

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математики и методики ее преподавания

**Логические задачи в обучении математике**  
**АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ**

студентки 5 курса 521 группы

направление 44.03.01 – Педагогическое образование

механико-математического факультета

Ивановой Марии Павловны

Научный руководитель

ст. преподаватель

\_\_\_\_\_

С. В. Лебедева

Зав. кафедрой

к. п. н., доцент

\_\_\_\_\_

И. К. Кондаурова

Саратов 2018

**Введение.** Современное образование предполагает воспитание думающей, инициативной личности, отказ от репродуктивной деятельности и развитие в обучении через творческие формы работы. Процесс образования ориентирован не только на усвоение знаний, но и на способы этого усвоения, на способы мышления и деятельности.

Математика способствует развитию творческого мышления, заставляя искать решения нестандартных задач, размышлять над парадоксами, анализировать содержание условий теорем и суть их доказательств. В математике логическая строгость и стройность умозаключений призвана воспитывать у учащихся общую логическую культуру мышления.

Еще чешский педагог Я.А. Коменский придавал логике большое значение в процессе обучения. Он предлагал знакомить учащихся с краткими правилами умозаключений, подкреплять их яркими жизненными примерами, а затем совершенствовать логическое мышление учащихся, анализируя дискуссионные проблемы физики, математики, этики.

ЦК ВКП (б) в постановлении «О преподавании логики и психологии в средней школе» от 3 декабря 1946 года признал совершенно ненормальным, что в средних школах не изучается логика и психология, и счел необходимым ввести в течение 4 лет, начиная с 1947/48 учебного года, преподавание этих предметов во всех школах Советского Союза. В 1959 году преподавание логики в средней школе отменили. С 2011 года согласно новому Федеральному государственному образовательному стандарту начального общего образования в структуру школьного курса математики введена содержательно-методическая линия «Множества и логика», а изменениями ФГОС ООО (2015 г.) в число основных предметных результатов освоения курса математики включено умение решать логические задачи.

Проблемой общелогической подготовки школьников, изучения элементов логики, логическими ошибками школьников, а также проблемой включения логических задач в структуру и содержание курса основной школы занимались советские математики Г. И. Челпанов, С. И. Поварнин, В. Литцманн, С. Н.

Виноградов, А. Ф. Кузьмин, И. Л. Никольская, Е. Е. Семенов; активно занимаются авторы современных школьных учебников математики: М. И. Башмаков, Е. А. Бунимович, Г. В. Дорофеев, Л. Г. Петерсон, В. В. Козлов, А. Г. Мерзляк, Г. К. Муравин, А. А. Никитин, С. М. Никольский, И. Ф. Шарыгин и др.

Среди них особенно следует выделить Людмилу Георгиевну Петерсон (советский и российский педагог-методист, доктор педагогических наук, профессор кафедры начального и дошкольного образования, ведущий специалист кафедры стратегического проектирования РАГС при Президенте РФ, почётный работник высшего профессионального образования РФ.); в разработанном ею непрерывном курсе математики «Учусь учиться» (1-9 классы) достаточно серьезное внимание уделяется развитию логической линии при изучении арифметических, алгебраических и геометрических вопросов программы: все задания требуют от учащихся выполнения логических операций (анализ, синтез, сравнение, обобщение, аналогия, классификация), способствуют развитию логического мышления.

Несмотря на многочисленные исследования и публикации, посвящённые логике и логическим задачам в математическом образовании школьников, в методической литературе не даётся сколько-нибудь содержательного определения логической задаче школьного курса математики.

Цель бакалаврской работы – определить понятие логической задачи школьного курса математики и выявить типы логических задач школьного курса математики.

Для реализации цели были поставлены и решены следующие задачи:

1) на основе логико-дидактического анализа школьных учебников математики выявить типы задач школьного курса математики, непосредственно обращающихся к основным понятиям логики (понятие, суждение, умозаключение) и математической логики (определения, высказывания и предикаты, логические законы, вывод и доказательство);

2) провести систематизацию выявленных типов задач по ряду оснований;

3) сформулировать определение логической задачи школьного курса математики и выявить место и роль этих задач в математическом образовании школьников.

Для решения поставленных задач применяются следующие методы исследования: анализ педагогической, методической, школьной учебной литературы; анализ, систематизация и теоретическое обобщение.

Бакалаврская работа состоит из введения, двух глав, заключения и списка из 39 использованных источников.

**Основное содержание работы.** В первой главе даётся определение логической задачи: под логической будем понимать задачу, имеющую непосредственное отношение к логике, как науке о формах и законах мышления, о способах рассуждения (способах доказательств и опровержений), о способах получения выводного знания.

В первом разделе первой главы даётся представление о логической подготовке учащихся и логических задачах в непрерывном курсе математики «Учусь учиться», проводится логико-дидактический анализ учебников «Математика 5-6» авторов: Г. В. Дорофеева и Л. Г. Петерсон и выявляется 23 типа логических задач на работу с понятиями, суждениями (высказываниями) и умозаключениями (вывод, доказательство, опровержение):

1. Упражнение на распознавание высказываний (подведение под понятие высказывания), анализ структуры высказывания.

2. Классификация математических и нематематических высказываний по различным основаниям – деление на истинные и ложные, общие и частные (высказывания о существовании), на сформулированные для конечных и бесконечных множеств.

3. Привести пример высказывания определённого вида и предложения, не являющегося высказыванием.

4. Познавательная задача (пропедевтика  $n$ -местного предиката) о существовании предложений, которые становятся высказываниями.

5. Доказательство / опровержение общих и частных нематематических высказываний.

6. Доказательство или опровержение с помощью контрпримеров общих математических высказываний.

7. Упражнение на формулирование высказываний различных видов в разной языковой форме.

8. Упражнение на проверку правильности выбора метода доказательства.

9. Доказательство общих утверждений, сформулированных для конечных множеств методом перебора.

10. Доказательство общих математических утверждений, сформулированных для бесконечных числовых множеств методом тождественных преобразований с предварительным введением обозначений.

11. Проверка гипотез.

12. Конструирование математических предложений (с последующим доказательством).

13. Поиск равносильных математических утверждений: равносильные преобразования.

14. Доказательство равносильности утверждений.

15. Построение и определение истинности обратных утверждений.

16. Анализ определений.

17. Определение математических и нематематических понятий.

18. Упражнение на распознавание определений.

19. Упражнение на выделение (подведение под понятие).

20. Формулировка гипотез.

21. Сравнение понятий с использованием графов, классификационных схем и других информационных моделей.

22. Познавательная задача (определяемые и неопределяемые понятия, пропедевтика построения аксиоматической теории).

23. Практические логические задачи на установление истинности утверждения по результатам анализа других истинных и/или ложных утверждений.

Логические задачи являются основными дидактическими единицами содержательно-методической линии «Множества и логика» рассредоточенной по всему школьному курсу математики (и реализующей общелогическую подготовку), поэтому для выявления основных типов логических задач можно обратиться, например, к школьным учебникам математики 5-6 классов. Во втором разделе первой главы доказывається, что все типы логических задач школьного курса математики представлены в учебниках «Математика 5-6» авторов: Г. В. Дорофеева и Л. Г. Петерсон.

Во второй главе уточняется понятие логической задачи школьного курса математики, проводится классификация логических задач (задачи на работу с понятиями, суждениями и умозаключениями), которая дополняется задачами, развивающими логическое мышление, используемыми во внеурочной деятельности: магические квадраты; задачи со спичками; задачи на разрезание; математические ребусы; математические кроссворды.

Во втором разделе второй главы выявлены роль и место логических задач в математическом образовании школьников, приводятся примеры решения задач и организации деятельности учащихся по их решению.

Важнейшей задачей математического образования является вооружение учащихся общими приёмами мышления, пространственного воображения, развитие способности понимать смысл поставленной задачи, умение логично рассуждать, усвоение навыков алгоритмического мышления. Как показывает практика, выстраивание рассуждений при решении задач является одним из самых сложных процессов для большинства школьников. Поэтому важно развивать логическое мышление на всех этапах обучения математике, начиная с дошкольного.

Применение разного рода логических задач способствует формированию у детей дошкольного возраста математических представлений. Логические задачи, способствующие развитию памяти, мышления, внимания, восприятия, развитию творческих способностей ориентированы на умственное развитие ребенка в целом.

Логические задачи по математике для дошкольников – это не простые задачи. Главной целью логических задач по математике является не поиск верного ответа (их может быть несколько или не быть вообще), а умение делать выводы, анализировать, сравнивать, мыслить, применять наблюдательность и собственный жизненный опыт. Кроме того, логические задачи – это отличный способ развить то, что называют смекалкой.

Проблема введения элементов логики в обучение математике, как отмечал А.А. Столяр, состоит не в том, чтобы специально и обособленно изучать логику, а в том, чтобы необходимые элементы логики стали неотъемлемой частью преподавания математики, важным вспомогательным инструментом, повышающим его эффективность и влияние на логическое развитие учащихся.

Программы школьного курса математики, как правило, не предусматривают отдельного раздела, посвященного решению логических задач. Однако, как видно из анализа, логические задачи встречаются в любых учебниках по математике. Если предложенных учебником логических задач недостаточно, учителю можно (и нужно) самому включать такие задачи в процесс обучения математике.

Логические задачи, связанные с понятиями, больше всего подходят для уроков изучения нового материала, целью которых являются восприятие учащимися и первичное осознание нового учебного материала, осмысливание связей и отношений в объектах изучения. Для уроков закрепления знаний, цель которых – вторичное осмысливание уже известных знаний, выработка умений и навыков по их применению, можно использовать задачи на работу с суждениями (высказываниями). На уроках комплексного применения ЗУН учащихся, целью которых является усвоение умений самостоятельно в комплексе применять знания, умения и навыки, осуществлять их перенос в новые условия, можно включать задачи на работу с умозаключениями. Проверка гипотез может быть интересна учащимся процессом поиска решений, особенно учитывая, что их может быть несколько.

