

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математики и методики её преподавания

**Система оценки математической одарённости, обучения и развития
школьников «Математический трамплин»
АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ**

студентки 4 курса 461 группы
направления 44.03.01 – Педагогическое образование (профиль –
математическое образование) механико-математического факультета

Тасмухамбетовой Сабины Александровны

Научный руководитель
старший преподаватель

подпись, дата

С.В. Лебедева

Зав. кафедрой
к.п.н., доцент

подпись, дата

И.К. Кондаурова

Саратов 2018

Введение. На сегодняшний момент общепризнанной является необходимость выявления и развития одаренных детей и талантливой молодежи, так как именно их способности лежат в основе прогресса во всех сферах человеческой деятельности.

Проблемами диагностики математической одарённости посвящено немало работ зарубежных психологов и педагогов: Г. Айзенк, Дж. Рензулли, Дж. Фельдхьюсен, К. Хеллер и др; а также российских учёных В. А. Крутецкий, Н. С. Лейтес, Д. Д. Мордухай-Болтовской, С. Л. Рубенштейн, А. И. Савенков, Б. М. Теплов и др.

Проблемам разработки методических систем обучения и развития математических способностей школьников посвящены исследования Ю. М. Колягина, А.Ф. Лазурского, Д. Мордухай-Болтовского и др. В качестве основных методов и средств развития одаренных (в их трактовке – способных) детей в этих исследованиях выделяются: решение олимпиадных математических задач, решение нестандартных задач (особенно геометрических), конкурсы и олимпиады.

В 2016 году фирмой «1С» при поддержке Фонда содействия развитию малых форм предприятий в научно технической сфере ООО «ИТ–Сервис» г. Иваново разработана система адаптивного компьютерного обучения математике в 5-м и 6-м классах для развития математических способностей и выявления математически одаренных школьников «Математический трамплин». Система прошла апробацию в ряде школ Московской области, Пензенского края и Хабаровской области (2017 г.), результаты которой свидетельствуют о доступности разрабатываемого контента для школьников 5-6 классов и его эффективности в рамках заявленного функционала. 14 сентября 2016 года прошел вебинар, организованный фирмой «1 С», в котором состоялась презентация проекта «Математический трамплин».

Система представляется перспективной и доступной для использования в массовой школе и позволяет учителю в первом приближении выявить одарённых (способных) учащихся без обращения к профессиональным

психологам и сложным диагностическим методикам, а также развивать математические способности всех обучаемых.

Цель работы – выявить возможности системы оценки математической одарённости, обучения и развития школьников «Математический трамплин», разработанной специалистами фирмы «1С».

Для достижения цели были поставлены и решены следующие задачи:

1. Выявить основные компоненты математической одарённости младших подростков и продемонстрировать возможности их развития средствами системы «Математический трамплин»;

2. Сформулировать ряд предложений по использованию системы «Математический трамплин» на уроках математики.

Методы исследования: анализ психолого-педагогической, методической, научной литературы; теоретический анализ; анализ и обобщение педагогического опыта.

Структура работы: титульный лист; определения; введение; две главы («Система адаптивного компьютерного обучения «Математический трамплин» с точки зрения оценки математической одарённости школьников»; «Анализ системы оценки математической одарённости школьников «Математический трамплин»); заключение; список из 23 использованных источников; приложения.

Основное содержание работы. В первой главе «Система адаптивного компьютерного обучения «Математический трамплин» с точки зрения оценки математической одарённости школьников» кратко характеризуется система «Математический трамплин», с целью уточнения ряда понятий, вводимых авторами системы, проведён сравнительный анализ определения математических способностей (используется при описании системы «Математический трамплин») с определениями «математическая одарённость» (В. Э. Чудновский) и «математические способности» (В. А. Крутецкий). На основании анализа формулируется вывод о несоответствии определения математических способностей в системе «Математический трамплин» с классическими понятиями математической одарённости и математических

способностей, что не позволяет использовать систему для развития указанных психических образований; система «Математический трамплин» ориентирована, прежде всего, на усвоение изучаемого математического материала и формирование интереса к учению.

Система «Математический трамплин», по словам её создателей, позволяет: составить профиль одаренности ученика (знание, мотивация, интуиция); определить интегральную характеристику успешности школьника в изучении математики; построить индивидуальную образовательную траекторию для ученика; повысить образовательные достижения по математике, как отдельных школьников, так и класса в целом. При этом, под:

профилем одаренности ученика понимается уровень сформированности отдельных компонент математических способностей, ответственных за усвоенные предметные знания S , познавательную активность C , уровень математической интуиции и владение эвристическими приемами математической деятельности T ; профиль одаренности представляет собой диаграмму (рисунок 1) или формулу, например, $S1C2T2$ (где цифры указывают на наличие и степень выраженности компонент), изменяющиеся по мере продвижения учащихся в изучении предмета;



Рисунок 1 – Профиль одаренности ученика и его образовательная траектория, построенная системой «Математический трамплин»

интегральной характеристикой успешности школьника в изучении математики понимается интегральная оценка количества решённых заданий с учётом их типа (каждый тип задания имеет свой «весовой» коэффициент);

индивидуальной образовательной траекторией для ученика понимаются рекомендации (рисунок 1) по организации индивидуальной работы, разработанные с учётом профиля одаренности, индекса успешности и итогового индекса по каждой теме.

