

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра теории функций и стохастического анализа

АВТОРЕФЕРАТ

на выпускную квалификационную работу магистра

**«Формирование оптимального состава имущественного страхового
портфеля»**

студентки 3 курса 391 группы

направление 38.04.01 – Экономика

механико-математического факультета

Пчелинцева Анна Алексеевна

Научный руководитель

д.ф.-м.н., доцент

С.П. Сидоров

Зав. кафедрой

д.ф.-м.н., доцент

С.П. Сидоров

Саратов 2017

ВВЕДЕНИЕ

К настоящему времени исследования в области принятия решения в условиях риска привели к созданию стройной теории управления рисками. Один из ее наиболее важных разделов — теория выбора портфеля. Создателем теории инвестиционного портфеля является американский экономист Гарри Марковиц (H.M.Markowitz). Предложенная Г. Марковицем концепция решения задачи об оптимальном инвестиционном портфеле положила начало обширному направлению исследований рыночного портфеля, финансовых рынков и других смежных вопросов, связанных с принятием решений в условиях риска. За разработку теории выбора портфеля и ее обобщения Г. Марковицу, У. Шарпу и М. Миллеру в 1990 г. присуждена Нобелевская премия по экономике. В дальнейшем метод Г. Марковица широко применялся в различных задачах финансовой математики, в частности этот метод был использован и в задачах финансово-экономического управления страховой деятельностью. В предположении о пуассоновском характере распределения числа страховых событий подход Г. Марковица приводит задачу оптимизации страхового портфеля к схеме линейного программирования, что ее принципиально отличает от аналогичной задачи оптимизации инвестиционного портфеля, где имеет место схема квадратического программирования.

Данная работа показывает, что к схеме линейного программирования задача об оптимальном портфеле сводится и в том случае, если распределение числа страховых событий отлично от пуассоновского распределения.

В комплексе задач финансово-экономического управления деятельностью страховой компании задача формирования страхового портфеля занимает одно из самых значительных мест по ряду причин. Во-первых, в процессе решения данной задачи страховщик получает возможность без существенных затрат, которые неизбежно возникают при использовании других способов уменьшения влияния рискованных факторов на

финансово-экономические результаты деятельности страховой компании (использование гарантийных резервов, механизмов перестраховочной защиты), получить лучшую комбинацию интенсивностей реализации различных видов страхования в страховом портфеле. Во-вторых, при решении этой задачи страховщик имеет возможность упорядочить виды страхования по предпочтительности их включения в страховой портфель. В-третьих, в процессе оптимизаций состава страхового портфеля андеррайтер получает возможность оценить влияние на обобщенные показатели страхового портфеля важнейших управляющих факторов: уровня принятого на удержание страхового риска (при делении страхового риска со страхователем), уровня собственного удержания (при делении страхового риска с перестраховщиками).

Магистерская работа включает в себя четыре главы и Приложение А. В первой главе работы рассматривается современное состояние имущественного страхования в РФ, производится анализ развития в сравнении 2015 — 2016 гг. Вторая и третья главы посвящены изучению решения поставленной задачи с математической точки зрения. В четвертой главе разрабатывается алгоритм решения задачи в программной среде Matlab для подразделения страховой компании, реализующей страховые полисы, приводятся результаты вычислений и промежуточные выводы. Приложение А включает программный код Matlab для решения поставленной задачи.

Страхование является неотъемлемым компонентом экономической и социальной сферы, важным элементом рыночной инфраструктуры, оно непосредственно затрагивает интересы общества и хозяйствующих субъектов, обеспечивая защиту их интересов.

Роль страхования в социально-экономическом развитии общества проявляется в следующих основных направлениях:

- снижении степени риска неблагоприятного исхода операций;
- экономической стабильности за счет возмещения ущерба и потерь;
- участия временно свободных средств страховых фондов в инвестиционной деятельности;
- пополнении доходов государственного бюджета за счет части прибыли страховых организаций.

Экономическая сущность имущественного страхования состоит в предоставлении страховой защиты. Страховую защиту можно объяснить как двустороннюю реакцию человечества на возможные опасности природного, техногенного, экономического, социального, экологического и другого происхождения. С одной стороны, страховая защита вызывается объективной потребностью физических и юридических лиц в сохранении своих имущественных интересов, связанных с различными сторонами жизнедеятельности. С другой стороны, эта потребность сопровождается соответствующей способностью людей в обеспечении названных интересов.

