

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧЕРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

Влияние внешнего периодического воздействия на ансамбль хаотических
элементов в химерном состоянии

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студента 4-го курса 422 группы

Направления 11.03.02. – Инфокоммуникационные технологии и
системы связи

Физического факультета

Чубенко Алексей Васильевич

Научный руководитель

профессор, д.ф.-м.н., профессор _____ Т.Е.Вадивасова

Зав. кафедрой

д.ф.-м.н., профессор _____ В.С.Анищенко

Саратов 2018

Введение

Многие объекты в природе, а также многие технические устройства и системы представляют собой совокупность большого числа нелинейных элементов, связанных различными типами взаимодействия. Это могут быть нелинейные сети, осцилляторные ансамбли и пространственно-организованные распределенные системы. Примерами таких многокомпонентных систем могут служить ансамбли полупроводниковых лазеров, системы контактов Джозефсона, нейронные системы, популяции живых организмов, транспортные и информационные системы, компьютерные и энергетические сети. Для таких сложных систем характерны сложные режимы колебаний во времени, такие как динамический хаос, а также сложные пространственные структуры. Исследования сложного поведения многокомпонентных систем, эффектов частичной синхронизации и образования кластеров, влияния характера динамики элементов системы и структуры связей между ними на пространственно-временную динамику системы на протяжении многих лет продолжают оставаться актуальным направлением научных исследований.

В последнее время большой интерес специалистов вызывает особый тип кластерных структур в ансамблях осцилляторов, называемый химерными состояниями или химерами. Характерной чертой химер является наличие кластеров когерентности и некогерентности. Элементы в когерентных кластерах имеют близкие состояния, а в кластерах некогерентности состояния значительно различаются и распределены нерегулярно. Удивительным является тот факт, что химеры возникают в ансамблях совершенно идентичных осцилляторов, связанных друг с другом одинаковым образом. Впервые подобное состояние было обнаружено Курамото и Баттогтохом в одномерном ансамбле плотно и равномерно распределенных осцилляторов, описываемых комплексным уравнением Гинзбурга-Ландау с нелокальным взаимодействием экспоненциальной формы. За этой работой последовала работа Абрамса и Строгаца, в которой химера наблюдалась в одномерном непрерывном кольце фазовых осцилляторов с нелокальной связью,

задаваемой косинусом. Именно в этой работе впервые был использован термин «химера».

Интерес к химерам связан с распространенностью данного явления в ансамблях различных нелинейных элементов и важной ролью, которую, такие состояния могут играть в природе и технике. Исследование химерных состояний может оказаться важным для понимания функционирования мозга, поскольку считается, что с их помощью можно объяснить всплески нейронной активности, с которыми связываются механизмы настройки визуальной ориентации и рабочей памяти, а также феномен однополушарного сна, наблюдаемого у дельфинов и других животных, которые спят с одним открытым глазом, что указывает на то, что одно полушарие мозга синхронизовано, а другое - асинхронно. По этой причине особенно интересно, что химерные состояния наблюдались в нейронных моделях с возбуждающей связью, а также в сетях осцилляторов ФитцХью-Нагумо и Хиндмарша-Роуз. Есть вероятность обнаружения химерных состояний в сверхпроводящих устройствах, например, в массивах сверхпроводящих квантовых интерферометров. При этом важным является поиск путей эффективного управления химерными состояниями, что сделает большие массивы лазеров более эффективными. Управление химерными состояниями может найти применение в фиброскопах и сенсорах, используемых в лазерной медицине, а также сенсорах. Можно предположить, что химероподобные состояния могут возникать и играть существенную роль в таких сложных многокомпонентных системах, как энергитические и компьютерные сети, хотя в настоящее время какие-то конкретные результаты, касающиеся таких систем, отсутствуют.

Задача управления химерными состояниями посредством целенаправленных внешних воздействий является достаточно интересной и важной. Однако проблема влияния периодических воздействий на химерные состояния в научной литературе практически не рассматривалась за исключением работы, в которой исследуется ансамбль нелокально связанных

хаотических осцилляторов Рёсслера с внешним периодическим воздействием. Работа, в основном, посвящена эффекту формирования кластера некогерентности при локальном воздействии на группу осцилляторов в режиме частичной когерентности ансамбля при гладком мгновенном пространственном профиле. Влиянию внешнего воздействия на уже сформировавшиеся в ансамбле химерные структуры уделяется незначительное внимание. При этом отмечается, что локализованное периодическое воздействие на кластер некогерентности фазовой химеры приводит к ее уничтожению, в то время как аналогичное воздействие на амплитудную химеру вызывает исчезновение некогерентного кластера на прежнем месте и появление на новом. Данные выводы нуждаются в более детальной проверке и подтверждении с использованием других моделей ансамбля хаотических элементов.

