

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математической экономики

АВТОРЕФЕРАТ

на магистерскую работу

«Оценка стоимости барьерных опционов методом Монте-Карло»

студента (ки) 3 курса 391 группы

специальности 38.04.01 – Экономика

механико-математического факультета

Бичик Вероники Евгеньевны

фамилия, имя, отчество

Научный руководитель

Профессор, д. э. н, профессор

В.А.БАЛАШ

должность, уч.степень, уч.звание

подпись, дата

инициалы, фамилия

Зав. кафедрой

Профессор, д. ф.-м. н, профессор

С.И.ДУДОВ

должность, уч.степень, уч.звание

подпись, дата

инициалы, фамилия

Саратов 2017

ВВЕДЕНИЕ

Барьерные опционы обращались на американском рынке еще до 1975 г. Базисным активом по ним служили акции, что было связано с особенностями маржинальной торговли акциями. Но наибольшую популярность барьерные валютные опционы завоевали в Японии, в конце 80-х годов.

Особенность японского финансового учета в том, что уплаченная опционная премия рассматривается как текущие затраты, а полученная премия - как прибыль. В результате с позиций клиентов покупка опционов выглядела весьма эффективным средством не только хеджировать риски, но и оптимизировать налоговые выплаты. Спрос родил предложение и японские банки стали продавать гораздо больше валютных опционов, чем покупать.

Однако непокрытая продажа опционов несет неограниченный риск и японские банки вынуждены были искать выход. Он был найден в барьерных опционах knock-out, которые прекращали свое действие, если курс иены достигал оговоренного уровня. Такая система была выгодна и клиентам, так как позволяла им уменьшить расходы на премию, и тем более банкам, которые в условиях усиления волатильности курса могли спокойно выписывать опционы knock-out, большая часть которых прекращала действие до истечения срока.

В мире инвестирования опционом (option) называется контракт, заключенный между двумя лицами, в соответствии с которым одно лицо предоставляет другому лицу право купить определенный актив по определенной цене в рамках определенного периода времени или предоставляет право продать определенный актив по определенной цене в рамках определенного периода времени.

Лицо, которое приобретает (покупает), опцион называется покупателем. Лицо (инвестор), продающее опцион, называется продавцом опциона. Инвестор-лицо или организация, совершающее связанные с

риском вложения капитала, направленные на следующее получение прибыли (инвестиции). Существует большое разнообразие контрактов, имеющих черты опционов. Много разновидностей можно найти даже среди широко распространенных финансовых инструментов. Однако, только по отношению к определенным инструментам используют термин «опционы». Другие же инструменты, хотя имеют похожую природу, именуется по-иному.

Предметом исследования магистерской работы является модели и методы оценки стоимости барьерных опционов.

Объектом исследования являются барьерные опционы, а именно колл и пут опционы.

Целью данной работы является изучение моделей и методов оценки стоимости барьерных опционов.

Для достижения поставленной цели в работе ставятся следующие задачи:

- Рассмотрение барьерных опционов;
- Изучение алгоритмов оценивания стоимости барьерных опционов с помощью модели Блэка-Шоулза и метода Монте-Карло;
- Расчет стоимости барьерного опциона с помощью выбранных моделей и методов;
- Анализ и определение наиболее лучше модели или метода для расчета.

В первой главе «Барьерные опционы» рассмотрены определение, понятие, особенности и виды барьерных опционов. В данной главе так же описаны преимущества барьерных опционов над стандартными.

Существует два основных вида опционов – это опционы «call» и «put».

Опционы «call»

Наиболее известный опционный контракт – это опцион «call» (call option) на акции. Он предоставляет покупателю право купить («отозвать») определенное число акций определенной компании у продавца опциона по определенной цене в любое время до определенной даты включительно.

Опционы «put»

Второй вид опционного контракта – это опцион «put» (put option). Он дает право покупателю продать определенное количество акций определенной компании продавцу опциона по определенной цене в любой момент времени до определенной даты включительно

Барьерные опционы очень похожи на обычные опционы европейского типа за исключением того, что для них дополнительно определяется второй страйк – триггер (trigger). Когда рынок достигает его, опцион автоматически пробуждается – в случае опционов “нок-ин” (knockin options) – или, напротив, его срок автоматически истекает – в случае опционов “нок-аут” (knockout options).