Имущественное страхование — это отрасль страхования, в которой объектом страховых отношений выступает имущество в различных видах и имущественные интересы. Застрахованным может быть как собственное имущество страхователя, так и находящееся в его владении, пользовании и распоряжении. Имущественное страхование включает следующие виды:

- страхование наземного, воздушного и водного транспорта
- страхование грузов
- страхование других видов имущества
- страхование финансовых рисков.

Современное состояние страхового рынка свидетельствует о его динамичном развитии. Страхование является одним из стратегических факторов эффективного функционирования и успешного развития экономических отношений в стране. Оно позволяет решать проблемы социального и пенсионного обеспечения, способствует росту благосостояния граждан, а также повышает инвестиционный потенциал государства. К тому же проблема мирового финансового кризиса затронула все отрасли экономики, в том числе и рынок страховых услуг.

Страхование в России еще является скорее необходимостью, чем осознанным выбором. Развитие страхования происходит крайне медленно — власти не спешат заниматься вводить в действие новые виды страхования. Но этому немало способствует так же и то, что не чувствуется потребности населения в тех или иных продуктах. Страхование сегодня в России — это, в подавляющем большинстве, имущественное страхование. Поэтому в настоящий момент имущественное страхование является весьма перспективным сектором страхового рынка, активно реагирующим на все происходящие в этой сфере изменения.

Главная предпосылка задачи об оптимальном составе страхового портфеля состоит в том, что различные виды страхования обладают значительно отличающимися статистическими характеристиками, то есть при одинаковой сумме страховых премий, собранной в различных видах страхования, математическое ожидание и разброс страховых возмещений, соответствующих одной и той же страховой премии, могут существенным образом отличаться. Задаче об оптимальном страховом портфеле может быть дана следующая формулировка: требуется сформировать такой состав страхового портфеля, в котором при заданном значении математического ожидания страховой выручки дисперсия выручки как случайной величины была бы минимальной. Данная задача решается путем выбора оптимальных плановых решений относительно объемов реализации различных видов страховых продуктов.

Постановку задачи об оптимальном составе страхового портфеля обуславливают ряд предпосылок. Главная из них состоит в том, что различные виды страхования обладают значительно отличающимися статистическими характеристиками, то есть при одинаковой сумме страховых премий, собранной в различных видах страхования, математическое ожидание и разброс страховых ущербов (возмещений), соответствующих одной и той же страховой премии, могут существенным образом отличаться. Данное обстоятельство позволяет поставить вопрос об отыскании такой комбинации страховых продуктов, которая бы при некотором заданном (желаемом) уровне страховых премий обеспечивала минимальный разброс совокупного страхового возмещения, то есть соответствовала бы минимальному риску (уровню случайности) финансово-экономического результата страховой деятельности.

Сформулированная в содержательных терминах задача определения оптимального состава страхового портфеля позволяет перейти к следующему этапу ее решения — формализации. С этой целью введены следующие обозначения:

1. В качестве управляемых переменных в отдельных видах страхования будем рассматривать значения выручки

$$V_i = Pr_i + X_i \quad (i = 1, 2, \dots, m), \quad (1)$$

где m — число видов страхования;

Pr_i — сумма собираемой страховой премии в i -ом виде страхования;

X_i — случайная величина страховых возмещений в i -ом виде страхования.

2. В качестве управляющего параметра в каждом виде страхования принимается число страховых полисов N_i ($i = 1, 2, \dots, m$).
3. В качестве меры доходности в i -ом виде страхования принимается математическое ожидание выручки $M\{V_i\}$.
4. В качестве меры риска — разброса показателя выручки принимается ее

дисперсия $D\{V_i\}$.

С учетом принятых обозначений задачу формирования оптимального состава страхового портфеля можно записать следующим образом:

$$\min_{N_i} \{ \sum_{i=1}^m D\{V_i\} | M\{V_i\} \geq V_0 \}, \quad (2)$$

где V_0 — желаемое (требуемое) значение совокупного математического ожидания страховой выручки по портфелю в целом.

Значения математического ожидания и дисперсии совокупного страхового ущерба (возмещения) применительно к i -ому виду страхования имеют вид:

$$\begin{cases} M\{X_i\} = m_{Ki} m_{0i}, \\ D\{X_i\} = m_{Ki} D_{0i} + D_{Ki} m_{0i}^2; \end{cases} \quad (3)$$

где m_{0i} и D_{0i} — математическое ожидание и дисперсия страхового ущерба в единичном страховом событии в i -ом виде страхования;

m_{Ki} и D_{Ki} — математическое ожидание и дисперсия числа страховых событий на интервале действия страхового договора в i -ом виде страхования.

