

Министерство образования и науки Российской Федерации  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математики и методики ее преподавания

**Задачи математических олимпиад для школьников**  
**АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ**

студентки 5 курса 521 группы  
направления 44.03.01 – «Педагогическое образование (профиль –  
математическое образование)» механико-математического факультета

Жусуповой Айны Иватовны

Научный руководитель

ст. преподаватель \_\_\_\_\_ С. В. Лебедева

Зав. кафедрой

к. п. н., доцент \_\_\_\_\_ И. К. Кондаурова

Саратов 2018

**Введение.** Школьные математические олимпиады являются наиболее эффективным средством выявления способностей, интересов и возможностей учащихся. Олимпиады возникли в Древней Греции как состязания в ловкости, силе, красоте. Первая олимпиада состоялась в 776 г. до н. э. Олимпиады проводились в Олимпии один раз в четыре года. Различного рода состязания проводились не только в спорте. Хорошо известна любовь к состязаниям в решении задач, как на Руси, так и во многих других странах мира. Математические соревнования по решению задач также называются олимпиадами, хотя они проводятся в настоящее время с периодом не в четыре года, а, как правило, ежегодно.

В России конкурсы по решению задач начали проводиться с 1886 года. Особенно широкое развитие олимпиады получили в СССР за годы Советской власти. Уже в начале 30-х годов начали работать математические кружки и проводиться олимпиады в Московском и Ленинградском университетах. В 1934 году была проведена первая математическая олимпиада школьников в Ленинградском университете. С 1961 года олимпиады в масштабе всей страны стали проводиться регулярно. В последние годы проводится много различных олимпиад. Кроме традиционных проводятся также дистанционные, устные, заочные, нестандартные и другие виды олимпиад.

Математические олимпиады являются эффективным средством выявления и развития математических способностей учащихся, стимулируют углубленное изучение предмета.

Большой вклад в становление и развитие олимпиадного движения в России, в разработку методик организации и вопросов проведения олимпиад внесли такие ученые и педагоги, как П. С. Александров, М. И. Башмаков, И. М. Гельфанд, Г. И. Глейзер, Б. В. Гнеденко, Б. Н. Делоне, Г. В. Дорофеев, Г. И. Зубелевич, А. Н. Колмогоров, Н. Н. Константинов, Г. Г. Левитас, Л. А. Люстерник, А. И. Маркушевич, И. С. Петраков, Д. Пойа, В. Н. Русанов, С. Л. Соболев, В. А. Тартаковский, Г. А. Тоноян, Г. М. Фихтенгольц, Д. О. Шклярский и др. [2].

Значительно продвинулось развитие олимпиад благодаря использованию новых информационных и коммуникационных технологий (ИКТ). Так, широкую известность в школах России через Интернет получили Международный конкурс-игра «Кенгуру. Математика для всех» (М. И. Башмаков), дистанционная олимпиада «Эйдос» (А. В. Хуторской), Московский интеллектуальный марафон, турниры Архимеда, математические бои, турниры городов и др. Олимпиадам посвящён информационный сайт [olimpiada.ru](http://olimpiada.ru) – сайт об олимпиадах и других мероприятиях для школьников, где можно найти объявления о предстоящих мероприятиях, материалы прошедших олимпиад, выездных школ и конференций (условия и решения задач, статистика, результаты).

Основной структурной и содержательной единицей любой математической олимпиады является задача: математическая или практическая, решаемая математическими методами.

Цель бакалаврской работы – разработка классификации задач математических олимпиад для школьников, позволяющей обеспечить эффективную подготовку учащихся к олимпиадам.

В соответствии с целью были поставлены следующие задачи: (1) провести сравнительный анализ существующих классификаций задач математических олимпиад для школьников; (2) выявить основания для классификации задач математических олимпиад для школьников; (3) на основании разработанной классификации описать основные подходы к решению олимпиадных задач (на примере одной из олимпиад).

Для решения поставленных задач применялись следующие методы исследования: анализ научной, научно-методической и методической литературы, материалов информационно-образовательных порталов или страниц сайтов, посвящённых математическим олимпиадам; теоретическое обобщение и системный анализ; анализ и обобщение педагогического опыта.

Работа состоит из введения, трех глав, заключения, списка из 22 использованных источников.

## **Основное содержание работы.**

*В первой главе* дано определение задачи математической олимпиады, приведены виды существующих классификаций олимпиадных задач, а также их типы, проведен анализ методической литературы по теме исследования.

Под задачей математической олимпиады для школьников будем понимать стандартную для учащихся определённой возрастной категории (алгоритмическую) задачу повышенной трудности, имеющую помимо стандартного «красивое» оригинальное решение, и нестандартные задачи по формулировке и/или по методам их решения.

