

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математики и методики ее преподавания

Изучение темы «Делимость натуральных чисел» в УМК

«Математика, 5-6» авторского коллектива:

А.Г Мерзляк, В.Б Полонский, М.С Якир

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 5 курса 521 группы

направления 44.03.01 «Педагогическое образование (профиль математическое образование)» механико-математического факультета

Чуриковой Анны Владимировны

Научный руководитель

к.п.н., доцент

Т.А. Капитонова

Зав. кафедрой

к.п.н., доцент

И.К. Кондаурова

Саратов 2018

Введение. В настоящее время традиционный взгляд на содержание обучения математике, ее роль и место в общем образовании пересматривается и уточняется наряду с подготовкой учащихся, которые в дальнейшем в своей профессиональной деятельности будут пользоваться математикой. Важнейшей задачей обучения становится обеспечение некоторого гарантированного уровня математической подготовки всех школьников, независимо от специальности, которую они выберут в дальнейшем. Для продуктивной деятельности в современном информационном мире требуется прочная математическая подготовка.

Одной из важнейших тем школьного курса математики является «Делимость». Делимость – фундаментальное понятие алгебры, арифметики и теории чисел, связанное с операцией деления. Изучением делимости чисел занимался еще Пифагор (VI в. до н. э.) и его ученики. Они изучали всю красоту и природу чисел в целом, занимались изучением совершенных чисел, т.е. чисел, равных сумме всех его делителей, таким образом, уже знали делители и кратные чисел.

Евклид (III в. до н. э.) написал алгоритм нахождения наибольшего общего делителя заданной системы чисел, изложил важный результат: «бесконечность множества простых чисел».

В XVIII веке Л. Эйлер (1707-1783) обобщил основной результат Ферма для случая делимости составных чисел и получил интересные результаты о разбиении чисел на слагаемые.

Таким образом, теория делимости изучалась на протяжении многих веков и накопила богатый материал для изучения и исследования. Теория делимости является исходным, а может быть и основным, центральным пунктом в теории чисел при рассмотрении натуральных чисел. Основные факты, относящиеся к признакам делимости, затрагивают некоторые довольно абстрактные вопросы дискретной математики.

Проблемами делимости чисел на уроках математики занимались многие методисты и математики: В.Г. Болтянский, И.М. Виноградов, В. А. Далингер, Д. Пойа, Г. И. Саранцев, К.П. Сикорский, А.А. Столяр, П. Л. Чебышев и др.

Тема «Делимость чисел» включена в школьный курс математики 5-6 классов. Дальнейшее изучение этой темы приходится на 8-9, 10-11 классы в углубленном курсе математики, хотя в контрольно измерительных материалах государственной итоговой аттестации (ГИА) по математике на базовом уровне задачи на делимость присутствуют. Поэтому очень важно, чтобы учащиеся 5-6 классов хорошо качественно освоили данную тему. Этим обусловлена актуальность темы исследования.

Цель исследования – описать математическое содержание темы «Делимость натуральных чисел» в УМК «Математика, 5-6» авторского коллектива: А.Г Мерзляк, В.Б Полонский, М.С Якир и разработать и экспериментально проверить методические материалы по теме «Делимость натуральных чисел».

Для достижения поставленной цели потребовалось решить следующие задачи.

1. Рассмотреть математическое содержание темы «Делимость натуральных чисел» и ее изложение в УМК «Математика, 5-6 авторского коллектива: А.Г Мерзляк, В.Б Полонский, М.С Якир».

2. Разработать и экспериментально проверить (на базе МОУ «СОШ п. Синегорский») методические материалы по теме «Делимость натуральных чисел».

Структура работы: титульный лист; введение; две главы («Математическое содержание темы «Делимость натуральных чисел»; «Практическое обеспечение изучения темы «Делимость натуральных чисел» в УМК «Математика, 5-6 авторского коллектива: А.Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М.С. Якир»); заключение; список использованных источников

Основное содержание работы. Первая глава («Математическое содержание темы «Делимость натуральных чисел» была посвящена решению первой задачи бакалаврской работы. Описано математическое содержание темы «Делимость натуральных чисел» в УМК авторского коллектива: А. Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. Первая глава разделена на пять разделов, где перечислены основные понятия темы, связанные с теорией делимости.

Первый раздел «Определение и свойства делимости» содержит определения и понятия по данной теме.

Определение 1. Натуральное число a делится нацело на натуральное число b , если найдется такое натуральное число c , что справедливо равенство $a=b \cdot c$.