Образовательные достижения по математике трактуются как: успеваемость обучающихся; личные достижения в освоении математических знаний и умений; применение математических знаний для решения учебно-познавательных и учебно-практических задач.

Математические способности в системе «Математический трамплин» рассматриваются как совокупность трех компонент, позволяющей адекватно диагностировать и в дальнейшем развивать математическую одарённость школьника: *уровень знаний (S)* – компетенциальный компонент, представляющий усвоенные предметные компетенции обучающегося – определяется составом и структурой индивидуального опыта человека, уровнем его обученности; *познавательная активность (C)* – определяется характером смыслообразования и целеобразования учащегося на различных этапах учебно-поисковой деятельности; *математическая интуиция (T)* определяется уровнем овладения эвристическими приемами математической деятельности при решении исследовательских задач.

Вторая глава посвящена анализу задачного контента системы «Математический трамплин» – даётся подробный анализ каждой задачи темы «Делимость» на предмет включения в систему диагностического, формирующего и завершающего этапа работы над темой «Делимость».

Учебный контент в системе структурирован по 16 модулям, соответствующим основным темам курса математики для 5-6 классов, его можно использовать как на уроках математики, так и на занятиях математического кружка. Школьники в рамках того или иного модуля

овладевают соответствующим методом эвристического поиска, проходя при этом через три этапа работы с электронным контентом: диагностический, формирующий и рефлексивный.

Диагностический этап. На этом этапе школьнику предлагаются тест, состоящий из задач разного уровня сложности. Каждая задача характеризуется одним из трех параметров T, C и S, различного уровня сложности. Общее количество заданий детерминируется «эвристическим потенциалом» рассматриваемого задачного материала. Каждое задание включает в себя три части. В первой (обязательной) части предлагается решить задачу типового характера, проверяющую сформированность у школьников конкретных предметных знаний и умений (критерий S). Покажем на примере двух задач по теме «Делимость» (6 класс)

№ 1. Выберите из чисел 1; 2; 3; 4; 5; 9; 12; 13; 17; 27; 30; 31; 108; 125; 285; 713 те, которые являются: простыми; наименьшим и наибольшим составным, простым делителями числа 30; кратными 5; наибольшим натуральным числом, дающим при делении на 4 с остатком частное 7; наибольшим общим делителем чисел 36, 60 и 72; наименьшим общим кратным чисел 27 и 36.

Задание, состоящее из совокупности 7 задач, проверяет сформированность следующих предметных знаний и умений: (а) подводить под понятие (указаны в правом столбце таблицы-задания) данные числовые объекты (перечислены в условии задачи); (б) классифицировать множество натуральных чисел (и его подмножества) в зависимости от числа делителей на «1», простые и составные числа; (в) классифицировать множество натуральных чисел в зависимости от значения остатка от деления на данное число n (остаток равен 0 – деление нацело, остаток равен 1, 2, ..., $n-1$); (г) определять наибольший/наименьший элемент упорядоченного числового множества; (д) применять алгоритм нахождения НОД нескольких чисел; (е) применять алгоритм нахождения НОК нескольких чисел.

№ 2. Выберите простые числа из предложенных: 13, 6, 31, 15, 1.

Задача проверяет сформированность умения классифицировать множество натуральных чисел (и его подмножества) в зависимости от числа делителей на «1», простые и составные числа.

Вывод: задачи первой обязательной части позволяют в полном объеме сформировать теоретические знания по теме «Делимость» и сформировать представления о делении с остатком.

Вторая (дополнительная) часть включает в себя вопросы, для ответа на которые у учеников нет четких ориентиров. Цель постановки этих вопросов состоит в том, чтобы дать школьникам некоторый «намеки» на возможность развития исходной задачной ситуации типового характера. Наличие попыток нахождения ответов во второй части задания на основе привлечения тех или иных указанных выше эвристических процедур свидетельствует об определенной мотивационной значимости предлагаемого материала для школьников (критерий С). Покажем на примере задачи № 5: «Инна живет в квартире № 51. В её доме 5 этажей, по 4 квартиры на каждом этаже. В каком подъезде, и на каком этаже живет Инна? Ответ: _____ подъезд, _____ этаж».

Задача требует сформированных на достаточном уровне представлений о делении с остатком (I способ решения) или практической интуиции в сочетании с арифметическими умениями и пространственным воображением (II способ решения), или сформированных умений информационного моделирования (III способ).

Решение: I способ (общие способности – высокий уровень, математические – достаточный уровень).

В каждом подъезде $5 \cdot 4 = 20$ квартир.

$51 : 20 = 2$ (остаток 11). Это значит, что для того, чтобы «дойти до квартиры № 51» нужно «обойти» два полных подъезда и 11 квартир в третьем подъезде.

$11 : 4 = 2$ (остаток 3). Это значит, что для того, чтобы «дойти до 11 квартиры в третьем подъезде» нужно пройти два этажа, а на третьем будет нужная нам квартира.

II способ (общие способности – достаточный уровень, математические – достаточный уровень).

Представлю, что я почтальон, обхожу все квартиры по 4 на этаже: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52 – квартира № 51 на 13 этаже, но в подъезде всего 5 этажей, значит «наш 13 этаж» – это третий этаж в третьем подъезде: 5, 10, 15.

Ответ: Инна живёт в третьем подъезде третьем этаже.

Вывод: многообразие способов решения задач второго блока и соответствие каждого способа определённому уровню общих и математических способностей требуют для определения этого уровня обоснования ответа, то есть развёрнутого решения задачи.

Третья часть, по сути, представляет собой усложненное задание, развивающее тему предыдущего этапа и реализуемое с помощью имеющегося в творческом арсенале ученика предметного математического инструментария (критерий Т). Покажем образец дидактического анализа на примере задачи № 8: «Вася пытался разложить орехи на равные кучки, но каждый раз, когда он раскладывал орехи их по 4, по 5 и по 6, один орех оставался лишним. Сколько орехов было у Васи, если известно, что их было меньше, чем 100?»

Эта задача много проще задачи (7) и, по числу способов, – лидер среди всех предыдущих.

Решение: I способ (уровень начальной школы – умножение на 4, 5, 6 с последующим выбором одинакового числа).

Сколько орехов можно разложить на 4 кучки? / 4, 8, 12, 16, 20 и т.д.

Сколько орехов можно разложить на 6 кучек? / 6, 12, 18, 24, 30 и т.д.

Сколько орехов можно разложить и на 4, и на 6 кучек? / 12, 24, 36, 48, 60 и т.д.

Какое из этих чисел делится на 5 и меньше 100? / 60

Сколько орехов было у Васи / 60 и ещё 1, то есть 61.

II способ (уровень начальной школы – теория множеств – поиск пересечения трёх множеств). Зачеркнём в таблице первой сотни чисел зелёным

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Рисунок 2 – Информационная модель решения задачи про орехи

цветом все числа, которые делятся на 4 – это каждое четвёртое число; красным цветом – все числа, которые делятся на 5 – это каждое пятое число; синим цветом – все числа, которые делятся на 6 – это каждое шестое число. Трехцветная звездочка укажет на число, которое делится и на 4, и на 5, и на 6. К найденному числу прибавим 1.

III способ (базовый уровень

5/6 классов – НОК). Число орехов минус 1 должно делиться без остатка на 4, 5 и 6. Нужно найти наименьшее общее кратное для этих трех чисел: $НОК(4,5,6)=60$; – и увеличить его на 1.

IV способ (базовый уровень 5/6 классов – признаки делимости). Число орехов минус 1 должно делиться без остатка на 4, 5 и 6 и не превышать 100.

Двузначное число делится на 4, значит, дважды делится на 2, значит оно чётное.

Двузначное чётное число делится на 5, значит, оканчивается на 0.

Двузначное число, оканчивающееся на 0 делится на 6, значит, делится на 3, значит, содержит цифру 3, 6 или 9.

Проверяем на соответствие условиям числа 30, 60, 90. Из них только число 60 делится без остатка на 4, 5 и 6. То есть 60 орехов можно разложить на равные кучки по 4, по 5 и по 6 орехов в каждой, а 61 орех – на кучки по 4, по 5 и по 6 орехов в каждой с тем, чтобы один орех оставался лишним.

V способ (повышенный уровень 5/6 классов – деление с остатком с последующим применением свойств делимости).

$$4x + 1 = 5y + 1 = 6z + 1 \Rightarrow 4x = 5y = 6z$$

$4x$ – делится на 4 $\Rightarrow 5y$ – делится на 4 $\Rightarrow 5$ – не делится на 4, значит y – делится на 4.