Приведённое определение позволяет разделить все задачи математических олимпиад для школьников определённой возрастной категории на:

- стандартные (алгоритмические) повышенной трудности, имеющие помимо стандартного, как правило, технически громоздкого решения, «красивое» оригинальное решение; эти задачи выполняют несколько основных функций: создают ситуацию успеха для любого участника олимпиады, позволяют оценить уровень и качества (критичность, рациональность, гибкость и т.п.) мышления решающего;

- нестандартные по формулировке, но стандартные по методам решения; главная функция этих задач – выявить умение решающего определить теоретический базис задачи (те предметные знания и умения, которые определяют метод решения);

- стандартные по формулировке, но нестандартные по методам решения; главная функция этих задач – выявить умение решающего «разработать» метод, способ или новый подход к решению;

- нестандартные по формулировке и методам решения; главная функция этих задач – выявить математически одарённых учащихся, поскольку эти задачи требуют высокого уровня развития математических способностей;

- занимательные задачи, позволяющие вызвать интерес учащегося к олимпиадной деятельности, продемонстрировать уровень развития общих способностей, в том числе, уровень общелогической подготовки.

Эта классификация была применена к задачам международного мониторингового дистанционного конкурса по математике «ПУМА: Грани математики» и международного конкурса-игры «Кенгуру» была рассмотрена указанная. В результате были сформулированы выводы: (1) конкурс «ПУМА: Грани математики» содержит стандартные и занимательные задачи и не может быть отнесён к категории математических олимпиад для школьников; (2) конкурс «Кенгуру» содержит все типы указанных задач и может быть отнесён к категории математических олимпиад для школьников.

Наиболее часто встречаются прецедентные классификации задач математических олимпиад для школьников. Как правило, они задают структуру соответствующего прецеденту сборника олимпиадных задач. Например, в книге «Всероссийские олимпиады школьников по математике 1993-2006: Окружной и финальный этапы» все задачи представлены в двух разделах «Окружной этап олимпиады» и «Заключительный этап олимпиады», каждый из которых разбит на 14 подразделов, соответствующих учебным годам, начиная с 1992-93 и заканчивая 2005-06; внутри каждого подраздела размещены тексты олимпиадных работ отдельно для учащихся 8, 9, 10 и 11 классов.

Подобные классификаторы позволяют учителю в первую очередь определить уровень той или иной олимпиады, соотнести этот уровень с подготовкой учащихся и рекомендовать или не рекомендовать им участвовать в конкретной олимпиаде. Для учащихся сборники олимпиадных задач, разработанные по прецедентному принципу, – своеобразный атлас, позволяющий ориентироваться в мире математических олимпиад для школьников, оценить уровень собственной подготовки к участию в той или иной олимпиаде, средство для самообразования и источник интересных для математического досуга. По прецедентному принципу организованы сборники: Московских математических олимпиад, Московских математических регат, Польских математических олимпиад, Турнира Архимеда, Санкт-Петербургской олимпиады школьников и многие другие. Эти книги помимо решений не содержат никакой обучающей информации.

Для сборников олимпиадных задач, не привязанных к какой-либо одной олимпиаде, характерны тематические классификации задач. Специфической особенностью сборников является включение задач, отнесённых как к школьной, так и к олимпиадной математике. Так, например, в сборнике задач всесоюзных математических олимпиад рубрика «Тематический путеводитель» содержит 23 темы, которые объединяют задачи по разным признакам: по методу, используемому в решении, либо по объекту, фигурирующему в условии. Тематические классификаторы олимпиадных задач актуальны как для учителей, так и для учащихся: в первую очередь они позволяют на углубленном уровне через задачи организовать изучение и изучить определённый раздел математики.

Другой способ углубленной математической подготовки предоставляют книги по подготовке к математическим олимпиадам школьников.

В сборнике задач для подготовки к математическим олимпиадам 1962 года всё содержание разбито на 4 главы – по числу разделов школьного курса математики, каждая глава – на темы.

Сборник «Олимпиады. Алгебра. Комбинаторика» (1979 г.) позиционируется как сборник статей сотрудников Института математики Сибирского отделения, посвящённых распространению опыта работы физико-математической школы при Новосибирском государственном университете, обсуждению вопросов воспитания математической и логической культуры учащихся. Статьи написаны популярно и в то же время подводят к серьезным научным и методическим проблемам. Тщательный подбор материала, современное его изложение делают сборник полезным каждому интересующемуся математикой». Структура сборника следующая (указаны автор и названия статей): С. Л. Соболев «Математические олимпиады в СССР»; Л. М. Смирнов «Преподавание математики в физико-математической школе при Новосибирском университете»; Б. А. Трахтенброт «О воспитании математико-логической культуры учащихся»; А. С. Марковичев «Элементы теории чисел»;

Ю. Н. Мальцев «Основная теорема арифметики»; Л. Я Савельев «Лекции по комбинаторике».