Определение 2. Если натуральное число a делится нацело на натуральное число b , то a называют кратным числа b , а число b – делителем числа a .

Второй раздел «Признаки делимости натуральных чисел» изложены основные математические факты делимости основаны на ряде теорем: о делении с остатком, разложении на простые множители, нахождении НОД и НОК, признаках делимости.

Признак делимости на 10. Число x делится на десять в том и только в том случае, когда его десятичная запись заканчивается цифрой 0.

Признак делимости на 5. Число x делится на пять в том и только в том случае, когда его десятичная запись заканчивается цифрами 0 или 5.

Признак делимости на 2. Число x делится на два в том и только в том случае, когда его десятичная запись оканчивается одной из цифр 0, 2, 4, 6, 8. Эти цифры называются четными.

В третьем разделе «Простые и составные числа» перечислены определения и теоремы относительно простых и составных чисел.

Определение 3. Натуральное число $p > 1$ называется простым, если, кроме 1 и p , оно не имеет других натуральных делителей.

Определение 4. Натуральное число, большее единицы, имеющее больше двух натуральных делителей, называется составным числом.

Числа 4, 9, 12, 36, 250 являются составными.

Теорема 1. У всяких двух или нескольких натуральных чисел имеется бесконечное множество общих кратных, среди которых нет наибольшего, но есть наименьшее и только одно называется НОК данных чисел.

Теорема 10. Каждое общее кратное двух чисел делится на их НОК.

Теорема 11. Произведение НОК (a, b) на их НОД (a, b) равно произведению этих чисел, т. е. $\text{НОК}(a, b) \cdot \text{НОД}(a, b) = a \cdot b$.

Теорема 12. НОК взаимно простых чисел равно их произведению.

В четвертом разделе «Разложение на простые множители» указана основная теорема арифметики: каждое натуральное число, большее единицы, может быть разложено на простые множители. Любые два разложения одного и того же числа на простые множители могут отличаться только порядком множителей. А так же ее доказательство.

В пятом разделе «Изложение теории делимости в УМК «Математика, 5-б» авторского коллектива А.Г Мерзляк, В.Б Полонский, М.С. Якир» рассмотрена структура УМК, в который входят: учебник, книга для учителя, рабочие тетради, дидактические материалы и интерактивный тренажер.

Каждый учебник разбит на главы, параграфы и пункты. В каждом пункте содержится объяснительный текст, показано решение соответствующих задач, даны упражнения на закрепление нового материала, для повторения и для домашнего задания. Учебник также содержат задачи повышенной трудности.

Таким образом, можно отметить: (1) достаточно последовательное изложение теоретического материала; (2) разнообразную систему упражнений в учебнике. Теоретический материал чередуется с практическим, после каждого параграфа учащимся предлагается использовать полученные знания при решении задач. Рассмотрено достаточное число примеров. Очень хорошая

система упражнений, причём выделены задачи на закрепление новой темы, повторение предыдущего материала, задачи на внимание и сообразительность, упражнения для домашней работы. В конце каждого параграфа имеются вопросы к объяснительному тексту учебника.

Таким образом, анализ теоретического и задачного материала, представленного в учебнике, позволяет сделать вывод: часть материала по теории делимости изучается с недостаточной глубиной и недостаточно задач повышенной трудности, которые имеют большое значение при развитии познавательного интереса учащихся.

Вторая глава «Практическое обеспечение изучения темы «Делимость натуральных чисел» в УМК «Математика, 5-6 авторского коллектива: А.Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М.С. Якир»» посвящена решению второй задачи бакалаврской работы. Глава разделена на два раздела.

В первом разделе «Методические материалы по теме «Делимость натуральных чисел» представлен разработанный нами план-конспект одной из тем «Делители и кратные» (урок изучения нового материала, урок закрепления изученного материала). После чего приведен результат итоговой контрольной работы. Анализ контрольной работы показал, что учащиеся после пройденного материала получили следующие результаты: одна чистая «4», двое между «2» и «3», и двое слабые «4». Средний балл составил – 2,92.

Результаты итоговой контрольной работы показали, что тема является трудной для учащихся. Далее представлена серия интерактивных упражнений. Как пример приведем одно из упражнений.

Упражнение «Делители и кратные» – викторина с выбором правильного ответа. Учащимся предлагается 5 вопросов: (1) В корзине меньше 100 яблок. Их можно разделить поровну между 2, 3 или 5 детьми, но нельзя разделить поровну между 4 детьми. Сколько яблок в корзине? (2) Мимо станции прошло три поезда. В первом было 418 пассажиров, во втором 496, в третьем 456. В

каждом вагоне было одинаковое количество пассажиров, и их число было наибольшее из всех возможных. Сколько пассажиров было в каждом вагоне?
(3) Укажите число, кратное 16? (4) Укажите произведение, содержащее только простые множители. (5) Какое число является делителем всех чисел?
Необходимо выбрать правильный ответ (рисунок 1).