В содержательной постановке рассматриваемой задачи отмечается, что выбор плановых значений управляющих параметров N_i не может быть произвольным, то есть должен учитывать реальные условия, в которых осуществляется поиск наиболее благоприятной комбинации интенсивностей реализации полисов по видам страхования. Чтобы учесть влияние ограничительных условий на выбор управляющих параметров, пусть на допустимые значения параметров, наложены ограничения вида:

$$N_{i \min} \leq N_i \leq N_{i \max}, \quad (4)$$

где $N_{i \min}$ и $N_{i \max}$ — минимально и максимально допустимые значения числа реализуемых на планируемом интервале времени страховых полисов устанавливаются андеррайтером, ведущим данный вид страхования. Теперь задача формирования оптимального состава страхового портфеля (2) преобразуется к виду:

$$\min_{N_{i \min} \leq N_i \leq N_{i \max}} \{ \sum_{i=1}^m a_i N_i | \sum_{i=1}^m b_i N_i \geq V_0 \}. \quad (5)$$

Введение ограничения (4) на управляющие параметры N_i исключает возможность произвольного назначения андеррайтером требуемого уровня математического ожидания страховой выручки V_0 . Очевидно, что экспертный выбор желаемого значения математического ожидания страховой выручки V_0 не должен выходить за границы минимально и максимально возможных значений ожидаемых значений страховой выручки по портфелю в целом:

$$\sum_{i=1}^m b_i N_{i \min} < V_0 < \sum_{i=1}^m b_i N_{i \max}. \quad (6)$$

Использование значений страховых тарифов для вычисления коэффициентов b_i ($i = 1, 2, \dots, m$) необязательно. Более того, непосредственное применение формулы расчета значений нормативных коэффициентов математической модели, содержащих значения страховых тарифов, требуют достаточно тонкого согласования величины тарифа и параметров страхового риска. Эта согласованность в конечном счете основывается на неявном использовании модели аккумуляции вида:

$$R(x) = \sum_{k=0}^{\infty} p_k P\{W < x | k\} = \sum_{k=0}^{\infty} p_k F^k(x), \quad (7)$$

где p_k — вероятности того, что на годовом интервале времени произошло $0, 1, 2, \dots, k$ страховых событий;

$F^k(x)$ — функция распределения суммы k независимых одинаково распределенных случайных величин.

Модель аккумуляции выражает функцию распределения совокупной страховой величины страхового возмещения и обеспечивает согласованность величины страхового тарифа и характеристик страхового риска.

Трудности согласования величины страхового тарифа и связанной с ним величины брутто-премии с характеристиками страхового риска легко преодолеваются, если существует возможность построения модели аккумуляции в рассматриваемых видах страхования ($i = 1, 2, \dots, m$) в явном

виде. Тогда для каждого i можно найти математическое ожидание совокупного страхового возмещения $m_i^{(W)}$, а так же, брутто-премию Pr_i , а затем значения нормативных коэффициентов математической модели формирования оптимального страхового портфеля a_i и b_i .

Пусть $R_i(x|N_{obi})$ — функция распределения совокупного страхового возмещения (модель аккумуляции) в i -ом виде страхования при числе страховых полисов N_{obi} . Квантиль порядка \tilde{P} функции распределения $R_i(x|N_{obi})$ выражает значение нетто-премии $\tilde{x}(\tilde{P}|N_{obi})$, обеспечивающей покрытие с надежностью \tilde{P} возможных страховых ущербов в данном виде страхования при условии, что общее число полисов в данном виде страхования равно N_{obi} . Тогда:

$$\tilde{x}(\tilde{P}|N_{obi}) = R_i^{-1}(\tilde{P}|N_{obi}). \quad (8)$$

Соответственно, брутто-премия, получаемая страховщиком на покрытие принятого риска, составит:

$$Pr_i(N_{obi}) = \frac{\tilde{x}(\tilde{P}|N_{obi})}{1-f}, \quad (9)$$

где f — коэффициент страховой нагрузки страховщика.

Математическое ожидание совокупного страхового возмещения в i -ом виде страхования находится по формуле:

$$m_i^{(W)} = \int_0^{\infty} x dR_i(x|N_{obi}) = X_{imin}(N_{obi}) - \int_0^{X_{imin}} R_i(x|N_{obi}) dx, \quad (10)$$

где X_{imin} — минимальное значение параметра x , при котором выполняется равенство $R_i(x|N_{obi}) = 1$.