Книга А. Я. Канель-Белова, А. К. Ковальджи «Как решают нестандартные задачи» выдержала 9 переизданий. Обратимся к первому изданию – 1997 г. В части I описаны классические идеи решения олимпиадных задач; в части II приведены задачи олимпиадного и исследовательского типов, которые сгруппированы по классам, а внутри классов – по возрастанию трудности (разделы А нетрудные, В и С задачи для решения которых хватает некоторого опыта, D задачи требующие определенной техники и поиска подхода к решению). Структура сборника позволяет сделать вывод о классифицировании задач по идее (путь к решению задачи) поиск родственных задач, причисывание задачи, соответствие, правило крайнего и др., и методу (алгоритму) решения методы: *доказательство от противного, чётность, обратный ход, подсчёт двумя способами, графы, инварианты, принцип Дирихле, математическая индукция, делимость и остатки, алгоритм Евклида, покрытия и упаковки, разрезания и замощения, раскраски, игры, процессы и операции*. Классификация по методам решения есть не что иное, как тематический классификатор.

Далее идёт решение задач с демонстрацией применения рассмотренных ранее идей и методов.

В следующем разделе сборника даётся подборка задач для учащихся различных возрастов:

Класс	Число задач			
	тип А	тип Б	тип С	тип D
8	№ 1-13 (13)	№ 14-26 (13)	№ 27-40 (14)	№ 41-51 (11)
9	№ 1-15 (15)	№ 16-64 (49)	№ 65-104 (40)	№ 105-140 (36)
10	№ 1-7 (7)	№ 8-14 (7)	№ 15-22 (8)	№ 23-28 (6)
11	№ 1-10 (10)	№ 11-23 (13)	№ 24-81 (58)	№ 82-148 (67)

В приложения сборника вынесены: советы участнику олимпиады; критерии оценки работ; математический словарь, содержащий 40 терминов, не входящих в курс общего среднего образования; обозначения; книги для чтения – рубрика «Советуем почитать», включающая книги о математике и

математиках, книги для первого чтения, книги для продвинутых читателей и сборники олимпиадных задач.

Как и пособие 1962 года пособие ориентировано, прежде всего, на повышение уровня математической подготовки и развитие математических способностей учащихся, увлечённых математикой.

Литература для подготовки к олимпиадам нового XXI века содержит большое число занимательных задач и не всегда ориентирована на углубленное изучение предмета.

Большие возможности в классификации олимпиадных задач сразу по нескольким основаниям предоставляют современные информационные технологии. На сайте интернет – проекта «Задачи» (<http://www.problems.ru/>) размещены задачи олимпиад и турниров по математике разного уровня и разных регионов. В систему постоянно добавляются новые задачи и новые решения. Задачи классифицируются по темам (и методам) и по источникам, диапазонам сложности и классам.

Например, чтобы найти все задачи системы на тему «Подобные треугольники», надо пройти следующий путь (начиная с главной страницы) *Геометрия*  $\Rightarrow$  *Классическая Геометрия*  $\Rightarrow$  *Планиметрия*  $\Rightarrow$  *Подобные треугольники*. При этом система выдаст все задачи на тему «Подобные треугольники» (включая подтемы).

Так же есть возможность настроить поиск по источникам, есть возможность произвести контекстный поиск, можно найти задачу по ее уникальному номеру, если он заранее известен; настроить фильтр по классу и сложности.

В процессе анализа структуры и содержания ресурсов, посвящённых математическим олимпиадам школьников, мы выяснили, что существуют два принципиально разных подхода к организованной подготовке школьников к участию в олимпиаде. Первый связан с участием в определённой олимпиаде и требует изучения, в первую очередь, задачного материала этой олимпиады прошлых лет. Учителю для подготовки участников следует обратиться к

соответствующему прецедентному классификатору олимпиадных задач. Второй связан с углубленной подготовкой школьников – членов математического кружка, научного общества и т.п. Учителю при разработке занятий математического кружка, общества и т.п. необходимо обратиться к тематическим классификаторам с целью разработки содержания занятия.

**Во второй главе** описан вариант использования прецедентного классификатора задач, если требуется подготовить группу школьников 6 класса к участию во Всероссийской олимпиаде школьников по математике.

Разбираем с ними вариант 2017-2018 учебного года. Начинаем с задач школьного этапа.

Задача 6.1 (7 баллов). В доме на всех этажах во всех подъездах равное количество квартир (больше одной). Также во всех подъездах поровну этажей. При этом количество этажей больше количества квартир на этаже, но меньше, чем количество подъездов. Сколько в доме этажей, если всего квартир 715?

Организация решения. Просим выдвигать идеи решения. Первая идея – «математизировать» задачу: ввести обозначения, составить математическую модель.

Обозначим число квартир на этаже –  $K$ , всего квартир 715,  
число этажей в подъезде –  $\mathcal{E}$ ,  
число подъездов –  $\Pi$ ,  
всего квартир 715.

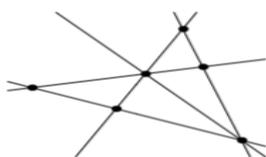
По условию,  $1 < K < \mathcal{E} < \Pi$  и  $K \cdot \mathcal{E} \cdot \Pi = 715$ .

Задача свелась к нахождению разложения 715 на множители, записанные в произведении в порядке возрастания (вторая идея). Этот этап решения задачи целесообразно организовать в форме самостоятельной работы.

$$715 : 5 = 143 = 130 + 13 = 13 \cdot 11$$

$$175 = 5 \cdot 11 \cdot 13.$$

Ответ. В 11-этажном доме 13 подъездов, на каждом этаже 5 квартир.



Задача 6.3 (7 баллов) Петя нарисовал 5 прямых и заметил, что они пересекаются ровно в 6 точках. Нарисуйте 8 прямых так, чтобы они пересекались ровно в 11 точках.

Задача 6.4 (7 баллов) Приведите пример такого выражения, состоящего из единиц, скобок, знаков «+» и «×», что – его значение равно 11; – если в этом выражении заменить все знаки «+» на знаки «×», а знаки «×» на знаки «+», то всё равно получится 11.

Задача 6.5 (7 баллов) Квадратный оконный проём образован тремя прямоугольными рамами. Внутри каждой из них написали число, равное периметру рамы. Напишите, чему равна сторона квадрата всего оконного проёма и объясните, как вы её получили.

Для самостоятельного решения целесообразно предложить задания школьного этапа этой же олимпиады для 5 класса с указанием критериев оценивания:

Задача 5.1 (7 баллов) К числу прибавили сумму его цифр и получили 2017. Приведите пример такого числа.

Задача 5.2 (7 баллов) Девочка заменила каждую букву в своем имени ее номером в русском алфавите. Получилось число 2011533. Как ее зовут?

Задача 5.3 (7 баллов) Продавец закупил партию ручек и продал их. При этом некоторые покупатели купили одну ручку за 10 рублей, а некоторые купили 3 ручки за 20 рублей. Оказалось, что с каждой покупки продавец получал одинаковую прибыль. Найдите цену, по которой продавец закупил ручки.

Целесообразно отнести самостоятельную работу к домашнему заданию, потом организовать обмен работами и их рецензирование – оценивание согласно критериям. При этом школьники будут иметь возможность познакомиться с вариантами решений и оформления решений своими одноклассниками.

После этого можно переходить к вариантам олимпиады следующего уровня – муниципальному этапу, и т.д.

***В третьей главе*** рассмотри использование тематического классификатора при разработке занятий кружка, курсов и т.п.

Программа курса составлена на год и предполагает занятия с учащимися по 1 часу в неделю. Объем курса – 35 часов. В данный курс учитель математики может вносить изменения и дополнения по своему усмотрению.

Содержание учебно-тематического плана представлено в таблице 1.

Таблица 1 – Учебно-тематический план

Принцип Дирихле	5 часов
Задачи на проценты и части	4 часа
Делимость	2 часа
Некоторые эвристические приемы решения задач	5 часов
Задачи по геометрии	9 часов
Логические задачи	2 часа
Разные задачи	5 часов
Математические соревнования	3 часа

Представим содержание курса исходя из классификатора олимпиадных задач по темам. Например в теме 3 «Задачи по геометрии» включены задачи на разрезание; задачи на подсчет числа фигур; творческие задачи на свойства неопределяемых геометрических понятий, на понятие ломаной, на общее представление о геометрических фигурах, на отрезки и их измерение.

**Вывод.** Использование классификаторов задач математических олимпиад для школьников позволяет обеспечить эффективную подготовку учащихся к олимпиадам.

По теме бакалаврской работы было принято участие в вебинарах: «Всероссийская олимпиада школьников по математике для 5-9 классов, как мотивирующий фактор для занятий математикой. Программа подготовки к Олимпиаде» в общем объеме 2 часа; «Подготовка учащихся начального и основного общего уровня образования к участию в математических олимпиадах» (на примере математической олимпиады им. С. Н. Олехника) в общем объеме 2 часа.

Опубликована статья по теме бакалаврской работы в журнале «Преемственность в образовании» № 18 (04) 2018г.