Таблица 1-Подтипы барьерных опционов

	In	Out
Down	<i>Вступает в действие, если цена упадет до барьера</i>	<i>Прекращает действие, если цена упадет до барьера</i>
Up	<i>Вступает в действие, если цена вырастет до барьера</i>	<i>Прекращает действие, если цена вырастет до барьера</i>

Есть основные преимущества барьерных опционов над стандартными:

- Барьерные опционы менее подвержены риску чем стандартные опционы.
- Премии по барьерным опционам ниже, чем по обычным опционам.
- Барьерные опционы являются более сложными, чем обычные опционы, так как платежи по таким опционам зависят от многих факторов.

Во второй главе **«Модели и метод оценки стоимости барьерных опционов»** рассмотрены биномиальная модель, модель Блэка-Шоулза и метод Монте-Карло. По модели Блэка-Шоулза с помощью программы Excel был рассчитан опцион call down-and-in, для которого исходным параметром взяты акции American Express Co за 2017 год. В данной работе была рассчитана стоимость барьерного опциона с помощью метода Монте-Карло, а так же методами снижения дисперсии при моделировании Монте-Карло. Были произведены расчеты методом антитетических переменных, условным методом, а так же методом выборки по значимости. По результатам расчетов были сделаны выводы о наиболее точном методе, который был рекомендован для расчета стоимости барьерного опциона в заключении работы.

Биномиальная модель оценки опционов основана на построении биномиального дерева (решетки).

Модель Блэка-Шоулза это модель, которая определяет теоретическую цену на европейские опционы, подразумевающая, что если базовый актив торгуется на рынке, то цена опциона на него неявным образом уже устанавливается самим рынком. Согласно Модели Блэка – Шоулза, ключевым элементом определения стоимости опциона является ожидаемая волатильность базового актива. Ожидаемая волатильность-статистический финансовый показатель, характеризующий изменчивость

цены. В зависимости от колебания актива, цена на него возрастает или понижается, что прямо пропорционально влияет на стоимость опциона.

Метод Монте-Карло является удобным инструментом для определения справедливой цены опционов, зависимой от траектории, а также производных ценных бумаг, для стоимости которых аналитическое выражение не известно. Моделирование методом Монте-Карло может быть использовано для ценообразования производных ценных бумаг, оценки стоимости под риском и моделирование стратегий хеджирования. Основными преимуществами метода Монте-Карло являются относительная простота использования и гибкость. Недостаток моделирования методом Монте-Карло связан с большим объемом вычислений. Вычислительные затраты могут быть уменьшены методами сокращения дисперсии.

При использовании моделирования методом Монте-Карло для оценки опционов, необходимо выполнить три этапа :

- Имитировать n выборочных путей цены базового актива за временной интервал
- Рассчитать выигрыш опциона для каждого пути
- Усреднить значение дисконтированных выплат по выборочным путям

Методы снижения дисперсии при моделировании методом Монте-Карло

Рассмотрим оценку барьерного опциона с помощью методов уменьшения дисперсии.

Антитетические переменные

В симуляциях Монте-Карло увеличение размера выборки является дорогостоящим. Итак, можно сосредоточиться на уменьшении дисперсии выборки. Метод антитетических переменных состоит в замене независимых X_i на отрицательно коррелированные случайные величины.

Метод контрольных переменных

Метод контрольных переменных -это еще один способ уменьшить дисперсию и сгенерировать более точные результаты. Предположим, что

хотим оценить $\Theta = E(X)$ и существует еще одна случайная переменная Y , которая в некотором смысле коррелирует с X , с известным ожиданием $E(Y)$. Переменная Y называется контрольной переменной. Можно определить случайную величину Z как:

$$Z = X + c(Y - E(Y)) \quad (2.50)$$

Где $c \in \mathbb{R}$. Ясно, что $E(Z) + c(E(Y) - E(Y)) = E(X)$, поэтому можем применить симуляцию Монте-Карло к Z вместо $E(X)$. У нас так же есть:

$$D(Z) = D(X + cY) = D(X) + 2c \text{Cov}(X, Y) + c^2 D(Y) \quad (2.51)$$

Чтобы минимизировать дисперсию, необходимо выбрать оптимальное значение c . Простое исчисление дает:

$$c_{\min} = \frac{-\text{Cov}(X, Y)}{D(Y)}$$

Условный Монте-Карло

Рассмотрим опцион put down-and-in, цена которого P_{di} . Условный Монте-Карло базируется на следующей идее: продолжаем моделирование, как только цена акций достигнет барьера, считаем формулу Блэка-Шоулза для вычисления опциона *put*, вместо моделирования ценового пути до истечения срока действия. Вычислительные затраты уменьшаются, так как часть расчетов можно выполнить аналитически и для этой части нет необходимости применять метод Монте-Карло.