Таким образом, математическое ожидание выручки в i -ом виде страхования выражается формулой:

$$M\{V_i|N_{obi}\} = Pr_i(N_{obi}) - m_i^{(W)}(N_{obi}). \quad (11)$$

В силу принятых допущений дисперсия страховой выручки принимается равной дисперсии страховых возмещений, то есть:

$$D\{V_i|N_{obi}\} = \int_0^{\infty} x^2 dR_i(x|N_{obi}) - [M\{V_i|N_{obi}\}]^2. \quad (12)$$

После преобразования выражения (12) интегрированием по частям получается формула дисперсии вида:

$$D\{V_i|N_{obi}\} = (X_{imin})^2 - 2 \int_0^{X_{imin}} xR_i(x|N_{obi}) dx. \quad (13)$$

Совокупная страховая премия, так и математическое ожидание совокупного страхового возмещения линейно зависят от числа страховых договоров N_{obi} , поэтому для рассматриваемого вида страхования может быть вычислен нормативный показатель b_i , выражающий математическое ожидание на один страховой полис:

$$a_i = \frac{M\{V_i|N_{obi}\}}{N_{obi}} \quad (i = 1, 2, \dots, m). \quad (14)$$

Аналогичным образом параметр a_i — нормативное значение дисперсии страховой выручки в расчете на один страховой полис, может быть определен как отношение совокупной дисперсии страхового возмещения по N_{obi} страховым полисам к числу N_{obi} :

$$b_i = \frac{D\{V_i|N_{obi}\}}{N_{obi}} \quad (i = 1, 2, \dots, m). \quad (15)$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Задача оптимизации состава имущественного страхового портфеля сведена к схеме линейного программирования для широкого класса распределений числа страховых событий. Возможность представления совокупного страхового ущерба по видам страхования в форме модели аккумуляции служит достаточным условием приводимости данной задачи к схеме линейного программирования. В результате оптимизации состава страхового портфеля по критерию дисперсии страховой выручки удается получить статистические характеристики страхового портфеля, в целом превосходящие любой из исходных видов страхования.

В случае использования механизма перестрахования монотонно улучшаются показатели стабильности уровня страхового портфеля по мере уменьшения собственного удержания. Но улучшение рискованных характеристик показателя страховой выручки компании сопровождается значительным уменьшением доли страховщика (цедента) в общей сумме страховых премий, получаемых от страхователей, что делает сомнительным такой путь повышения стабильности.

Противоречивый характер эффекта воздействия перестраховочной защиты на финансовые показатели страхового портфеля обуславливают необходимость неформального участия эксперта в выборе компромиссного сочетания положительного и негативного воздействия перестраховочной защиты.

Результатом работы является детальный анализ формирования оптимального состава имущественного страхового портфеля в зависимости от разных механизмов формирования. Данная задача решена с помощью пакета прикладных программ Matlab в разрезе страховой компании, реализующей страховые полисы по разным видам страхования. Итогом является портфель с оптимальной комбинацией страховых полисов при заданном значении выручки и минимальных рисках выплат.

Список использованных источников включает 20 позиций

Некоторые источники:

Афоничева, Т. Е., Полякова, А. А. Современное состояние и перспективы развития имущественного страхования // Молодой ученый. — 2016. — №12.5. — С. 1 — 4.

Иванова, Е.В. Состояние рынка страховых услуг России в условиях нестабильной экономики // Устойчивое развитие России в условиях нестабильной экономики. — 2016. — С. 254 — 256.

Markowitz, H. M. Mean-variance analysis in portfolio choice and capital market. Oxford; New York, 1987.

Голубев, С. Д., Черная, Л. А., Шарафутдинова, Н. Е. Оптимизация состава страхового портфеля с учетом платы за перестраховочные услуги в условиях пуассоновского распределения числа страховых событий. — М.: Изд-во «Анкил», «Страховое дело». — № 4-2005. — С. 45 — 51. «Страховое дело» № 5-2005. — С. 44 — 47.

Иванов, С.С., Голубев, С.Д., Чёрная, Л.А., Шарафутдинова, Н.Е. Теория и практика рискованного страхования. — М.: РОСНО: Анкил, 2007. — 260 — 280 с.

Карлин, С. Математические методы в теории игр, программировании и экономике. — М.: Мир, 1964.

Пчелинцева, А.А. Анализ имущественного страхового рынка России // Студенческий форум: электрон. научн. журн. 2017. № 8(8).

URL: <https://nauchforum.ru/journal/stud/8/22701> (дата обращения: 30.06.2017)