Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математики и методики ее преподавания

Использование эвристических приемов при обучении алгебре в 8-9 классах

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 5 курса 521 группы
направления 44.03.01 – Педагогическое образование (профиль – математическое образование) механико-математического факультета

Якубалиевой Замиры Жумагалиевны

Научный руководитель
к.п.н., доцент ____________________________ Т.А. Капитонова

Зав. кафедрой
к.п.н., доцент ____________________________ И.К. Кондаурова

Саратов 2018

Введение. Перед современной школой стоит задача – создание условий для развития интеллектуальных и творческих способностей учащихся, самостоятельного приобретения ими знаний, что является социальным заказом, сформулированным в Федеральном законе «Об образовании в Российской Федерации» и в Концепции развития математического образования. Важно, чтобы учащиеся не только могли получать уже имеющиеся готовые знания, но и умели самостоятельно «добывать» знания, анализировать и делать выводы, то есть использовали в своей деятельности эвристические приемы. Именно в учебной математической деятельности обучение разнообразным эвристическим приемам формирует умения их использования в процессе поиска решения новых нестандартных задач.

«Эффективное использование эвристических приемов при решении математических задач помогает в развитии познавательной деятельности учащихся, реализации их творческого потенциала».

В настоящее время в науке разработано достаточное количество эвристических приемов и методов решения задач, но большинство из них не ориентировано на использование в школьной практике преподавания. Отдельные учителя применяют эти приемы в учебной работе, однако в массовой образовательной практике эвристические приемы и методы используются недостаточно широко.

Обусловлено это недостаточной разработанностью теории и методики организации эвристической деятельности учащихся в процессе обучения математике, в частности на уроках алгебры 8-9 классов.

В разное время вопросы эвристического обучения разрабатывали философы, психологи, педагоги, представляющие различные направления и школы: Сократ, Д. Пойа, З.И. Слепкань и другие. В современной дидактике идеи об эвристическом обучении разрабатываются в трудах А. В. Хуторского, Е. И. Скафы, Г.И. Саранцева. Среди работ, посвященных развитию эвристического метода обучения математике, отметим работы Ю.Н. Кулюткина, И.И. Ильясова, С.Р. Мугаллимовой, Л. М. Фридмана и др.

Все вышеизложенное обусловливает актуальность темы исследования.

Цель бакалаврской работы: теоретическое описание, практическая разработка и экспериментальная апробация использования эвристических приемов при обучении алгебре в 8-9 классах.

Задачи бакалаврской работы:

1. На основе анализа психолого-педагогической и методико-математической литературы рассмотреть понятие «эвристика», «эвристический прием» и классификацию эвристических приемов.

2. Подобрать задачи школьного курса алгебры для 8-9 классов, в рамках которых возможно использование эвристических приемов.

3. Разработать методические рекомендации по организации эвристической деятельности учащихся.

Методы исследования: анализ психолого-педагогической и методико-математической литературы; изучение нормативных документов; обобщение собственного опыта работы и опыта работы действующих учителей математики; анкетирование обучающихся; разработка и апробация методических материалов.

Структура работа: титульный лист; введение; две главы («Теоретические аспекты использования эвристических приемов при обучении алгебре в 8-9 классах»; «Практическая реализация использования эвристических приемов при обучении алгебре в 8-9 классах (на базе МБОУ «СОШ с. Первомайское Ровенского района Саратовской области»)»; заключение; список использованных источников.

Основное содержание работы. Первая глава «Теоретические аспекты использования эвристических приемов при обучении алгебре в 8-9 классах» была посвящена решению первой задачи бакалаврской работы, а именно, проанализировав психолого-педагогическую и методико-математическую литературу, были рассмотрены понятия «эвристика», «эвристический прием» и классификация эвристических приемов.

При раскрытии понятия «эвристика» необходимо иметь в виду, что сам термин «эвристический» применим к явлениям двоякого рода. Во-первых, можно рассмотреть как эвристическую деятельность человека, которая приводит к решению сложной, нестандартной задачи, во-вторых, эвристическими можно считать и специфические приемы (эвристики), которые человек сформировал у себя в ходе решения одних задач и переносит их на решение других задач.

В Советском энциклопедическом словаре дается следующее определение эвристики: 1) специальные методы, используемые в процессе открытия (создания) нового (эвристические методы); 2) наука, изучающая продуктивное творческое мышление (эвристическую деятельность); 3) восходящий к Сократу метод обучения.