Умение решать логические задачи, приобретенное на уроках математики, необходимо закреплять в самостоятельной работе. Для домашней работы также подходят задачи на работу с умозаключениями. Проверку домашнего задания можно проводить в форме беседы. Так как решение таких задач нередко связано непосредственно с вычислениями или равносильными преобразованиями, такие задачи необходимо выполнять письменно, что существенно облегчит их дальнейшую проверку учителем. Проверку домашнего задания можно проводить в форме беседы, в процессе которой учащиеся могут сравнить ответы и способы решений, понять, какой из них удобнее. Знание и понимание различных способов решения поможет определить, какой способ подойдет лучше в каждом конкретном случае, чтобы выбрать наиболее быстрый и простой путь получения ответа.

Также логические задачи стоит включать в содержание самостоятельных, контрольных работ и тестов по математике, однако их количество не должно превышать 20% от всех задач. Это должны быть задачи практического характера, например задачи на различные классификации, определение истинности утверждений, построение и определение истинности обратных утверждений, доказательство или опровержение частных математических утверждений.

Обычно в классах основной школы на изучение математики отводится 5 уроков в неделю (за исключением классов с углубленным изучением математики). Но, учитывая необходимость полноценного изучения программного материала, на решение логических задач времени может быть отведено недостаточно. Поэтому целесообразно изучать эти задачи на внеклассных занятиях. Внеурочные занятия с успехом могут быть использованы для углубления знаний учащихся в области программного материала, развития их логического мышления, исследовательских навыков, смекалки, привития вкуса к чтению математической литературы, для сообщения учащимся полезных сведений из истории математики.

Одна из наиболее действенных и продуктивных форм внеклассной работы – это математический кружок.

Содержание программы математического кружка определяется учителем и напрямую зависит от ее целей. В начальных и 5-7 классах основная цель программы – формирование интереса к предмету, развитие математических способностей одаренных учащихся или работа с учащимися с низкой успеваемостью.

Для таких занятий лучше всего подбирать логические задачи занимательного характера, такие как:

Задачи с интересным сюжетом. Необычный сюжет может привлечь интерес учащихся к решению задачи. Здесь могут быть использованы сюжеты из сказок или детективных историй, необычные жизненные ситуации, и даже сами учащиеся могут стать героями задач. Очень полезно привлекать учащихся не только к решению, но и к составлению таких задач. Это могут быть задачи с отношениями, на переправу, переливание, взвешивание и т.п., задачи о правдолюбцах и лжецах и др.

Задачи с оригинальным решением. Для большинства детей разобраться во всех тонкостях рассуждений, приводящих к решению логической задачи, дело нелегкое. Поэтому необходимо наглядное представление информации, о которой идет речь в задаче. Для решения логических задач можно использовать такие средства представления информации, как графы, таблицы, различные схемы и т.п.

А также всевозможные логические игры и головоломки, такие как магические квадраты, задачи со спичками, задачи на разрезание, математические кроссворды, математические ребусы и т.д. Как правило, такие задачи не требуют глубоких математических познаний, при этом их решение логику, мышление, визуальную память, пространственное мышление. Старшеклассники самостоятельно могут составлять такие головоломки для друзей и одноклассников, что позволит им лучше тренировать собственный ум и интеллект.

Богатый задачный материал представлен в различных методических изданиях. Например, «Логическая игра» Льюиса Кэрролла – сборник логических задач, игр, фокусов и головоломок; «Логические задачи» О. Б. Богомоловой, которая предлагает систему логических задач, различных по смысловому содержанию и приемам решения, для школьников 6-11 классов. «Мир логики. Методическое пособие для учителей начальных классов» С. И. Гин предлагает подробные поурочные разработки для выпускного класса начальной школы, включающие в себя рекомендации по проведению урока в целом и каждого его этапа, примерные схемы диалогов, анализ возможных трудностей на уроке и описание способов их преодоления.

В 8-11 классах по мере взросления учащихся на первый план выходят экзамены. В связи с тем, что урочного времени далеко не всегда хватает на полноценную подготовку к экзаменам, на кружковых занятиях она имеет большую эффективность. Особое внимание необходимо уделять экзаменационным логическим задачам, которые не всегда встречаются в основном курсе математики. Среди экзаменационных логических задач встречаются: задания по установлению истинности или ложности высказываний; задания на логическое следование; задания на сравнение понятий с использованием графов, классификационных схем и других информационных моделей; задания на поиск числа с заданными свойствами.

Включение в содержание внеурочных занятий всевозможных логических задач, решение их различными способами обогащает учебный опыт учащихся, способствуя улучшению их успеваемости на уроках математики.

**Заключение.** На основе логико-дидактического анализа школьных учебников математики были выявлены типы задач школьного курса математики, непосредственно обращающиеся к основным понятиям логики (понятие, суждение, умозаключение) и математической логики (определения, высказывания и предикаты, логические законы, вывод и доказательство). Выявленные типы задач систематизированы по ряду оснований: по принадлежности к основным категориям логики, по дидактическим функциям,

по видам (учебные, досуговые) и способам деятельности. Сформулировано определение логической задачи школьного курса математики и выявлены роль и место этих задач в математическом образовании школьников.