Выборка по значимости

Выборка по значимости заключается в изменении распределения вероятности базовой цены таким образом, чтобы вероятность пересечения барьера была увеличена.

Предположим, что хотим оценить $\Theta = E_f[h(X)] = \int h(x)f(x)dx$, где математическое ожидание с использованием плотности $f(x)$ и $h(x)$ является функцией случайной величины X . Если знаем другую плотность $g(x)$, которая удовлетворяет условию $f(x) = 0$ всякий раз, когда $g(x) = 0$, можно написать:

$$\Theta = \int h(x) \frac{f(x)}{g(x)} g(x) dx = E_g \left[h(X) \frac{f(x)}{g(x)} \right] \quad (2.58)$$

В третьей главе «**Расчет стоимости барьерного опциона методом Монте-Карло**» произведена оценка стоимости барьерного опциона с помощью данного метода. В данной главе представлено пошаговое описание расчетов и промежуточные результаты, которые были произведены.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Барьерные опционы являются примером экзотических опционов, которые не так широко представлены на рынке, как классические виды производных финансовых инструментов. Барьерные опционы стали более заметны на рынке производных в 1960-х гг., когда стали активно использоваться как инструмент хеджирования валютных рисков. Как правило, стоимость, или премия, барьерного опциона ниже стоимости аналогичного, т.е. на покупку или на продажу, классического опциона, однако в премию барьерного опциона заложены ожидания относительно будущего изменения стоимости базового актива. Следовательно, оценка стоимости барьерных опционов позволяет построить прогноз на валютном рынке. В работе была рассмотрена модель Блэка-Шоулза. Модель Блэка-Шоулза рассчитывает не только стандартные опционы, но так же применима к барьерным. По данной модели были рассчитаны стоимость опциона call down-and-in и call down-and-out при разном барьерном уровне. Материалов на русском языке по данной тематике не так много, поэтому вопрос оценки барьерных опционов в свете прогнозирования валютного курса является актуальным.

Как видно из реализации метода Монте-Карло, любой стохастический процесс может быть построен под данный метод. Эту процедуру можно также распространить на ситуации, в которых размер выигрыша зависит от нескольких рыночных показателей. Однако у данного метода есть недостатки. К ним относятся его скорость и сложность оценки ситуаций, в которых целесообразно досрочно исполнить контракт. В то же время это, безусловно, оправдывается универсальностью применения метода.

Напротив, модель Блэка-Шоулза предлагает аналитическую формулу для нахождения справедливой стоимости опциона. Такой подход упрощает решение задачи в случае с обычными европейскими опционами, однако

становится неприемлемым для расчета стоимости других видов «экзотических» опционных контрактов.

Таким образом, для получения более точной оценки стоимости опционов целесообразно применять оба метода.

Так же в магистерской работе были произведены расчеты цены барьерного опциона по методу антитетических переменных, условному методу и методу выборки по значимости. Данные методы являются методами снижения дисперсии при моделировании методом Монте-Карло. Из произведенных расчетов, результаты которых были приведены в работе, можно сделать вывод о том, что наиболее точную оценку дает метод выборки по значимости. Таким образом, данный метод рекомендуем для расчета стоимости барьерного опциона.

Список использованных источников включает 20 позиций.

Некоторые источники:

Жуленев С.В. Финансовая математика. Введение в классическую теорию часть 2 / С.В Жуленев :Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2012. 433 с.

Люу, Ю.Д. Методы и алгоритмы финансовой математики / Ю.Д. Люу; пер. Бином. : Лаборатория знаний, 2007. 738 с.

Буренин, А.Н. Форварды, фьючерсы, опционы, экзотические и погодные производные / А.Н Буренин. : Научно-техническое общество имени академика С.И Вавилова, 2005. 523 с.

Халл, Д.К. Опционы, фьючерсы и другие производные финансовые инструменты / Д.К Халл. : Вильямс, 2007. 1045 с.

Галиц, Л. Финансовая инженерия : инструменты и способы управления финансовым риском / Л. Галиц. : ТВП, 1998.

Лука, К. Торговля на мировых валютных рынках / К. Лука; пер. М.:Альпина. : Бизнес Букс, 2005. 697 с.

Фельдман, А.Б. Производные финансовые и товарные инструменты: Финансы и статистика / А. Б. Фельдман. : Финансы и статистика, 2003. 240 с.