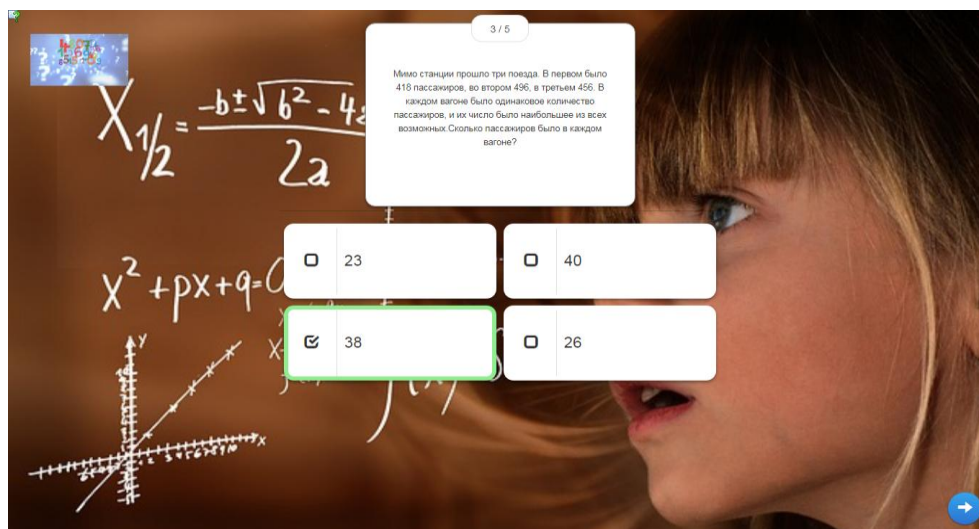


Рисунок 1

Все интерактивные упражнения разработаны нами самостоятельно по аналогии с представленными на сайте «learningapps.org». Разработанные интерактивные упражнения можно использовать непосредственно на уроке: либо на этапе закрепления знаний, либо на этапе контроля знаний и в качестве домашнего задания.

В разделе «Опытно-экспериментальная работа» работа проводилась в двух направлениях: 1) анкетирование учителей районного методического объединения; 2) апробация разработанных материалов на базе МОУ «СОШ п. Синегорский»

Анкетирование проводилось с целью выявления оценки учителей к использованию УМК «Математика, 5-6 авторского коллектива: А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир.

В анкетировании участвовало 15 учителей математики районного методического объединения Озинского района Саратовской области.

Результаты анкетирования педагогов показаны на рисунке 2.

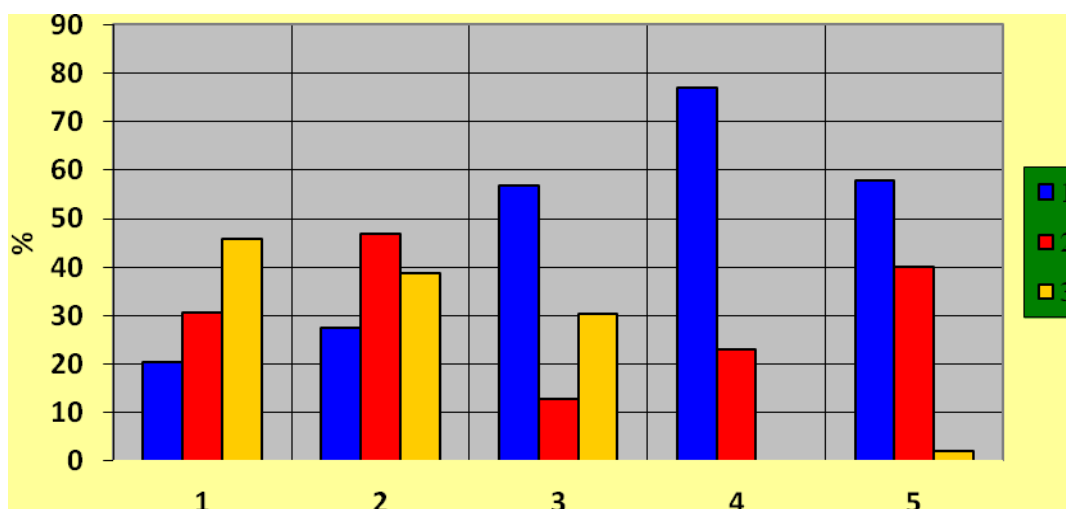


Рисунок 2 – результаты анкетного опроса.