$6z$ – делится на 3 $\Rightarrow 5y$ – делится на 3 $\Rightarrow 5$ – не делится на 3, значит y – делится на 3.

y – делится и на 4, и на 3 $\Rightarrow y$ – делится на 12 $\Rightarrow 5y$ – делится на 60 и меньше 100 $\Rightarrow 5y = 60 \Rightarrow 5y + 1 = 61$.

Ответ. У Васи был 61 орех.

В данном случае приведен далеко не полный перечень способов решения задачи № 8, каждый из которых демонстрирует как индивидуальный когнитивный стиль, так и степень владения программным материалом. Задача выполняет диагностическую функцию только при условии её развёрнутого решения.

По результатам анализа сформулирован вывод: каждую задачу третьего блока авторы-разработчики системы представляют как «усложненное задание, развивающее тему предыдущего этапа и реализуемое с помощью имеющегося в творческом арсенале ученика предметного математического инструментария», и относят к определяющим компонент Т математических способностей. С методической точки зрения эти задачи по способам решения ничем не отличаются от задач второго блока (определяющих компонент С математических способностей), за исключением привлечения к их решению новых предметных знаний: во втором блоке – это алгоритмы нахождения НОД и НОК нескольких чисел, в третьем – свойства и признаки делимости.

Задачи второго и третьего блоков (исключение составляет задача 10) в одинаковой мере определяют компоненты С и Т математических способностей при условии предоставления их развёрнутого решения.

Подобным образом в бакалаврской работе описаны остальные этапы: формирующий и завершающий (рефлексивный).

Заключение. В заключении сформулированы основные выводы по работе.

1. Вопросы разработки интерактивных компьютерных систем обучения и развития математических способностей учащихся интересуют работников сферы образования различных уровней.

2. Система «Математический трамплин» представляется перспективной и доступной для использования в массовой школе и, вероятнее всего, позволяет учителю, в первом приближении выявить одарённых (способных) учащихся без обращения к профессиональным психологам и сложным диагностическим методикам, а также развивать математические способности всех обучаемых.

3. Несмотря на то, что, по мнению разработчиков, особенностями системы «Математический трамплин» является опора на концепцию диагностики и развития одаренности детей в области математики (а также «привязка» к действующей программе по математике, позволяющая дополнить осваиваемый курс материалом поисково-исследовательского характера), педагогическая модель, положенная в основу Системы, не в полной мере соответствует заявленным особенностям. В определении математических способностей в системе «Математический трамплин» отмечается несоответствие с классическими понятиями математической одарённости и математических способностей. Система «Математический трамплин» ориентирована прежде всего на усвоение изучаемого математического материала и формирование интереса к учению.

4. Задачи диагностического этапа представляют собой тест, состоящий из задач разного уровня сложности. Каждая задача характеризуется одним из трех параметров S, C и T, различного уровня сложности. Общее количество заданий детерминируется «эвристическим потенциалом» рассматриваемого задачного материала. Задачи блока S позволяют в полном объёме сформировать и проверить теоретические знания по теме. Многообразие способов решения задач блока C и соответствие каждого способа определённому уровню общих и математических способностей требуют для определения этого уровня обоснования ответа, то есть развёрнутого решения задачи. Только при этом условии возможна полноценная диагностика уровня развития общих и математических способностей. Каждую задачу третьего блока T авторы-разработчики системы представляют как усложненное задание, развивающее тему предыдущего этапа и реализуемое с помощью имеющегося в творческом

арсенале ученика предметного математического инструментария. С методической точки зрения эти задачи по способам решения ничем не отличаются от задач блока С, за исключением привлечения к их решению новых предметных знаний. Задачи второго и третьего блоков в одинаковой мере определяют компоненты С и Т математических способностей при условии предоставления их развёрнутого решения.

5. Задачи формирующего этапа образуют систему, которая позволяет не только осваивать изучаемое предметное содержание на предусмотренном ФГОС уровне, но и, несомненно, обладает явно выраженным развивающим потенциалом, ориентированным как на общее развитие учащихся, так и на развитие математических способностей. Однако, развитие этих способностей, как и выявление неявно выраженных компонент профиля одаренности школьников, возможны только при условии развёрнутого решения всех заданий формирующего этапа.

6. Задачи завершающего этапа (контрольная работа) образуют систему из 7 заданий и позволяет выявить изменение в профиле математической одаренности школьника. По результатам теста формируется отчет, отражающий изменения в профиле одаренности по сравнению с предыдущими этапами.

7. Структура и содержание системы «Математический трамплин» позволяет развивать математические способности всех обучаемых в процессе учебной урочной и внеурочной работы, однако не позволяет диагностировать одарённость.

По результатам исследования опубликована статья «О диагностике и развитии одарённости в условиях массовой школы» в сборнике статей международной научно-практической конференции «Приоритетные направления развития науки и образования» (Чебоксары, 2018).