Цель выпускной квалификационной работы состоит в исследовании влияния локализованного и глобального внешнего периодического воздействия на ансамбль нелокально связанных хаотических элементов в режиме химерных состояний и установлении возможностей управления характером пространственной структуры с помощью внешних периодических воздействий малой амплитуды. В качестве исследуемой модели ансамбля используется ансамбль логистических отображений.

1. Исследуемая модель ансамбля

В качестве исследуемой модели в работе выбран ансамбль нелокально связанных логистических отображений. Логистическое отображение задается в виде

$$x(n+1) = f(x(n)) = \alpha - x^2(n), \quad (1)$$

где α -- параметр управляющий динамикой отображения. Логистическое отображение является одной из фундаментальных моделей нелинейной

динамики и отражает многие особенности, характерные для более сложных систем с хаотическим поведением. Оно демонстрирует бифуркации удвоения периода циклов. При $\alpha \approx 1.46$ в отображении (1) происходит переход к хаотическому поведению. Уравнения исследуемого ансамбля отображений имеют вид

$$x_j(n+1) = f(x_j(n)) + \frac{\sigma}{2P} \sum_{k=j-P}^{j+P} [f(x_k(n)) - f(x_j(n))] + F_j(n), \quad j = 0, 1, \dots, N-1, \quad (2)$$

где индекс j -- номер элемента в ансамбле, $f(x)$ - функция, задающая отдельно взятое логистическое отображение вида (1), σ -- сила связи, P -- число соседей, связанных с j -м элементом с каждой стороны, N - число элементов в ансамбле.

Граничные условия являются периодическими: $x_{j \pm N}(n) = x_j(n)$. Степень нелокальности связи характеризуется радиусом связи $r = P / N$. На элементы ансамбля воздействует внешняя гармоническая сила $F_j(n)$, задаваемая следующим выражением:

$$F_j(n) = \begin{cases} A \cos(2\pi\nu n + \theta_0), & j \in [m_1; m_2], \\ 0, & j \notin [m_1; m_2]. \end{cases} \quad (3)$$

где A -- амплитуда гармонического воздействия, ν -- частота воздействия, θ_0 -- начальная фаза воздействия. Предполагается, что одна и та же внешняя сила воздействует на ансамбль в определенной области пространства в интервале от m_1 до m_2 . Вне этой области амплитуда воздействия равна нулю. Таким образом, воздействие является локализованным в пространстве, если $[m_1; m_2] \subset [1; N]$. В случае $m_1 = 1, m_2 = N$ воздействие становится глобальным (т.е. одна и та же сила действует на все элементы ансамбля).

- 2. Результаты численного моделирования влияния внешнего воздействия на поведение исследуемого ансамбля в режиме комбинированной химеры**
- Зафиксируем следующие параметры исследуемой модели (2): $N = 1000, \alpha = 1.71, r = 0.32$. При выбранном значении α динамика элементов в отсутствии

связи является хаотической. В качестве начальных условий выберем реализацию случайных значений $x(0) \in [0; 1]$, созданных генератором случайных чисел с равномерным распределением, которая приводит к установлению в ансамбле химерного состояния. Далее, после достаточно длительного периода установления, будем подавать на элементы ансамбля периодическое внешнее воздействие и следить за тем, как меняется поведение ансамбля.

2.1. **Случай однородного внешнего воздействия**

При $\sigma = 0.29$ в ансамбле без внешнего воздействия был выбран режим, соответствующий комбинированной химерной структуре, включающей как фазовую, так и амплитудную химеры. Этот режим проиллюстрирован на рис.1. На рис.1(а) приведен мгновенный пространственный профиль, который представляет собой множество значений динамических переменных x_j в один и тот же момент времени. Мгновенный профиль позволяет определить химерное состояние. Два кластера некогерентности фазовой химеры отмечены на графике цифрой 1, а кластер некогерентности, принадлежащий амплитудной химере, - цифрой 2. Фрагменты колебаний во времени для двух элементов, из области 1 и элемента из области 2 приведены на рис.1(б) и рис.1(в), соответственно. Элементы из области 1 принадлежат кластеру некогерентности фазовой химеры. Как видно из рис.1(б), их колебания являются слабо хаотическими и имеют сдвиг во времени на одну итерацию (сдвиг фаз на π), что типично для фазовой химеры. Колебания, на рис.1(в) соответствуют некогерентному кластеру амплитудной химеры. Они имеют более заметный хаотический характер, они происходят в одной фазе, но с существенным разбросом значений мгновенных амплитуд.

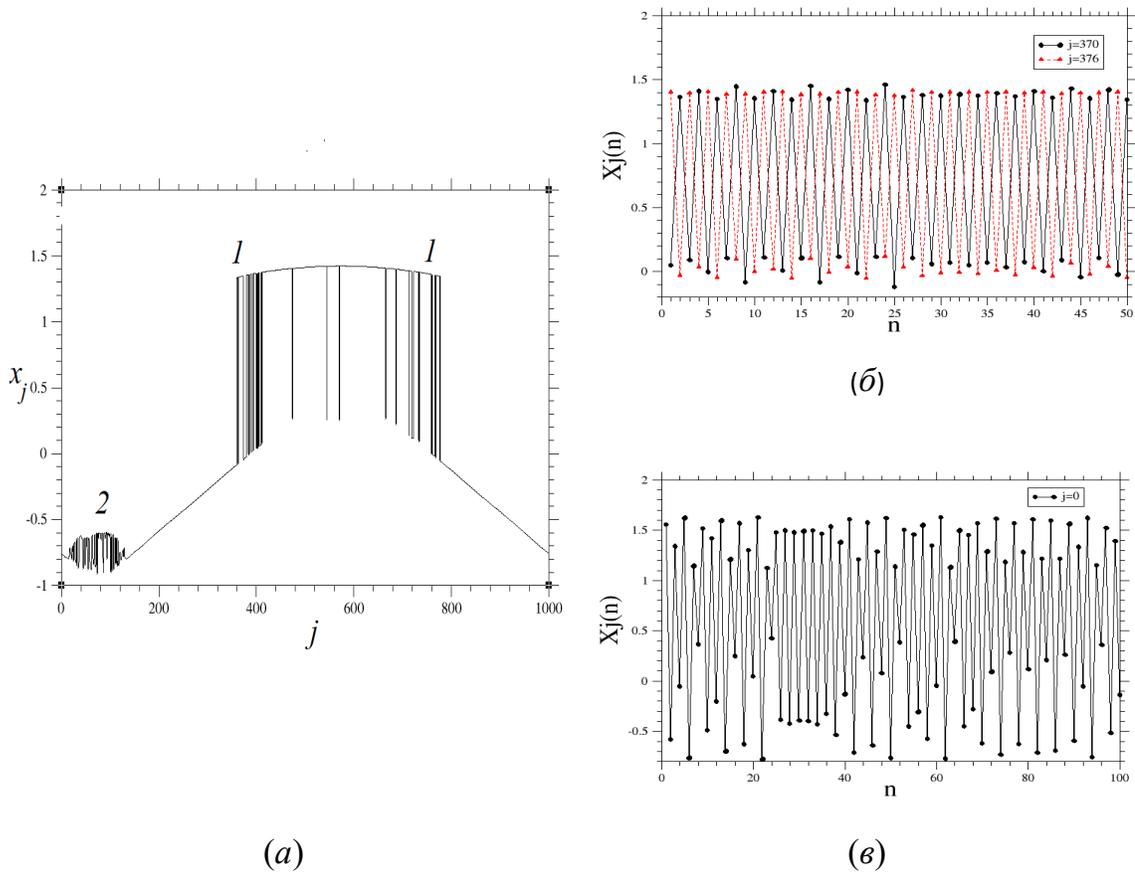


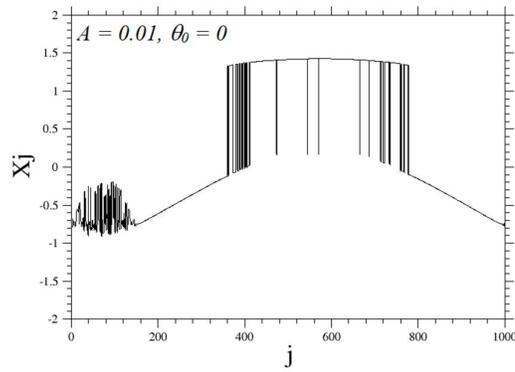
Рисунок 1. Режим комбинированной химеры в автономном ансамбле (2) при $\alpha=1.71$, $\sigma = 0.29$, $r = 0.32$: а – мгновенный пространственный профиль; б – колебания элементов $j = 370$ (верхнее состояние), $j = 376$ (нижнее состояние) в кластере некогерентности фазовой химеры; в -- колебания элемента $j = 0$ в кластере некогерентности амплитудной химеры. Время установления химерной структуры (без воздействия) $n_0=10000$ итераций.

Будем подавать периодическое воздействие одной и той же амплитуды, частоты и фазы на все элементы ансамбля, зафиксировав частоту воздействия $\nu = 0.5$ (что соответствует периоду в две итерации).

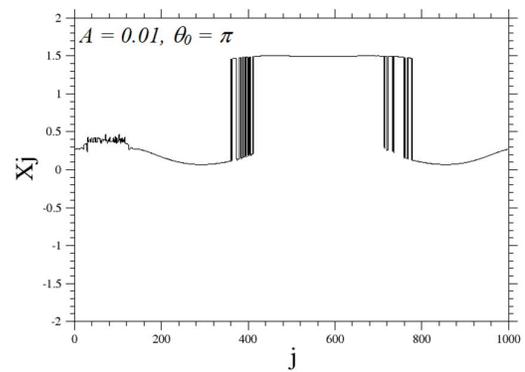
Рассмотрим, как изменяется химерная структура, существующая при $\sigma = 0.29$ и проиллюстрированная на рис.1. Эволюция формы мгновенного пространственного профиля с ростом амплитуды воздействия A проиллюстрирована на рис.2(а)-(е). Фрагменты (а), (в), (д), (ж), (и), (л)

приведенные в левом столбце, соответствуют значению начальной фазы воздействия $\theta_0 = 0$, фрагменты (б), (г), (е), (з), (к), (м) в правом столбце – начальной фазе $\theta_0 = \pi$. Можно отметить, что результат воздействия существенно зависит от начальной фазы θ_0 периодического внешнего сигнала периодического внешнего сигнала. При $\theta_0 = 0$ воздействие небольшой амплитуды практически не меняет пространственную структуру. Некогерентные кластеры фазовой химеры сохраняются, разброс состояний в кластере амплитудной химеры несколько увеличивается по амплитуде (см. рис.2(а),(в),(д),(ж),(и)). При $A = 0.05$ характер структуры резко меняется и возникает пространственно-неупорядоченное распределение мгновенных состояний (рис.2(л)) при хаотической динамике во времени (пространственно-некогерентный хаос).

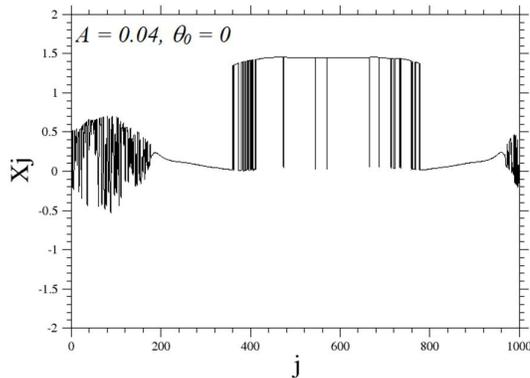
При $\theta_0 = \pi$ слабое воздействие приводит к подавлению амплитудной химеры и постепенному сужению некогерентных кластеров фазовой химеры (см. рис.2(б),(г)). Затем фазовая химера также исчезает, что приводит к установлению режима с кусочно-гладким пространственным профилем (см. рис.2(е)). При амплитуде воздействия $A = 0.07$ снова наблюдается кластер амплитудной химеры, но уже в другом месте – на верхнем участке графика в центре области когерентности исчезнувшей фазовой химеры (рис.2(з)). Затем пространственный профиль перестраивается, и амплитудная химера снова меняет расположение (рис.2(и)). При дальнейшем увеличении амплитуды воздействия устанавливается пространственно-некогерентный хаос. Пример соответствующего мгновенного пространственного профиля при $A = 0.09$ приведен на рис.2(л).



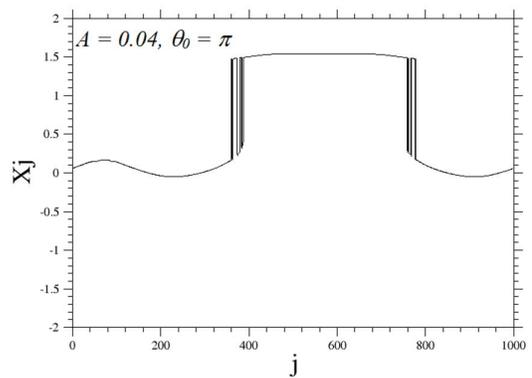
(a)



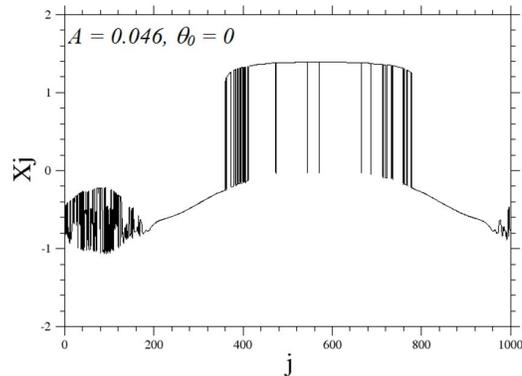
(б)



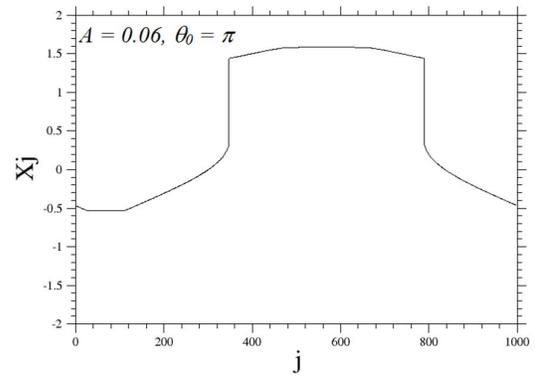
(в)



(г)

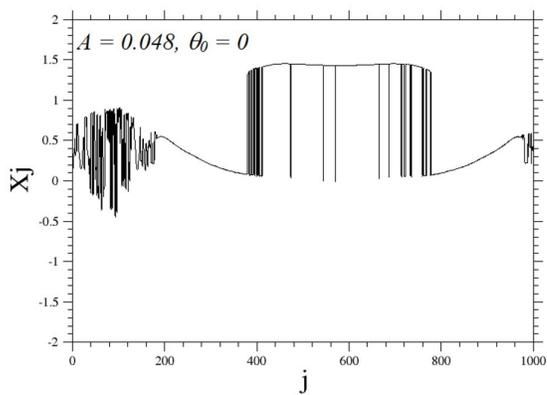


(д)

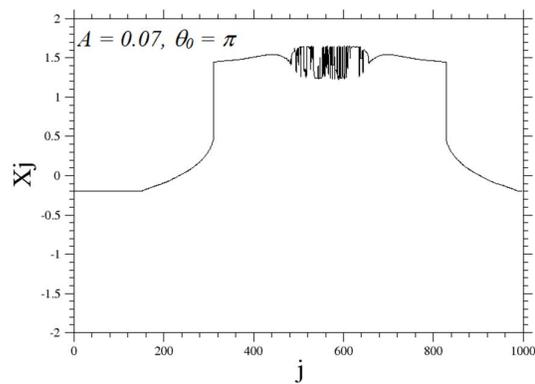


(е)

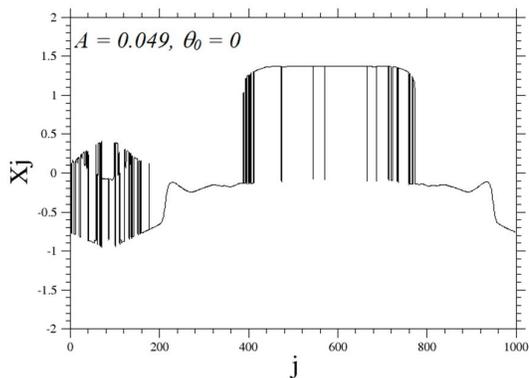
Рисунок 2. Искажения пространственного профиля комбинированной химеры при $\sigma = 0.29$ в случае однородного периодического воздействия на все элементы ансамбля (2): а, в, д, ж, и, л – мгновенные профили при различных значениях амплитуды воздействия и начальной фазе воздействия $\theta_0 = 0$; б, г, е, з, к, м – мгновенные профили при различных значениях амплитуды воздействия и начальной фазе воздействия $\theta_0 = \pi$. Время установления химерной структуры без воздействия $n_0=10000$ и в присутствии воздействия $n_1=2000$



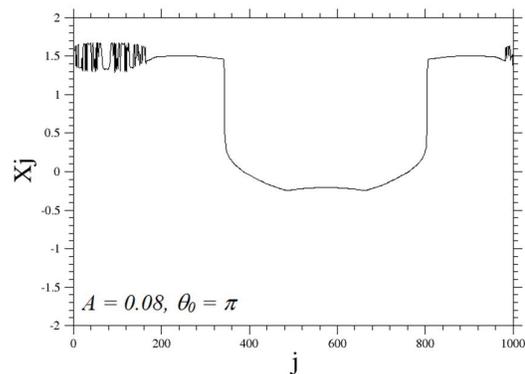
(Ж)



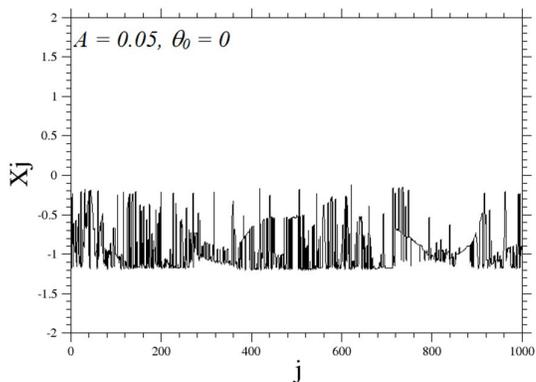
(З)



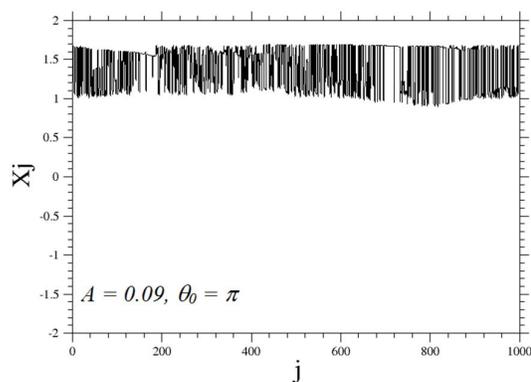
(И)



(К)



(Л)



(М)

Рисунок 2. Продолжение ($\sigma = 0.29$)

В ВКР были так же рассмотрены данные разделы с приведенными к ним расчетными и графическими данными:

1.

2.

2.2. Случай локализованного внешнего воздействия

2.2.1. Воздействие на кластер некогерентности амплитудной химеры

2.2.2. Воздействие на кластер некогерентности фазовой химеры

2.2.3. Воздействие на группу элементов в центре кластера когерентности

2.2.4. Одновременные внешние воздействия на два кластера некогерентности

Выводы

Проведенные исследования влияния глобального и локализованного периодического внешнего воздействия на ансамбль хаотических элементов с нелокальным взаимодействием в химерном состоянии позволяют сделать важный вывод о том, что пространственной структурой ансамбля в химерном состоянии и ее частями можно управлять с помощью внешнего периодического воздействия. При этом для эффективного влияния воздействия на структуру достаточно внешнего сигнала, амплитуда которого на порядок меньше амплитуды собственных колебаний элементов в ансамбле. Таким образом, управляющий внешний сигнал можно считать слабым.

Более детально можно сформулировать следующие результаты:

- При глобальном воздействии на все элементы ансамбля одним и тем же сигналом определенной амплитуды можно устранить кластеры некогерентности амплитудной и фазовой химеры и получить кусочно-гладкий пространственный профиль, даже если оба типа химерных

кластеров существуют в ансамбле одновременно, как элементы одной пространственной структуры.

- Важную роль при устранении кластеров некогерентности играет правильный выбор начальной фазы воздействия.
- При достаточно сильном глобальном воздействии происходит разрушение химерной структуры с переходом в режим пространственного хаоса.
- Локальное воздействие на выбранный кластер некогерентности, или одновременное локальное воздействие на два кластера, также позволяют при определенном подборе амплитуд и фаз воздействия, устранить некогерентные кластеры амплитудной и фазовой химеры.
- Можно предположить, что механизмом уничтожения амплитудной химеры является эффект подавления хаотических колебаний, в то время, как механизмом уничтожения фазовой химеры служит эффект фазовой синхронизации элементов внешней силой.
- Локальное воздействие периодическим сигналом при достаточной амплитуде воздействия может возбудить кластер некогерентного поведения, подобный амплитудной химере, в любом месте структуры, в том числе в центре области когерентного поведения. При этом амплитуда воздействия, как правило, не превосходит амплитуду собственных колебаний в ансамбле.