальной функции $h(\alpha)$ на отрезке $[a, b]$.

1. Положим $a_1 = a, b_1 = b$. На отрезке $[a_1, b_1]$ возьмем точки y_1 и z_1, дающие золотое сечение отрезка $[a_1, b_1]$, и подсчитываем значения $h(y_1)$ и $h(z_1)$
2. Если $h(y_1) \leqslant h(z_1)$, то полагаем $a_2 = a_1,\ b_2 = z_1,\ z_2 = y_1$.
3. Если же $h(y_1) > h(z_1)$, то возьмем в качестве $a = y1,\ b_2 = b_1,\ y_2 = z_1$. Поскольку функция $h(\alpha)$ является унимодальной на отрезке $[a, b]$, то отрезок $[a_2, b_2]$ имеет общие точки с множеством $H = \{\beta \in [a, b] h(\beta) = \underset{\alpha \in [a,b]}{min}\}$ — точки минимума функции $h(\alpha)$ на $[a, b]$. Кроме того, имеем: $b_2 - a_2 = (\sqrt{5} - 1)(b_1 - a_1)/2$ И отрезок $[a_2, b_2]$ содержит одну из точек своего золотого сечения (y_2 или z_2), в который уже подсчитано значение функции $h(\alpha)$. Поэтому остается подсчитать вторую точку золотого сечения и значение функции $h(\alpha)$ в этой точке для того, чтобы аналогичными вычислениями определить отрезок a_3, b_3. Пусть уже найден отрезок $[a_k, b_k]$ такой, что $[a_k, b_k] \cap H^* \neq \varnothing$, $b_{k+1} - a_{k+1} = (\sqrt{5} - 1)/(b_k - a_n)/2$ На каждой итерации метода, значение самой функции в точке $h(\alpha)$ подсчитывается только один раз, либо в точке y_n, либо в точке z_k. Следовательно, чтобы получить точку минимума с точностью ε надо чтобы выполнялось неравенство: $\left(\dfrac{\sqrt{5} - 1}{2}\right)^k (b - a) \leqslant \varepsilon$,

В шестой главе рассматриваются результаты вычислительных экспериментов. Согласно заданным параметрам для производственной функции Кобба-Дугласа: $a_1 = 0,\ a_2 = 1,\ b_1 = 0.5,\ b_2 = 0.5,\ \alpha = 0.3,\ p = 5$, заданных вручную. Решение задачи оптимизации фирмы с помощью метода условного градиента можно представить в виде таблицы с набором значений:

W1	W2	A1	A2	X1	X2	П(x)
1	5	0	1	0.441	0.431	0.416
2	4	0	1	0.505	0.026	0.062
3	3	0	1	0.415	0.504	0.648
4	2	0	1	0.424	0.035	0.010
5	1	0	1	0.434	0.531	0.688

Искомые компоненты $x_1,\ x_2$ вектора x^* будут являться решением задачи. $\prod(x)$ - значение функции прибыли для x^* - оптимального, при ограничениях на ресурсы $w_1,\ w_2$ на заданном множестве D с ограничениями $a_1,\ a_2$.

Заключение. В ходе работы мы рассмотрели понятие фирмы, деятельности фирмы, производства, прибыли. Дали определение производственной функции, рассмотрели ее формальные свойства и характеристики.

Произвели постановку задачи оптимизации фирмы с условиями оптимизации – получения максимальной прибыли.Для решения задачи оптимизации прибыли фирмы рассмотрели и применили упрощенную задачу выпуклого программирования, теорему Куна-Таккера.

Далее получили решение задачи для производственной функции Кобба-Дугласа с функциями спроса на затраты и предложением выпуска. Получили решение для задачи максимизации выпуска фирмы и минимизация ее издержек в случае производственной функции с постоянной эластичностью замены ресурсов. Произвели решение задачи оптимизации фирмы численным методом условного градиента. Для чего использовали вспомогательную задачу метода золотого сечения. Создали программный продукт для нахождения оптимального решения задачи оптимизации фирмы. Осуществили некоторые экспериментальные расчеты и анализ полученных результатов.