По мнению В. И. Андреева, эвристики – это такие общедидактические приемы, целенаправленное применение которых активно формирует у учащихся стратегии рационального поиска отдельных этапов решения учебных проблем, учебно-исследовательских задач.

Г. И. Саранцев понимает под эвристикой «всякий способ, применение которого может привести к отысканию нужного метода решения задачи или доказательства теоремы».

По мнению Ю. Н. Кулюткина, эвристики – это «метаспособы, с помощью которых отыскиваются конкретно-содержательные способы решения»

Также в первой главе рассматриваются понятия «эвристическая деятельность», «эвристический метод», «эвристический метод-прием».

В психолого-педагогической литературе нет единого толкования понятия эвристического приема.

В ряде исследований под эвристическими приемами понимают такие приемы, которые человек сформировал у себя в ходе решения одних задач и более или менее сознательно переносит их на другие задачи.

Эвристические приёмы – вид приёмов, используемых для решения творческих (нестандартных, креативных) задач. Такие приёмы не гарантируют решение, но увеличивают его вероятность.

С.Р. Мугаллимова под термином «эвристический прием» понимает преобразующее действие, применение которого позволяет найти ключевую идею для решения проблемной задачи и свести ее решение к использованию уже известных алгоритмов.

Для более глубокого понимания сути эвристики как эвристических приемов деятельности рассмотрим классификацию эвристик.

При понимании эвристики как способа отыскания метода решения задачи можно провести такую классификацию этого понятия:

– общие эвристики (сюда относятся общенаучные методы, эвристики Пойа, прием элементарных задач, предельного случая и др.);

– частные эвристики (например, метод следов при построении сечений многогранников, аналитико-синтетический метод доказательства неравенств, замена переменных и др.);

– специальные эвристики (например, достраивание фигуры до целостной конфигурации, метод площадей, методы решения некоторых типов тригонометрических уравнений и др.).

И. И. Ильясов выделил и проанализировал эвристические приемы, разработанные различными авторами, провел их систематизацию, соотнес эвристические приемы с фазами решения учебных задач, усовершенствовал содержание некоторых из них и создал на этой основе систему эвристических приемов. Но такая классификация, на наш взгляд, является довольно громоздкой для учащихся 8-9 классов.

Классификация эвристических приемов, разработанная Г.И. Саранцевым, включает такие приемы, как аналогия, обобщение, прием элементарных задач, прием представления задачи в пространстве, прием рассмотрения предельного случая, прием вспомогательной фигуры.

В свою очередь, С.Р. Мугаллимова также выделяет шесть видов эвристических приемов: трансляция, реверсия, варьирование объекта, варьирование среды, индукция, акцентуализация.

На основе данной классификации С.Р. Мугаллимовой, можно рассмотреть взаимосвязь эвристических приемов и задачного материала, направленного на формирование приемов эвристической деятельности.

Во второй главе «Практическая реализация использования эвристических приемов при обучении алгебре в 8-9 классах (на базе МБОУ «СОШ с. Первомайское Ровенского района Саратовской области»)» рассмотрены задачи, при решении которых были использованы различные эвристические приемы, сформулированы методические рекомендации по организации эвристической деятельности учащихся на уроках алгебры в 8-9 классах, представлены результаты опытно-экспериментальной работы.

Обучение эвристикам реализуется, когда учащийся сталкивается с задачей, метод решения которой ему неизвестен. В учебниках «Алгебра-8» и «Алгебра-9» эти задачи представлены в блоках «Задания повышенного уровня». Решая задачи повышенного уровня, учащиеся будут знакомиться с такими эвристиками как «метод вспомогательных неизвестных», «метод группировки», «выделение полного квадрата двучлена», «метод суперпозиции», «выделение подзадач», «метод оценки» и др.

Рассмотрим примеры задач, при решении которых будет применяться эвристика «метод вспомогательных неизвестных».

Задача. Из городов A и B навстречу друг другу одновременно выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в B на 2 часа раньше, чем велосипедист приехал в A, а встретились они через 1 час 20 мин. после выезда. Сколько часов затратил на путь из B в A велосипедист?

Решение. Обозначим скорость мотоциклиста через x (км/ч), а скорость велосипедиста – через y (км/ч). Так как встретились они через 1 час 20 мин. , т.е. через 4/3 часа, то из города A до места встречи мотоциклистом пройден путь, равный ($4x/3$) км, из города B до места встречи велосипедист проехал расстояние, равное ($4y/3$) км. После встречи мотоциклист продолжил путь до B, затратив на него время, равное $\frac{4y}{3} \div x = \frac{4y}{3x}$ час., а велосипедист от момента встречи до города A затратил время, равное $\frac{4x}{3} \div y = \frac{4x}{3y}$ час. По условию задачи, мотоциклист приехал в город B на 2 часа раньше, чем велосипедист приехал в город A, т.е. время мотоциклиста на 2 часа меньше времени велосипедиста от момента встречи. На основании этого составим уравнение: $\frac{4x}{3y} - \frac{4y}{3x} = 2.$

В нашем одном уравнении две неизвестные. Для его решения используется эвристика «введение новой переменной».

Обозначим отношение $x{:}y=a$. Получим дробно-рациональное уравнение $\frac{4a}{3} - \frac{4}{3a} = 2 \Leftrightarrow 2a^2 - 3a - 2 = 0$. Решая квадратное уравнение (с учетом того, что отношение скоростей больше нуля), получаем: $a=2$, т.е. $x{:}y=2$.

Таким образом, велосипедист от момента встречи до города A затратил время, равное $\frac{4}{3} \cdot 2 = \frac{8}{3}$ часа, а всего $\frac{4}{3} + \frac{8}{3} = 4$ часа.

Ответ. 4 часа.

Задача. Упростите выражение $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}$ + $\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}$, если $1 \le x \le 2$.

Первый способ. Пусть $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}$ + $\sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = A$. Тогда $A^2 = x+2\sqrt{x-1}+x-2\sqrt{x-1}+2\sqrt{x^2-4x+4} = 2x+2\sqrt{(x-2)^2} = 2x+2\cdot|x-2| = 2x+2\cdot(2-x) = 4.$ Так как $1 \le x \le 2$, то $|x-2| = 2-x, A^2 = 4$. Следовательно, $A = 2$.

Второй способ. Эвристика «выдели квадрат двучлена». Чтобы извлечь квадратные корни, преобразуем подкоренные выражения: вычтем и прибавим по единице. Получим:

$$\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}=$$

$$=\sqrt{x-1+2\sqrt{x-1}+1}+\sqrt{x-1-2\sqrt{x-1}+1}=$$

$$=\sqrt{\left(\sqrt{x-1}+1\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{x-1}-1\right)^2}=\left|\sqrt{x-1}+1\right|+\left|\sqrt{x-1}-1\right|=$$

$$=\left(\sqrt{x-1}+1\right)+\left(1-\sqrt{x-1}\right)=2.$$

Так как $1 \leq x \leq 2$, то $\left|\sqrt{x-1}+1\right|=\sqrt{x-1}+1$, $\left|\sqrt{x-1}-1\right|=1-\sqrt{x-1}.$

В восьмом классе при изучении темы «Неравенства» учащимся можно предложить следующую задачу.

Задача. Доказать, что при всех $a > 0$ верно неравенство $a^2+1 \geq 2a$. Наиболее важным является частный случай этого неравенства, который можно применять при решении многих задач, начиная с 8-го класса. Учащимся необходимо обосновать справедливость неравенства $a+\frac{1}{a} \geq 2$ (1) для положительных чисел и его запомнить. Это неравенство следует из очевидного неравенства $(a-1)^2 \geq 0$ или $a^2-2a+1 \geq 0$, откуда $a^2+1 \geq 2a$ и $a+\frac{1}{a} \geq 2$.

Задача. Найти наименьшее значение функции

$$f(x)=x^4+2x^2+\frac{1}{(x^2+1)^2}+5.$$

Для того чтобы решить данную задачу с помощью неравенства (1), запишем функцию в следующем виде: $f(x)=(x^2+1)^2+\frac{1}{(x^2+1)^2}+4.$

Функция принимает наименьшее значение в том случае, когда сумма двух первых слагаемых принимает наименьшее значение, а это, в силу неравенства (1) возможно при условии $(x^2+1)^2$=1, т.е. при x=0 функция принимает наименьшее значение f(0)=6.

Для закрепления умений применять неравенство (1) учащимся можно предложить выполнить задание: $(x+5)^2+\frac{1}{(x+5)^2}+3 \geq 5.$

При решении большого числа задач в курсе алгебры можно применять эвристику «выделение подзадач» внутри основной задачи. В качестве примера рассмотрим следующую задачу.

Задача. Из двух пунктов, расстояние между которыми 100 км, выехали одновременно навстречу друг другу два велосипедиста. Скорость одного из них была 15 км/ч, а другого – 10 км/ч. Вместе с первым велосипедистом выбежала собака со скоростью 20 км/ч. Встретив второго велосипедиста, собака повернула обратно и побежала навстречу первому велосипедисту. Встретив первого велосипедиста, она снова повернула. Собака бегала между велосипедистами до тех пор, пока велосипедисты не встретились. Сколько километров пробежала собака?

Если решение начать с рассмотрения движения собаки и второго велосипедиста, то перед решающим встает необходимость рассматривать последовательность встречных движений, что может оказаться очень непростым делом. Но если внутри основной задачи выделить в качестве элементарной подзадачи движение велосипедистов навстречу друг другу, то сразу вырисовывается и вторая элементарная подзадача: движение собаки, скорость и время которого известны, а маршрут движения – безразличен.

Подзадача 1. $v_1 = 15$ км/ч$, v_2 = 10$км/ч, $v = v_1 + v_2 = 25$ км/ч. Тогда t = 100:4=25 (ч).

Подзадача 2. 20 км/ч $\times$ 4ч $= 80$км.

Ответ. 80 км.

Также во второй главе представлена задача, в ходе решения которой были использованы сразу несколько эвристик, такие как *восстановить числовое выражение и найти его значение, используя правила арифметики; группировка членов; группировки по знакам и др.*

Задача. Найдите сумму $60^2 – 59^2 + 58^2 – 57^2 + \dots +2^2 – 1^2$.

Материалы бакалаврской работы частично апробированы в 8 классе МБОУ «СОШ с. Первомайское Ровенского района Саратовской области». Задачи, представленные в практической части бакалаврской работы, были рассмотрены на уроках алгебры в рамках следующих тем: «Рациональные уравнения», «Иррациональные уравнения», «Свойства числовых неравенств», «Решения квадратных неравенств», «Графическое решение квадратных уравнений».

В ходе проведения занятий с использованием эвристических приемов, проводилось анкетирование учащихся (первый опрос на первом уроке, второй – на заключительном).

Проведенное анкетирование позволило сделать следующие выводы.

1. Если после первого опроса урок с применением эвристик оказался интересен двум учащимся (33%), то после второго опроса – пятерым учащимся (83%), т.е. можно констатировать повышение интереса учащихся к урокам с применением эвристик.

2. Задачи, рассмотренные в практической части бакалаврской работы, позволяют мотивировать учащихся к дальнейшему использованию эвристических приемов на уроках алгебры, повышают интерес не только к отдельным темам, но и к самому предмету в целом.

Заключение. В процессе теоретического и практического исследования в соответствии с задачами и целью бакалаврской работы получены следующие результаты.

1. В ходе анализа психолого-педагогической и методико-математической литературы рассмотрены понятия «эвристика», «эвристический прием» и классификация эвристических приемов.

Под эвристикой мы будем понимать универсальные приемы для нахождения стратегии решения учебно-исследовательских задач, для совершения некоторого открытия.

Под эвристическим приемом понимается преобразующее действие, позволяющее составить алгоритм решения проблемной задачи.

Вслед за С.Р. Мугаллимовой, выделены шесть видов эвристических приемов: трансляция, реверсия, варьирование объекта, варьирование среды, индукция, акцентуализация.

2. Анализ содержания учебников по алгебре для 8-9 классов и различных пособий позволил выделить задачи, при решении которых используются различные эвристические приемы. В школьных учебниках такие задачи представлены в блоках «Задания повышенного уровня». Решая задачи

повышенной трудности, учащиеся будут знакомиться с такими эвристиками как «метод вспомогательных неизвестных», «метод группировки», «выделение квадрата двучлена», «метод суперпозиции», «выделение подзадач» и др.

3. Опытно-экспериментальная проверка разработанных материалов проходила на базе МБОУ «СОШ с. Первомайское». Решение заданий повышенного уровня позволяет мотивировать учащихся к дальнейшему использованию эвристических приемов на уроках алгебры, повышает интерес не только к отдельным темам, но и к самому предмету в целом.

Материалы бакалаврской работы могут быть использованы в учебном процессе учителями математики 8-9 классов, как в урочной, так и во внеурочной деятельности.

По материалам бакалаврской работы опубликована статья «Использование эвристик при решении задач в натуральных числах».

Список использованных источников состоит из 30 наименований.