Главными вопросами являются четвертый и пятый вопросы.

Отвечая на четвертый вопрос, большинство (77%) учителей согласились с тем, что темы из раздела «Делимость натуральных чисел» являются сложными для учащихся, и менее четверти (23%) с этим не согласились.

На пятый вопрос анкеты 58 % учителей ответило, что учащиеся часто не понимают прочитанного, а вот 40% педагогов считают, что ученикам трудно запоминать сложные по своему изложению правила.

Таким образом, проведенный анкетный опрос показал, что при использовании учебника «Математика, 6 класс» авторского коллектива А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир учителя не испытывают трудностей, но учащиеся не усваивают тему, так как она является для них наиболее трудной.

В качестве апробации методических средств нами был разработан тест, соответствующий содержанию учебника А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир «Математика 6 класс». В тесте 18 заданий, из них 15 заданий уровня А (задания закрытой формой, открытой формы, задание на установление правильной последовательности и задание на установление соответствия) и 3 задания уровня В (ученик должен записать самостоятельно ответ на вопрос). Подобранные тестовые задания помогут проверить знание основных понятий,

утверждений, правил и взаимодействия между ними.

Например, 1.(1 балл) Найдите все делители числа 15.

А) 15; Б) 1, 3, 5, 15; В) 1, 15; Г) 3, 5, 15.

2. (1 балл) Какое из предложенных чисел делится на 9?

А) 112590; Б) 54215; В) 67802; Г) 1212121.

3. (1 балл) На какое число разделится значение суммы $45+55+105$ без остатка?

Анализ ответов учеников на задания части А показывает, что большая часть учеников справляется с заданиями закрытой формы (№1-№5), где нужно выбрать один правильный ответ из четырех предложенных.

Результаты ответов по части А с заданиями открытой формы (№6-№10), где учащимся предлагается самим записать верный ответ показывают, что многие ученики не справляются и не умеют применить правила на практике при решении типовых заданий.

Средний балл по тестированию составляет 3,62.

Результаты тестирования показали приращение знаний у учащихся по теме «Делимость натуральных чисел», а также повышение интереса к урокам, проводимым с применением интерактивных упражнений, что подтверждает эффективность разработанного нами методического обеспечения.

Заключение. Основные результаты, полученные при написании бакалаврской работы.

1. В ходе анализа математической и учебно-методической литературы рассмотрено математическое содержание темы «Делимость натуральных чисел» и ее изложение в УМК «Математика, 5-6 авторского коллектива: А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир».

Содержание темы «Делимость натуральных чисел» по учебнику «Математика 6 класс» авторского коллектива: А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир: Делители и кратные. Признаки делимости на 2, на 5, на 10, на 3 и на

9. Простые и составные числа. Разложение на простые множители. Наибольший общий делитель, взаимно простые числа. Наименьшее общее кратное.

Анализ теоретического и задачного материала, представленного в учебнике «Математика 6 класс» авторского коллектива: А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир, позволяет сделать вывод: часть материала по теории делимости изучается с недостаточной глубиной и недостаточно задач повышенной трудности, которые имеют большое значение при развитии познавательного интереса учащихся.

2. Проведенный анкетный опрос учителей математики показал, что при использовании учебника «Математика, 6 класс» авторского коллектива: А.Г.Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир учителя не испытывают больших трудностей, но учащиеся плохо усваивают тему «Делимость натуральных чисел», так как она является для них наиболее трудной.

3. Разработанная нами серия из 7 интерактивных упражнений («Делители и кратные», «Признаки делимости», «Простые и составные числа», «Наименьшее общее кратное», «Наибольший общий делитель», «Задачи на нахождение НОД и НОК», «Найдите слова») нацелена на более глубокое изучение материала и повышения интереса к нему, т.е. на мотивацию учащихся.

4. Разработанные нами методические материалы по теме «Делимость натуральных чисел» экспериментально проверены на базе МОУ «СОШ п. Синегорский» Озинского района Саратовской области.

Результаты тестирования показали приращение знаний у учащихся по теме «Делимость натуральных чисел», а также повышение интереса к урокам, проводимым с применением интерактивных упражнений, что подтверждает эффективность разработанного нами методического обеспечения.

Материалы бакалаврской работы будут полезны учителям, работающим по УМК «Математика, 5-6» авторского коллектива: А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир.